ГЕОЛОГИЯ И МАТЕМАТИКА

СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ АН СССР
ИНСТИТУТ ГЕОЛОГИИ И ГЕОФИЗИКИ

МИНИСТЕРСТВО ГЕОЛОГИИ СССР
СНИИГГиМС

Геология и математика

МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ, ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ
И ОРГАНИЗАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ ГЕОЛОГИИ,
СВЯЗАННЫЕ С ПРИМЕНЕНИЕМ
МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ И ЭВМ

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
НОВОСИБИРСК · 1967

ОТВЕТСТВЕННЫЙ РЕДАКТОР
член-корр. АН СССР **Э. Э. Фотиади**

АВТОРСКИЙ КОЛЛЕКТИВ:

Ю. *А. Воронин* (руководитель), *Б. К. Алабин, С. В. Гольдин, Н. А. Гольдина, Э. А. Еганов, М. Н. Иванова, А. Э. Канторович, Г. Н. Каратаева, В. А. Кутолин, Ю. В. Меркин, В. Д. Писарев, И. М. Питаев, В. А. Соловьев, О. А. Соловьев, А. А. Титов, Е. Н. Эпштейн.*

2-9-1
1324-66

ОТ РЕДАКТОРА

Последнее десятилетие характеризуется бурным проникновением математических методов и вычислительной техники в различные области знаний. Этот процесс «математизации» науки не мог не затронуть и геологию. К 1960 г. стало почти очевидным, что проблемы «математизации» геологии в ближайшее время должны стать центральными.

К решению проблем «математизации» геологии необходимо было специальным образом готовиться. С такой целью в СО АН СССР по инициативе Геофизического отдела ИГиГ СО АН СССР в 1961 г. был создан постоянно действующий семинар по проблемам «математизации» геологии, а также были организованы для сотрудников ИГиГ СО АН СССР и других геологических и геофизических организаций Новосибирска специальные курсы лекций по различным разделам математики. В 1963 г. в ИГиГ СО АН СССР в тесном сотрудничестве с Институтом математики и Вычислительным центром СО АН СССР создана специальная группа по геолого-математическим исследованиям. В 1965 г. эта группа была преобразована в лабораторию геолого-математических исследований.

Опыт наук, где процесс «математизации» начался раньше, чем в геологии, например опыт экономики, показал, что процесс «математизации» какой-либо науки обязательно затрагивает многие важные методологические, теоретические и организационные вопросы, от решения которых во многом зависит успех дела. Естественно было при постановке геолого-математических исследований в АН СССР направить основные усилия именно на решение этих вопросов. В публикуемой работе излагаются основные результаты, связанные с решением некоторых, по-видимому первоочередных, методологических, теоретических и организационных вопросов, сопутствующих проблемам «математизации» геологии.

В методологическом плане для успеха «математизации» геологии необходимо было получить ответы, в частности, на такие вопросы: что следует понимать под процессом «математизации» геологии? почему значительная часть ведущих геологов скептически относится к «математизации» геологии? куда следует направлять основные усилия с целью «математизации» геологии? Эти вопросы и составляют существо первой, методологической главы работы. Для ответа на них предварительно рассматриваются вопросы логического обоснования существующих теоретических методов геологии и вопросы взаимосвязи между геологией и математикой. Эта глава содержит первую обстоятельную попытку осмыслить процесс «математизации» геологии с более общих позиций, нежели решение тех или иных частных геологических задач с помощью каких-либо математических приемов. Первая глава представляет значительный интерес для геолога и геофизика, для математика, интересующегося приложениями своих знаний в геологии, и, видимо, для философа, занимающегося вопросами «математизации» науки. По-видимому, некоторые положения этой главы можно считать спорными, а стиль изложения излишне экономным.

Как известно, основными теоретическими приемами исследования в геологии являются приемы классификации объектов и процессов, связанных с этими объектами. С логических позиций эти основные теоретические приемы до сих пор не обсуждались сколько-нибудь подробно. Такое подробное обсуждение предпринято во второй главе, посвященной теории геологических классификаций. Здесь излагаются оригинальные теоретические результаты, имеющие большое практическое значение. Эта глава представляет насущный интерес для геолога и геофизика. Поскольку вопросы теории построения классификаций в геологии до сих пор не подвергались систематическому рассмотрению, не все вопросы этой теории получили здесь окончательное разрешение. Это относится, в частности, к анализу алгоритмов распознавания и статистическим приемам классифицирования. Следует отметить, что полученные здесь результаты опираются на тщательно изученный предшествующий опыт геологии. Стиль изложения таков, что требует не столько математической подготовки, сколько терпимого отношения к символике, пожалуй довольно громоздкой, и внимательности.

Основным рабочим инструментом теоретических исследований в геологии являются научные понятия. Система научных понятий в геологии до сих пор не рассматривалась с позиции логических требований и возможности применения математических методов и вычислительной техники. Этот центральный вопрос, от решения которого во многом зависит успех «математизации» геологии, рассматривается в третьей главе работы, где предпринята попытка формализовать основные представления геологии. Надо отметить, что логическое несовершенство системы научных понятий в геологии косвенно отмечалось и в многочисленных работах по геологической терминологии. Теоретическое значение попытки создать логически стройную систему геологических понятий трудно переоценить, однако содержательная ценность результатов третьей главы, несмотря на то, что там дана математическая постановка некоторых важных структурных, формационных и фациальных задач, еще не очень ясна. Здесь предстоит в дальнейшем большая работа. Символика, которая используется в этой главе, по-видимому, тоже еще не очень совершенна. К сожалению, изложение недостаточно полно иллюстрировано геологическими пояснениями и примерами.

Известно, что специфика геологии и ее сущность наиболее отчетливо выступают в проблемах геологического времени, генезиса геологических объектов, геологическом картировании и в схемах поиска полезных ископаемых. В четвертой главе предпринята попытка рассмотреть эти вопросы с точки зрения их логического обоснования. Нет нужды подчеркивать огромное значение такого обоснования, и поэтому эта глава, содержащая не бесспорные выводы, представляется крайне важной и полезной. Здесь стиль изложения, по-видимому, тоже излишне экономен.

Успех «математизации» геологии существенно зависит от эффективного решения ряда организационных вопросов. Некоторые из них рассматриваются в пятой главе. В этой главе, довольно обстоятельно систематизирован опыт организации работ по «математизации» геологии, но, например, вопросы изменения программ подготовки геологов, а также вопросы организации и управления геолого-математическими исследованиями на уровне лаборатории рассмотрены слишком бегло.

Настоящая работа является результатом коллективных исследований сотрудников ИГиГ Сибирского отделения Академии наук СССР и СНИИГГиМСа Министерства геологии СССР — геологов, геофизиков, геохимиков и математиков. Текст работы был написан руководителем исследований — канд. физ.-матем. наук Ю. А. Ворониным, которому принадлежат основные теоретические результаты. В работе использованы материалы А. М. Боровикова (глава II, § 1, п. 1), Н. Л. Добрецова (глава I, § 2, п. п. 3 и 4), А. М. Дмитриева (глава IV, § 1, п. 6), Н. А. Иониной (глава III, §4, п. 7,), Ю. Н. Кочкина (глава III, §6), Т. Н. Кулик (глава III, § 1, п. 4).

В подготовке библиографии приняли участие сотрудники библиотеки ИГиГ Сибирского отделения Академии наук СССР.

С учетом сказанного, а также дискуссии на 1-м Сибирском совещании по применению математических методов и ЭВМ в геологии (Новосибирск, декабрь 1965 г.) можно полагать, что настоящая работа вызовет большой интерес у всех, кому она адресована: геологов, геофизиков, геохимиков, математиков, интересующихся приложениями в геологии, философов, занимающихся вопросами логики научного познания.

Э. Э. Фотиади,
член-корр. АН СССР

ВВЕДЕНИЕ

1. В настоящее время перед науками о Земле встали новые задачи, связанные, в частности, с необходимостью обработки и теоретического обобщения огромного объема накопившихся разнородных экспериментальных данных в масштабе всей Земли в условиях значительного повышения глубинности исследований. Для успешного решения этих задач возникает необходимость теоретического перевооружения наук о Земле. В различных науках о Земле проблемы такого перевооружения имеют свою специфику. В наших целях целесообразно выделить из наук о Земле геофизику и геохимию, относя все остальные к геологии, а также условиться под геологией понимать в первую очередь те науки, которые составляют идейную основу наших представлений о Земле и являются базой, положим, для построения схем поисков полезных ископаемых: литологию, петрографию, структурную геологию и стратиграфию.

Если придать такое условное толкование геологии, то одним из наиболее актуальных вопросов перевооружения геологии следует признать внедрение математических методов и ЭВМ. Такое внедрение можно считать сейчас задачей общегосударственного значения. Об этом говорит, положим, приказ Госгеолкома СССР № 41 от 29 января 1965 г.

2. Как показывает опыт, внедрение математических методов и ЭВМ в геологии затрагивает ряд сложных методологических, теоретических и организационных вопросов, которые до сих пор не подвергались сколько-нибудь подробному обсуждению. Известные отдельные методологические, теоретические и организационные установки, как это видно, в частности, из доклада экспертной комиссии Госгеолкома СССР «Определение состояния разработки и внедрения математических методов и ЭВМ в

практику геологоразведочных работ» от 21 мая 1963 г., а также из упомянутого выше приказа Госгеолкома СССР, являются, по-видимому, недостаточно четкими и в значительной степени спорными. Это находит свое отражение:

в той позиции, которую занимает большинство ведущих геологов по отношению к внедрению математических методов и ЭВМ в геологию;

в недостаточной организационной обеспеченности подразделений, занимающихся таким внедрением;

в идейной и организационной изолированности этих подразделений внутри институтов и между собой;

в недостаточной связи этих подразделений с коллективами математиков;

в субъективной оценке геологических результатов, полученных с помощью математических методов и ЭВМ;

в недостаточной геологической эффективности работ, связанных с использованием математических методов и ЭВМ.

Отмеченное позволяет считать обсуждение методологических, теоретических и организационных вопросов геологии, определяющих успех внедрения математических методов и ЭВМ в геологию, крайне необходимым.

3. Геолого-математические исследования в СО АН СССР были начаты в 1961 г. по инициативе Геофизического отдела ИГиГ СО АН СССР и велись в значительной мере именно в направлении решения методологических, теоретических и организационных вопросов, связанных с внедрением математических методов и ЭВМ в геологию. К 1965 г. совместно с СНИИГГ и МСом Министерства геологии СССР удалось получить в этом направлении ряд результатов, которые, судя по отзывам на имеющиеся публикации, представляют известный интерес. В настоящей работе предпринята попытка дать систематическое и по возможности доступное для геологов, геофизиков, геохимиков и математиков изложение этих результатов.

4. Содержание работы кратко сводится к следующему. В первой главе, носящей методологический характер, анализируются существующие сейчас представления об эффективных путях внедрения математических методов и ЭВМ в геологию, исключая применение классических моделей физики и химии [1], дается методологическая оценка известных работ, связанных с таким внедрением, уточняется существо математических методов

[1] Такое исключение необходимо, чтобы избежать проблем геологической интерпретации физических и химических моделей, которые необходимо обсуждать особо.

исследования и состояние современных теоретических представлений геологии. На основе этого предпринимается попытка наметить наиболее эффективные направления внедрения математических методов и ЭВМ в геологию с учетом требований теории и практики. Для этой главы руководящим является положение о том, что успех внедрения математических методов и ЭВМ в геологию определяется прежде всего формальным совершенствованием и разработкой теоретических представлений геологии.

Главы вторая, третья и четвертая носят теоретический характер. Во второй главе излагаются основы теории геологических классификаций. В третьей главе проводится формализация основных понятий геологии: пространства, границы, тела, структурные и вещественные ассоциации (формации, фации, комплексы). Вводятся операции элементаризации и разбиения геологического пространства, коэффициенты изученности геологического пространства и другие формальные конструкции.

Главы вторая и третья в значительной мере связаны с попыткой формального освоения предшествующего опыта теоретических построений в геологии с целью поставить применение математических методов в геологии на подходящую теоретическую основу.

В четвертой главе рассматриваются такие теоретические вопросы геологии (время, генезис, карты, схемы поиска полезных ископаемых), формальное рассмотрение которых показывает, что в целях применения математических методов и ЭВМ в геологии требуется в известном смысле коренной пересмотр принятых сейчас теоретических представлений.

В главе пятой излагаются вопросы рациональной организации геолого-математических исследований: дается описание основных этапов этих исследований, анализируются различные существующие схемы их организации, даются рекомендации, основанные на имеющемся опыте, а также затрагиваются вопросы подготовки и переподготовки геологов.

Рассматриваемые в данной работе вопросы очень сложны и мало изучены. Возможно, что предлагаемые здесь решения частично могут оказаться спорными. Однако принципиальная постановка всех затрагиваемых здесь вопросов представляется правильной.

5. Литература приводится отдельно для каждой главы. Иногда в конце параграфа приводятся дополнительные списки литературы. При нумерации формул, таблиц и рисунков указывается глава, параграф и номер формулы. Ссылки внутри параграфа даются с указанием только пункта, внутри главы — с

указанием параграфа и пункта, в общем случае — с указанием главы, параграфа и пункта.

6. Геологу и геофизику может оказаться удобным читать работу в такой последовательности: главы I, V, IV, III, II. Желательно предварительно познакомиться со сборником «Взаимодействие наук при изучении Земли», АН СССР, 1963 и монографией Р. Миллера и Д. Кана «Статистические методы в геологических науках», «Мир», 1965. Физику, математику и философу, по-видимому, полезно предварительно ознакомиться с работой Дж. Джекобса, Р. Рассела и Дж. Уилсона «Физика и геология», «Мир», 1964.

7. Авторский коллектив благодарит членов-корреспондентов АН СССР Ю. А. Косыгина, В. Н. Сакса и Г. И. Марчука, д-ров физ.-матем. наук Ю. А. Журавлева и М. М. Лаврентьева, д-ра геол.-минерал. наук Ф. Г. Гурари, кандидата физ.-матем. наук А. С. Алексеева, канд. техн. наук Н. Г. Загаруйко за советы и замечания. Мы приносим благодарность также всем сотрудникам ИГиГ СО АН СССР, СНИИГГиМСа Министерства геологии СССР, Института математики и Вычислительного центра СО АН СССР, которые приняли участие в обсуждении данной работы. Авторский коллектив благодарит Е. Г. Воронину за большую помощь в оформлении работы.

ГЛАВА I

МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ ПРИМЕНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ И ЭВМ В ГЕОЛОГИИ

Предварительные замечания

1. Цель настоящей главы заключается в том, чтобы попытаться выяснить, опираясь на известные положения марксистско-ленинской теории познания и имеющийся опыт геологии и других наук (в первую очередь физики, экономики, биологии), наиболее эффективные пути внедрения математических методов и ЭВМ в геологию.

Следует отметить, что по вопросам эффективного внедрения математических методов и ЭВМ в геологию в настоящее время, по-видимому, нельзя вывести каких-либо окончательных суждений. Это обстоятельство связано в первую очередь с недостаточной разработанностью методологии самой геологии.

2. Как известно, в узком смысле под методологией какой-либо конкретной науки понимают [39]:

во-первых, логическое обоснование существующих и логическую разработку новых методов исследования;

во-вторых, анализ соотношений между теорией и практикой;

в-третьих, определение главных направлений исследования;

в-четвертых, выработку критериев для оценки исследований;

в-пятых, анализ взаимосвязей с другими науками.

В настоящее время исследование методологических проблем науки принято рассматривать как один из основных стимулов прогресса, в частности как действенное средство борьбы с консерватизмом, предвзятыми мнениями и предрассудками [39, 45].

Если просмотреть литературу по общей геологии, литологии, петрографии, структурной геологии и стратиграфии, опубликованную за последние 20 лет, то можно убедиться, что работ по логическому обоснованию существующих и по логической разработке новых методов исследования, по анализу соотношений между теорией и практикой, по выработке критериев для оценки исследований фактически нет. По вопросам же выбора главных направлений исследования встречаются самые различные, порой взаимоисключающие друг друга мнения. Сошлемся, например, на работы [1, 2, 8, 11, 34, 41, 48, 51, 53, 54, 57, 58, 59, 70, 71, 73, 77, 79, 80, 81]. Что же касается взаимосвязи с другими науками, то до сих пор остается спорным даже вопрос о взаимоотношениях между геологией и геофизикой [2, 34, 77, 80, 81, 88].

3. Для выбора наиболее эффективного пути внедрения математических методов и ЭВМ в геологию с общих позиций основными методологическими вопросами являются, по-видимому, вопросы логического обоснования существующих теоретических методов геологии и вопросы взаимосвязи между геологией и физико-математическими науками.

4. Заметим, что содержание этой главы тесно связано со всем последующим. В частности, многие выводы и все критические высказывания подкреплены дальнейшим изложением.

§ 1. Существующие представления об эффективных путях внедрения математических методов и ЭВМ в геологию

1. Среди ведущих геологов сейчас не имеется единого мнения по вопросу о целесообразности и необходимости привлечения математических методов и ЭВМ в геологию. Та точка зрения, которая разделяется большинством, изложена в работе [8] на стр. 22: «...Математически обоснованный опыт в геологии не играет и не может играть решающей роли». По-видимому, аналогичная точка зрения изложена в статье [2]. В качестве тех соображений, которые выдвигаются обычно в защиту этой точки зрения, фигурирует: историзм геологии, сложность объектов ее исследования, в основном качественный характер геологических сведений, неполнота геологических сведений. Есть веские основания полагать, что до тех пор, пока эта точка зрения является господствующей среди ведущих геологов, независимо от того, выражается ли она явно или нет, ни о каком эффективном внедрении математических методов и ЭВМ в геологию не может быть и речи. Анализ этой точки зрения составляет первый методологический вопрос геологии, связанный с внедрением математических методов и ЭВМ.

2. Может показаться, что эту точку зрения можно легко опровергнуть. Действительно, приведенные выше соображения,

с общих позиций, скорее могут быть истолкованы в пользу широкого применения математических методов и ЭВМ, а не наоборот: историзм предполагает рассмотрение объектов исследования во времени (притом геологическом [8]), для чего требуется специальный математический аппарат; сложность объектов исследования предполагает и сложность методов исследования, а сложные методы исследования не могут быть созданы вне учета математических методов и ЭВМ; в отличие от той математики, с которой мы знакомы по вузовским программам, современная математика, в частности математическая логика, пригодна для исследования и качественных отношений; естественно также, что чем меньше информации мы имеем, тем с большей тщательностью мы должны ее обрабатывать, а математические методы и ЭВМ представляют сейчас наиболее эффективные средства обработки информации.

Однако с точки зрения ведущих геологов, в настоящее время нет таких фактов, которые подкрепляли бы эти позиции достаточно основательно.

По-видимому, говоря об эффективном внедрении математических методов и ЭВМ в геологию, следует различать два существенно разных направления такого внедрения. Первое направление имеет целью получение практических выводов из существующих теоретических представлений и моделей геологии, второе — совершенствование теоретических представлений и моделей геологии.

Если взглянуть с позиций первого направления, а именно это и имеется в виду, положим, в работах [8] и [2], то точка зрения, изложенная там, оказывается, вообще говоря, не лишенной оснований, несмотря на то, что она подкрепляется неудачными аргументами. Если же взглянуть с позиций второго направления, то господствующая сейчас точка зрения на внедрение математических методов и ЭВМ не представляется достаточно аргументированной.

Если условиться иметь в виду оба возможных направления, то, опираясь на работы [3, 4, 5, 6, 7, 22, 23, 24, 26, 30, 32, 33, 40, 43, 44, 46, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 67, 68, 72, 75, 76, 78, 82], можно считать твердо установленной целесообразность и необходимость внедрения математических методов и ЭВМ в геологию, полагая, что ограничения, если они есть, могут быть обусловлены только состоянием наших теоретических представлений, с чем, разумеется, нельзя не считаться.

3. Анализ литературы показывает, что в настоящее время существуют две точки зрения на вопросы эффективного внедрения математических методов и ЭВМ в геологию.

Большинство исследователей считает, что наиболее целесообразно отталкиваться от уже существующих представлений геологии, без их формального освоения, непосредственно переходя к математической обработке имеющихся экспериментальных данных и конкретным выводам [12, 14, 16, 42, 55, 56].

Другие считают, что такой путь не может быть признан целесообразным. Существующие теоретические представления геологии являются сейчас неформализованными. Внедрение математических методов и ЭВМ на основе неформализованных геологических представлений не может привести к бесспорным результатам. Необходима предварительная формализация наших представлений [17, 74].

По-видимому, различие в точках зрения обусловлено в основном разными представлениями о существе и возможностях математических методов и ЭВМ, различной оценкой состояния теоретических представлений геологии, различными требованиями, которые предъявляются к результатам такого внедрения, а главное, различным пониманием соотношений между содержательными теориями и математикой.

Сторонники первого пути ссылаются на уже существующий довольно обширный и, в некотором смысле, весьма полезный опыт. Его оценка ведущими геологами ясна из п. I. Сторонники же второго пути аргументируют свою точку зрения методологическими и теоретическими соображениями.

Следует считать, что обстоятельный анализ этих двух точек зрения составляет, по-видимому, второй методологический вопрос геологии, связанный с внедрением математических методов и ЭВМ. От нашего умения выбирать для каждой конкретной геологической проблемы тот или иной путь (и от умения его реализовать), в конце концов, тоже будет зависеть эффективность внедрения, о котором идет речь. Попытаемся провести такой анализ.

§ 2. К оценке существующих результатов внедрения математических методов и ЭВМ в геологию

1. В силу ряда обстоятельств внедрение математических методов и ЭВМ в геологию, как мы условились ее понимать, шло, если исключать классические модели физики и химии, только по первому направлению (§ 1, п. 2), по линии использования известных вероятностно-статистических методов, в основном приемов математической обработки результатов наблюдений и математической статистики.

2. В настоящее время имеется более 6000 работ, связанных с подобным применением вероятностно-статистических методов и ЭВМ в геологии. Уже неоднократно предпринимались попытки провести обзор этих работ и как-то систематизировать полученные результаты [12, 13, 14, 15, 83, 84, 86, 87, 88, 89, 90, 91]. По-видимому, эти попытки проводились в различных частных целях, и на их основе затруднительно получить интересующие нас общие методологические выводы и оценки. Представляется, что получение таких выводов и оценок является настоятельной и крайне важной задачей, требующей усилий большого коллектива. Сейчас ограничимся только некоторыми соображениями, основываясь лишь на § 1, пп. 1, 2, частных замечаниях и аналогиях с другими областями знаний.

3. Дополнительно к тому, что отмечалось в § 1, пп. 1, 2 и в работах [12, 13, 14, 15, 83, 84, 86, 87, 88, 89, 90, 91], в наших целях полезно обратиться, например, к минералогии и петрографии, где вероятностно-статистические методы и ЭВМ применяются наиболее широко и, видимо, наиболее удачно, и попытаться ответить на следующие вопросы:

во-первых, какова техника использования вероятностно-статистических методов;

во-вторых, каков круг задач, решаемых этими методами;

в-третьих, каким образом проводится методологическое обоснование применения вероятностно-статистических методов;

в-четвертых, на каких формальных представлениях базируется их применение.

4. Первые работы по применению вероятностно-статистических методов в минералогии и петрографии относятся к концу XIX и началу XX в. [37, 38, 92, 93]. В этих работах даются примеры статистического обобщения результатов анализа «состава горных пород» с целью решения задачи о «характеристике и границах главных семейств горных пород», а также даются примеры выделения «парагенетических типов минералов» и выяснения связи «между составом и свойствами минералов переменного состава». Иначе говоря, с точки зрения решаемых задач в этих работах вероятностно-статистические методы применяются для экономного представления экспериментального материала, а также для описания связей между отдельными характеристиками исследуемых объектов. С точки зрения технической эти работы связаны с привлечением простейших приемов математической статистики и их использованием без построения каких-либо оценок.

Применение вероятностно-статистических методов в этих работах обосновывается, по-видимому, неполнотой теоретических и экспериментальных данных [1] и базируется на известных в то время физико-химических представлениях, а также таких понятиях, как «минерал», «горная порода», «главные семейства горных пород», «парагенетический тип минералов» и т. д., которые представляются «с геологических позиций совершенно ясными», но отнюдь не являются таковыми с формальных позиций (глава III, § 1).

Достаточно широкого отклика среди геологов эти работы не получили. Это, по-видимому, было связано, помимо прочего, с тем, что в них реализовался, по существу, наивный [2] физико-химический подход к «минералам» и «породам», геологическая интерпретация которого была крайне неоднозначной.

До 1940 г. опубликовано сравнительно небольшое количество работ, где рассматриваются с вероятностно-статистических позиций те же задачи экономного представления экспериментального материала и описания связей между отдельными характеристиками исследуемых объектов. В смысле методологического обоснования, а также набора базовых понятий в этих работах все обстоит аналогично предыдущему. Однако в них замечен рост техники применения вероятностно-статистических методов. В ряде работ, например [85], уже даются количественные оценки «точности» представления экспериментального материала и «тесноты» связи между отдельными характеристиками. Достаточно широкого отклика среди геологов эти работы тоже не имели, видимо, по тем же причинам.

Начиная с 1940-х годов количество работ, связанных с применением вероятностно-статистических методов в минералогии и петрографии, быстро растет. Расширяется круг решаемых вопросов за счет появления задач статистической проверки гипотез. Заметно растет техника применения вероятностно-статистических методов, привлекаются ЭВМ. Работы по «выяснению типов законов распределения частот содержания элементов», по «линейному корреляционному анализу парагенезисов», по «использованию многомерного статистического анализа для исследования связей между характеристиками», по «исследованию поверхности тренда» и др. показывают, что

---

[1] В статье [37] отмечалось: «... есть такие правильности, такие закономерности, такие обобщения, которые или не укладываются в рамки физико-химических законов, или если и укладываются, то будут раскрыты лишь тогда, когда будет пройден очень длинный и трудный путь проявлений физико-химических законов... А между тем, желательно теперь же по возможности подойти к этим закономерностям. В этом отношении нам и помогает статистический метод».

[2] С точки зрения геологов.

сейчас в минералогии и петрографии применяется почти весь набор современных вероятностно-статистических методов и часто на должном техническом уровне. В этих работах методологическое обоснование применения вероятностно-статистических методов толкуется с позиций особенностей «геологических процессов» (глава IV, § 1). По-видимому, такое «генетическое» толкование не может быть оправдано с формальных позиций, но удобно с точки зрения принятого в геологии подхода. Эти работы по-прежнему, с одной стороны, базируются на наивных физико-химических представлениях, а с другой стороны, опираются на совершенно неудовлетворительные с формальных позиций собственные понятия минералогии и петрографии. В силу последнего обстоятельства в них не содержится сколько-нибудь строгих постановок задач и, естественно, полученные результаты исключают какую-либо строгую трактовку. Именно неоднозначность и спорность трактовок и является, по-видимому, основным тормозом для дальнейшего расширения применения этих методов в минералогии и петрографии, а отнюдь не косность некоторых исследователей, как иногда принято считать.

5. Учитывая § 1, пп. 1, 2, ту обзорную литературу, на которую мы уже ссылались, и частные замечания пп. 2 и 3, по-видимому, можно полагать, что вероятностно-статистические методы в геологии применяются сейчас на плохой формальной базе: с одной стороны, используются вполне корректные понятия физики и химии, с другой стороны, используются некорректные с формальных позиций понятия геологии. Геологические задачи, решаемые с привлечением вероятностно-статистических методов, связаны в подавляющем большинстве с экономным представлением экспериментального материала, анализом связи между наборами свойств и статистической проверкой физико-химических гипотез или геологических гипотез о зависимости свойств объектов от координат. В этих задачах используется почти весь арсенал современных вероятностно-статистических методов. Однако до сих пор применение этих методов не затрагивало каких-либо существенных вопросов теоретической геологии, в частности ее понятийной базы. Это обстоятельство является в высшей степени подозрительным. Создается впечатление, что во многих случаях применение вероятностно-статистических методов в геологии имеет тот же смысл, что и применение, положим, механики в геологии [27]. По-видимому, создавшееся положение таково, что общая теоретическая ценность результатов, полученных вероятностно-статистическими методами, не очень велика, а их практическая ценность определяется тем, насколько удачно дается их геологическая интерпретация.

Известный произвол в геологической интерпретации тормозит широкое распространение вероятностно-статистических методов среди геологов, а отсутствие строгих постановок задач и «генетическое» их толкование тормозит привлечение химиков, физиков и математиков к их решению. По-видимому, нет никаких оснований недооценивать усилия многих исследователей, которые занимались и занимаются внедрением вероятностностатистических методов и ЭВМ в геологию, по первому направлению (§ 1, п. 2), однако нельзя не понимать и тех ведущих геологов, кто скептически оценивает их теоретическую и практическую ценность.

Во всяком случае опыт экономики и биологии говорит о том, что только привлечение вероятностно-статистических методов не дает нужного результата, если не затрагивать основные вопросы содержательных теорий [46].

§ 3. Существо и возможности математических методов исследования

1. Программы по математике геологических вузов не дают полного представления о существе и возможностях математических методов исследования.

2. По-видимому, о существе и возможностях математики наиболее удачно сказано в работах [9, 10]. Сейчас существенно, что:

во-первых, математика — это прежде всего доказательство фактов, вытекающих из той или иной системы формализмов;

во-вторых, объектами исследования в математике являются так называемые формальные конструкции, математические методы исследования применимы только к такого рода объектам;

в-третьих, математические методы исследования следует рассматривать не только как средство доказательства уже известных фактов и выводов, но и как мощное, но вспомогательное орудие для установления новых фактов и выводов.

3. В связи с первым и вторым уместно привести из книги [10] такое высказывание: «...с времен древних греков говорить «математика» значит говорить «доказательство». В статье [44] А. А. Марков отмечал: «...Самая важная черта математических методов не то, что они являются количественными, не то, что они обычно связаны со счетом и измерением, а то, что они ведут к уточнению научных представлений. Существо математики —

это точность понятий и строгость выводов. Поэтому математические методы применимы только в тех науках, которые являются достаточно зрелыми для этого, у которых выработались четкие понятия или, по крайней мере, вполне осознана необходимость их выработки» [3].

Имея в виду третье, следует отметить, что вопрос о соотношениях между содержательными теориями и математикой слабо разработан. Однако опыт, положим, физики бесспорно показывает, что возможности применения математики определяются формальным совершенством содержательной теории. При построении удовлетворительной содержательной теории нельзя обойтись без уже готовых или предварительно построенных формальных конструкций, которые, как отмечалось, например, в работе [62], физики черпают прежде всего из математики. Физики всегда требуют, чтобы теория удовлетворяла необходимым формальным требованиям, и любой факт считается теоретически обоснованным только тогда, когда он обоснован математически. В процессе такого обоснования часто математически устанавливаются новые факты и выводы, появляются новые математические идеи [24]. Опыт физики, биологии, экономики показывает, что при отсутствии содержательной теории, удовлетворительной с формальных позиций, никакие математические методы и ЭВМ, сами по себе, не могут дать эффективных результатов. Любопытный пример в этом отношении дает теоретическая механика. Как известно, пока нет удовлетворительной теории трения. Имеется много экспериментальных фактов и достаточно мощный математический аппарат, а также ЭВМ. Однако совсем не ясны пути получения каких-либо принципиальных результатов по вопросам трения. Интересные примеры, связанные с обусловленностью эффективности применения математических методов и ЭВМ состоянием со-

[3] Если взглянуть с этих позиций, которые, по-видимому, нельзя оспаривать, на работы, о которых шла речь в предыдущем параграфе, то их следует признать носящими математический характер в основном по форме. В практических выводах, которые содержатся в упомянутом выше докладе экспертной комиссии Госгеолкома СССР, говорится: «Для успешной работы абсолютно необходима перестройка способа мышления геолога. Для последнего крайне типично мышление образами детерминированных схем. Это приносит огромный вред геологии как науке в целом. Оперативное использование математических методов требует мышления вероятностными категориями». По-видимому, лучше было бы сказать, что «оперативное использование математических методов» требует формального мышления [46], а категории нужны такие, которые отвечают существу дела. Не очень правильно противопоставлять детерминированные и вероятностные «категории».

держательной теории, приводятся в монографии [82]. По этой причине для выбора эффективного пути внедрения математических методов и ЭВМ в геологию очень важно суметь объективно оценить формальное состояние содержательных теоретических построений геологии.

§ 4. К характеристике современных теоретических представлений геологии с формальных позиций

1. По вопросам оценки современных теоретических представлений геологии с общих позиций существуют самые различные точки зрения. В качестве примеров пессимистической точки зрения можно привести, в частности [1, 3, 54, 57], в качестве примеров оптимистической точки зрения можно привести, например [41, 51, 77, 81], а также целую серию других работ, являющихся ответом на [3]. Любопытно, что, по существу, различные точки зрения по этим вопросам иногда высказываются одним и тем же автором [1, 2].

Общая оценка современных теоретических представлений геологии не входит в нашу задачу. Однако прежде чем перейти к оценке этих представлений с формальных позиций, необходимо сделать несколько общих замечаний.

2. Если проанализировать существующие, к сожалению очень немногочисленные, курсы и специальные работы по истории геологии, например [66] и [49], а также разобраться в существующих руководствах, положим по литологии, петрографии, структурной геологии и стратиграфии, то можно найти много противоречащих друг другу подходов и точек зрения по любым важным теоретическим вопросам.

Как теоретическая дисциплина геология оформлялась при крайне несовершенных экспериментальных способах исследования. Практически в роли основных приборов выступали сами геологи. Основополагающей была (и, по-видимому, в значительной мере есть) мысль, что все новое и важное дают полевые наблюдения, а не теоретические построения, что геологические объекты исследования индивидуальны и неповторимы. Налицо был принципиальный отказ от каких-либо формальных схем. Теоретические выводы (если их можно назвать теоретическими в современном смысле) проводились и проводятся сейчас на языке, полном образных выражений, метафор, сравнений, наглядных аналогий. Естественно, теоретические геологические выводы целиком основывались на интуиции (как правило, связанной с генезисом), а также убеждениях их авторов [2][4].

3. С формальных позиций оценку современного состояния теоретических представлений геологии естественно вести по трем направлениям: по используемым системам понятий, по используемым классификациям и по используемому языку. Было показано [35, 36, 47], что как существующие системы понятий, так и сами понятия геологии, в первую очередь литологии, петрографии, структурной геологии и стратиграфии, не удовлетворяют даже необходимым классическим требованиям формальной логики [31]. Анализ очень значительного числа классификаций [18, 19, 20, 21, 25, 29] показал, что с формальных позиций все они совершенно неудовлетворительны. Относительно геологического языка было установлено [36], что он представляет собой набор разговорных диалектов с громоздким запасом слов и с неопределенной семантикой, является неоднозначным, субъективным, допускающим индивидуальное толкование [69].

По-видимому, современные теоретические представления геологии не могут служить базой для эффективного внедрения математических методов и ЭВМ в геологию.

§ 5. О выборе эффективного пути внедрения математических методов и ЭВМ в геологию

1. Для того, чтобы наметить эффективный путь внедрения математических методов и ЭВМ в геологию, следует, так сказать, оценить, с известной осторожностью, те приобретения и потери, которые возможны на различных направлениях, а также и в том случае, если таким внедрением вообще не заниматься.

2. Если выбрать в качестве генерального первое направление (§ 1, п. 2), то в качестве приобретения мы будем иметь кажущийся выигрыш во времени при решении практических задач, а также можем получить результаты, которые, может случиться, окажутся верными. Потери же будут заключаться в том, что, во-первых, нельзя будет ставить и решать в математическом смысле геологические задачи принципиального тео-

---

[4] Соображение о том, что «математику оказывается недоступной сложность природного явления и внутренняя его нерасчленимость» [2], вызывает крайнее недоумение, а «способность геолога оперировать неясными понятиями» должна вызвать осуждение, а не преклонение. Кроме того, успехи геологии в деле обеспечения народного хозяйства никак не могут служить основанием для высокой оценки теоретических достижений геологии, хотя бы по той причине, что эти успехи не с чем сравнить

ретического характера; во-вторых, нельзя будет со строгих позиций оценивать полученные результаты. Всякий раз, когда результаты, полученные за счет внедрения математических методов и ЭВМ, будут входить в противоречие с традиционными теоретическими представлениями, у нас не будет каких-либо критериев для устранения этих противоречий. У нас и за рубежом имеется значительное количество работ, где декларируется создание «статистической геологии», «математической геологии», «кибернетической геологии» и даже «геологической кибернетики» [5] и на основе практически чисто терминологического использования теории вероятности, математической статистики, теории информации, линейного программирования, теории игр и так далее делается попытка решить важные геологические задачи, например [52] и [28]. В подобных работах отсутствует доказательство того, что удалось в таких-то предположениях формально записать решаемую геологическую задачу и что данная формально записанная задача, хотя бы в каких-либо частных предположениях, действительно имеет решение, относящееся к области математики. По-видимому, не составляет труда достаточно правильно указать принципиальные возможности применения математических методов и ЭВМ и «решить» ряд частных задач в любой области человеческой деятельности, включая богословие, но попытки подменить содержательные трудности теории каким-либо формальным аппаратом, пусть самым сложным, противоречат основному принципу научного подхода, который физики называют здравым смыслом

3. Если выбрать как генеральное второе направление, то в качестве приобретения мы будем иметь возможность значительно усовершенствовать теоретические представления и модели геологии, появится возможность ставить и решать в математическом смысле принципиальные теоретические, а впоследствии и прикладные задачи геологии. Потери же будут заключаться в следующем. Во-первых, налицо будет про-

[5] По-видимому, следует считать, что в целях организации новых, в особенности математических, наук совершенно недостаточно указать на новую комбинацию предмета и метода. Например, сказать, что под математической геологией (психологией, физиологией, эмбриологией и т. д.) понимается дисциплина, занимающаяся изучением распределений вероятностей случайных величин (алгебраических уравнений, дифференциальных уравнений, интегральных уравнений и т. д.) для получения информации о геологических (психологических, физиологических, эмбриологических и т. д.) процессах. Организовать новую математическую науку — это значит создать новый набор основных рабочих понятий и сформулировать новые математические задачи.

игрыш во времени, при решении различного рода прикладных геологических задач. Во-вторых, может возникнуть необходимость значительной перестройки схем и способов получения геологических сведений, что может потребовать экономических затрат, которые окупятся только через значительный срок.

4. Если же отказаться от такого внедрения, о котором идет речь, то никаких приобретений, исключая, быть может, чисто психологическое чувство успокоенности, мы не получим. Возможные же потери, по-видимому, будут столь велики, что их нельзя переоценивать. Видимо, при этом геологии будет уготовлена судьба, о которой говорилось в книге [3].

Дело в том, что геолог выступает в двух функциях: во-первых, как непосредственный наблюдатель, во-вторых, как теоретик, пытающийся истолковать наблюдаемые факты, синтезируя физические, химические и биологические представления [70, 71]. Комплексность такого теоретического подхода выводит геолога на позиции идейного руководителя по сравнению с остальными специалистами, в частности геофизиком и геохимиком. С течением времени функции геолога-наблюдателя постепенно сокращаются, а функции геолога-теоретика все время возрастают. До тех пор, пока наши физические, химические и биологические представления были связаны с достаточно немногочисленными данными и были просты, традиционный геологический метод в какой-то мере позволял проводить нужный синтез. По мере накопления физических, химических и биологических данных, по мере усложнения наших физических, химических и биологических представлений все более явным образом сказываются недостатки геологического метода, о которых шла речь в § 4, пп. 2, 3. Геология, в известном смысле законно претендующая на руководящую роль, оказалась теоретически плохо вооруженной до такой степени, что фактически почти потеряла контроль над геофизикой и геохимией. Разумеется, здесь главная причина не в центробежных тенденциях отдельных геофизиков и геохимиков [51, 77], а в современных теоретических представлениях геологии, в их неспособности взять на себя, по существу, те синтезирующие функции, которые должны быть присущи им по положению.

5. Можно считать, что в вопросе выбора эффективного пути внедрения математических методов и ЭВМ в геологию мы стоим, образно говоря, перед дилеммой: либо выбрать первое (§ 1, п. 2), более легкое, но очень спорное направление, либо выбрать второе (§ 1, п. 2), более трудное, но бесспорное направление. В процессе выбора следует учитывать не только потери и приобретения, о которых шла речь в пп. 3, 4, но и характер тех будущих отношений между геологией и математикой, которые будут желательны для нас. По-видимому, нам следует стремиться к таким отношениям между геологией и математикой, которые сейчас существуют между физикой и математикой (§ 3, п. 3), если нас не устраивает роль слепых потребителей.

В связи со сказанным, по-видимому, есть все основания полагать, что в качестве генерального направления внедрения математических методов и ЭВМ в геологию следовало бы выбрать первое. Было бы крайне ошибочно отрывать вопросы внедрения математических методов и ЭВМ в геологию от вопросов совершенствования теоретических представлений геологии как в смысле развития специальных формализмов для формального освоения предшествующего опыта геологии, так и в смысле совершенствования физико-химических, биологических и геологических моделей. Однако мы не можем не учитывать и те острые потребности практики, которые имеются на сегодняшний день. По этой причине, видимо, наиболее целесообразно предусмотреть оба направления внедрения математических методов и ЭВМ в геологию:

во-первых, использование имеющегося запаса абстрактных понятий математики для совершенствования теоретических представлений геологии (в первую очередь системы понятий, классификаций и языка) и использование математических методов и ЭВМ для построения подходящих физико-химических, биологических и геологических моделей;

во-вторых, использование математических методов и ЭВМ для обработки данных наблюдений и экспериментов с целью получения практически интересных выводов в тех задачах, в которых имеющиеся теоретические представления геологии удовлетворяют хотя бы минимальным формальным требованиям.

Принимая такого рода компромиссное решение, видимо, следует, во-первых, особо стимулировать исследования в первом направлении; во-вторых, избегать излишнего оптимизма и излишнего нигилизма относительно геологии: необходимо учитывать существо и возможности математических методов, необходимо отдавать себе отчет в том, что при внедрении математических методов и ЭВМ в геологию следует опираться прежде всего на теоретические представления геологии, которые уже выработаны и которые, несмотря на все их формальные недостатки, являются практически основным источником дальнейшего прогресса, если подойти к ним с правильных позиций.

Заключение

С целью выяснения наиболее эффективного направления внедрения математических методов и ЭВМ в геологию, в первую очередь литологию, петрографию, структурную геологию и стратиграфию, были предприняты попытки решить два, по-видимому, основных методологических вопроса геологии, связанных с таким внедрением (§ 1, пп. 1, 3). На основе решения этих вопросов были предложены пути эффективного внедрения математических методов и ЭВМ в геологию (§ 5, п. 5).

По-видимому, успех дела во многом будет зависеть от устранения веры в непостижимую с формальных позиций исключительность и специфичность геологии, некритического отношения к традиционному геологическому методу исследования, веры в незыблемость традиционных теоретических основ геологии и принципиальную невозможность и ненужность их формального осмысливания и улучшения. Не может быть хорошо геологически то, что плохо логически. В противном случае в геологии придется отвергнуть превосходство разума над интуицией, следуя теориям Сорели и Бергсона ([3], стр. 119). Видимо, значительных сдвигов нельзя будет добиться, если не ввести для теоретических геологических работ традиционного плана в качестве необходимого критерия формальные требования, прежде всего относительно используемых понятий, классификаций и языка, а для геологических работ, связанных с применением математических методов и ЭВМ, не потребовать доказательства хотя бы того, что в каких-либо предположениях данная геологическая задача может быть записана формально и такая запись позволяет получить хотя бы частные решения математического характера [6].

Есть основание полагать, что крайне полезным было бы начать интенсивную разработку методологических проблем геологии и изучение ее истории.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Белоусов В. В.* О современном состоянии теоретической геологии. «Природа», 1953, № 2.
2. *Белоусов В. В.* О путях развития геологической науки. «Сов. геология», 1963, № 1.
3. *Бернал Дж.* Наука в истории общества. ИЛ, 1956.

[6] Более строго говоря, необходимо потребовать доказательства существования и единственности решения, чтобы избежать тех погрешностей, которые имеются, положим, в работе [50].

4. *Бирюков Б. В., Пиркин А. Г.* Гуманитарные науки, логика и кибернетика. Сб. «Кибернетика, мышление, жизнь». М., «Мысль», 1964.
5. *Бор Н.* Атомная физика и человеческое познание. М., ИЛ., 1962.
6. *Бор Н.* О единстве человеческих знаний. УФН, 1962, т. 36, № 1.
7. *Бриллюэн Л.* Наука и теория информации. Физматгиз, 1960.
8. *Бубнов С. Н.* Основные проблемы геологии. Изд-во МГУ, 1960.
9. *Бурбаки Н.* Очерки по истории математики. ИЛ, 1963.
10. *Бурбаки Н.* Теория множеств. М., «Мир», 1965.
11. *Виноградов А. П.* Доклад на общем собрании АН СССР (3—5 февраля 1964 г.). «Вестн. АН СССР», 1964, № 4.
12. *Вистелиус А. Б.* Проблемы математической геологии. «Геология и геофизика», 1962, № 12, 1963, № 7, 12.
13. *Вистелиус А. Б.* Определение состояния разработки математических методов и электронных вычислительных машин в практике геологоразведочных работ. Докл. эксперт. комиссии Госгеолкома. М., 1963.
14. *Вистелиус А. Б.* Задачи геохимии и информационные меры. «Сов. геология», 1964, № 12.
15. *Вистелиус А. Б.* Математические методы в геологии. «Сов. геология», 1964, № 12.
16. *Вистелиус А. Б.* Основные типы математических решений задач современной геологии. «Разведка и охрана недр», 1964, № 6.
17. *Воронин Ю. А.* О возможностях применения современной математики в геологии. «Геология и геофизика», 1963, № 1.
18. *Воронин Ю. А.* и др. Краткие результаты анализа некоторых геологических классификаций. Сб. «Опыт анализа и построения геологических классификаций на основе представлений конечной математики». Под ред. Э. Э. Фотиади. Тр. ИГиГ СО АН СССР, Новосибирск, 1964.
19. *Воронин Ю. А., Гольдина Н. А.* О математико-логическом анализе геологических классификаций (на примере классификаций в геологии нефти и газа). — Тр. СНИИГГиМСа, 1964, вып. 32.
20. *Воронин Ю. А., Гольдина Н. А.* Упрощенная схема математико-логического разбора геологических классификаций. «Геология и геофизика», 1964, № 9.
21. *Воронин Ю. А., Гольдина Н. А.* Пример совместного упрощенного математико-логического разбора геологических классификаций. «Геология и геофизика», 1965, № 2.
22. *Глушков В. М.* Мышление и кибернетика. Сб. «Диалектика в науках о живой природе». «Мысль», 1964.
23. *Гнеденко Б. В.* О роли математических методов в биологических исследованиях. «Вопросы философии», 1959, № 1.
24. *Гнеденко Б. В.* Роль математики в развитии современного естествознания. Сб. «Диалектика в науках о живой природе». «Мысль», 1964.
25. *Гольдина Н. А.* Применение упрощенного математико-логического анализа на примере классификации залежей нафти и газа И. О. Брода. Сб. «Опыт анализа и построения геологических классификаций на основе представлений конечной математики». Под ред. Э. Э. Фотиади. Тр. ИГиГ СО АН СССР, Новосибирск, 1964.
26. *Горский Д. П.* О видах научных абстракций и способах их обоснования. «Вопросы философии», 1961, № 9.
27. *Гуревич Г. И.* О так называемом «механическом анализе» в геологической литературе. «Изв. АН СССР», серия геофиз., 1954, № 3.
28. *Долицкий А. В.* Кодирование геологической информации «Сов. геология», 1965, № 8.
29. *Иванова М. Н.* Математико-логический анализ некоторых тектонических классификаций. Сб. «Опыт анализа и построения геологических

классификаций на основе представлений конечной математики». Под ред. Э. Э. Фотиади. Тр. ИГиГ СО АН СССР, Новосибирск, 1964.

30. *Казаковцев В. С.* Кибернетика и некоторые вопросы взаимосвязи наук. «Вопросы философии», 1962, № 3.
31. *Клаус Г.* Введение в формальную логику. ИЛ, 1960.
32. *Кольман Э.* Математика в новых областях знаний. «Природа», 1964, № 1.
33. *Копнин П. В., Крамский С. Б.* Заметки о логике современной и традиционной. «Вопросы философии», 1965, № 7.
34. *Косыгин Ю. А.* О положении геологии среди других наук и об основных проблемах геологии. «Геология и геофизика», 1963, № 8.
35. *Косыгин Ю. А., Воронин Ю. А., Соловьев В. А.* Опыт формализации некоторых тектонических понятий. «Геология и геофизика». 1964, № 1.
36. *Косыгин Ю. А., Воронин Ю. А.* Некоторые фундаментальные понятия структурной геологии. «Геотектоника», 1965, № 1.
37. *Левинсон-Лессинг Ф. Ю.* О пределах и подразделении семейства андезитов.— Изв. Геолкома, 1924, т. 43, № 6.
38. *Левинсон-Лессинг Ф. Ю.* Статистическая характеристика семейства трахитов. «Изв. АН СССР», серия геол., 1930, № 1.
39. *Методологические проблемы естествознания и общественных наук.* Общее заседание Президиума АН СССР. «Вестн. АН СССР», 1963, № 11.
40. *Мушкетов Д. И.* Физическая геология. ОНТИ, 1935.
41. *Наливкин Д. В.* Будущее геологии. «Природа», 1961, № 10.
42. *Нестеров Н. И.* О методах математического анализа в геологии. Тр. СГИ. Вопросы геологии и горного дела. Свердловск, 1959.
43. *Новик И. Б.* Моделирование и его роль в естествознании и технике Сб. «Диалектика в науках о неживой природе». «Мысль», 1964.
44. *Общие вопросы применения математики в экономике и планировании.* АН СССР, 1961.
45. *Оже Пьер.* Современные тенденции в научных исследованиях. Пер. с франц. ЮНЕСКО, 1963.
46. *О некоторых вопросах современной математики и кибернетики.* «Просвещение», 1965.
47. *Опыт анализа и построения геологических классификаций на основе представлений конечной математики.* Под ред. Э. Э. Фотиади. — Тр. ИГиГ СО АН СССР, Новосибирск, 1964.
48. *О развитии геологических исследований в АН и МГиОН.* «Изв. АН СССР», серия геол. 1963, № 1.
49. *Очерки по истории геологических знаний* (ч. I и II). Изд-во АН СССР, 1953.
50. *Польстер Л. А., Зайдел А. Р.* Использование электронно-вычислительных машин для решения некоторых геологических задач. Л., «Недра» 1965.
51. *Поспелов Г. Л.* О характере геологии как науки и ее место в естествознании. «Изв. АН СССР», серия геол. 1960, № 11.
52. Применение кибернетики в геологии нефти и газа. М., ЦНИИТЭнефтегаз, 1964.
53. *Пустовалов Л. В.* В вопросу о путях развития геологической науки. Бюлл. МОИП, отд. геол., 1964, № 2.
54. *Пустовалов Л. В.* О состоянии и основных направлениях дальнейшего развития геологической науки. «Сов. геология», 1964, № 8.
55. *Рыбин А. И.* Математика и геология. «Природа», 1964, № 6.
56. *Сарманов О. В.* О применении математики в геологии. «Взаимодействие наук при изучении Земли» М., Изд-во АН СССР, 1963.

57. *Сидоренко А. В.* Геология и технический прогресс. «Экономическая газета», 28 июля, 1962.
58. *Сидоренко А. В.* Геология — наука будущего. В кн. «Развитие минерально-сырьевой базы страны и задачи геологической науки». «Знание», 1964.
59. *Сидоренко А. В.* Развитие минерально-сырьевой базы страны и задачи науки. «Вестн. АН СССР», 1964, № 7.
60. *Сифаров В. И.* О некоторых особенностях развития современной науки. «Вопросы философии», 1962, № 2.
61. *Сифаров В. И., Новик И.* Особенности современного естественно-научного познания. «Коммунист», 1963, № 15.
62. *Соболев С. Л., Ляпунов А. А.* Кибернетика и естествознание. Сб. «Философские проблемы естествознания». Изд-во АН СССР, 1959.
63. *Субботин А. П.* Что дает нам знание формальной логики. «Вопросы философии», 1960, № 4.
64. *Субботин А. П.* Идеализация как средство научного познания. Сб. «Проблемы логики научного познания». «Наука»., 1964.
65. *Тванец П. В., Швырев В. С.* Логика научного познания. Сб. «Проблемы логики научного познания». «Наука», 1964.
66. *Тихомиров В. В., Хаин В. Е.* Краткий очерк истории геологии. Госгеолтехиздат, 1956.
67. *Уемов А. И.* Некоторые тенденции в развитии естественных наук и принципы их классификации. «Вопросы философии», 1960, № 8.
68. *Уемов А. И.* Аналогия и модель. «Вопросы философии», 1962, № 3.
69. *Успенский В. А.* К проблеме построения машинного языка для информационной машины. Сб. «Проблемы кибернетики», вып. 2. 1959.
70. *Федоров Е. К.* Некоторые проблемы развития науки о Земле. Сб. «Взаимодействие наук при изучении Земли». Изд-во АН СССР, 1963.
71. *Федоров Е. К.* Замечания в ходе дискуссии. «Вопросы философии», 1964, № 6.
72. *Философские вопросы кибернетики.* М., Изд-во. соц.-экон. лит., 1961.
73. *Фотиади Э. Э.* Одна из весьма важных задач дальнейшего совершенствования наук о Земле. «Геология и геофизика», 1962, № 7.
74. *Фотиади Э. Э., Воронин Ю. А., Конторович А. Э.* Общие вопросы применения математики в геологии. «Геология и геофизика», 1965, № 12.
75. *Чавчанидзе В. В.* Модели науки и кибернетика. Сб. «Кибернетика, мышление, «жизнь». «Мысль», 1964.
76. *Шалютин С. М.* О кибернетике и сфере ее применения. Сб. «Философские вопросы кибернетики». М., Изд-во соц.-экон. лит., 1962.
77. *Шанцер Е. В.* Современная геология и ее место в естествознании. «Изв. АН СССР», серия геол. 1961, № 10.
78. *Штофф В. Л.* Гносеологические функции модели. «Вопросы философии», 1961, № 9.
79. *Щербаков Д. И.* Актуальные задачи современной геологии. «Вестн. АН СССР», 1962, № 1.
80. *Щербаков Д. И.* Об особенностях современного состояния и тенденциях развития наук о Земле. Сб. «Взаимодействие наук при изучении Земли». М., Изд-во АН СССР, 1963.
81. *Щербаков Д. И.* Состояние и общее направление развития геологической науки в СССР. «Изв. АН СССР», серия геол., 1963, № 1.
82. *Экономисты и математики за круглым столом.* «Экономика», 1965.
83. *Agterberg F. P.* Statistical Techniques for Geological Data. — Tectonophysics, 1964, vol. 1, № 3.

84. *Anderson R. E.* Data processing of geological information.— Oilweek, 1964, 14, № 49.
85. *Dryden L.* A statistical method for the comparison of heavy mineral suites.— Am. J. Sci., 1935, 29, № 173.
86. *Krige D. G.* A review of the impact of statistics on mine valuation in the gold mining industry.— J. S. African Inst. Mining and Metallurgy, 1964, 64, № 8.
87. *Krumbein W. C.* Application of statistical methods to sedimentary rocks.— J. Amer. Statist. Assoc. vol. 49, № 265, 1964.
88. *Krumbein W. C.* Statistical analysis of facies maps.— J. Geol., 1955, vol. 63, № 5.
89. *Krumbein W. C.* The «geological population» as a framework for analysing numerical data in geology.— Liverpool and Manchester Geol. J., 1960, vol. 12.
90. *Krumbein W. C.* Some problems in applying statistics to geology — Appl. Statist., vol. X, № 2, 1962.
91. *Miller R. L. and Kahn I. S.* Statistical analysis in the geological sciences. N. Y. — L., 1962.
92. *Niggli P.* Anwendungen der mathematischen Statistik auf Probleme der Mineralogie und Petrologie.— N. I. Beil., Bd. 48, № 167, 1923.
93. *Reyer E.* Beiträge zur Physik der Eruptionen der Eruptivgesteine.— Wiena, 1877.

ГЛАВА II

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ КЛАССИФИКАЦИЙ

Предварительные замечания

1. Принято по методам исследования делить науки на «точные» и «описательные» в том смысле, что в «точных» науках в качестве основного средства исследований выступают модели, выражающиеся в тех или иных уравнениях, а в «описательных» науках такие модели отсутствуют. Различные авторы дают различную трактовку такому делению [43, 78]. Будем полагать, что такое разделение имеет смысл только в том, что оно подчеркивает, так сказать, различную степень формальной зрелости наук.

Есть некоторые основания полагать, что в «описательных» науках исследования не обходятся, вообще говоря, без моделей, но эти модели не выражаются в виде уравнений, а представляются классификационными построениями, которые, как правило, имеют недостаточно четкий формальный смысл. Иначе говоря, будем считать, что классификационные построения в «описательных» науках играют такую же фундаментальную роль, как уравнения в «точных» науках. По крайней мере, для геологии, в том смысле, как мы условились ее понимать, такая оценка классификационных построений не является преувеличенной. Можно сослаться, положим, на статью [66], где, в частности, отмечается, что «состояние классификаций изучаемых объектов отражает состояние всей соответствующей науки в целом».

2. Если считать ясным из интуитивных соображений, что понимается под классификационными построениями в геологии, то цель настоящей главы, кратко говоря, заключается в разработке основ такой теории, которая позволяла бы:

во-первых, формально уточнить, с какими именно классификационными построениями приходится иметь дело в геологии;

во-вторых, ответить на вопросы, как нельзя и как можно в определенных содержательных целях проводить эти построения;

в-третьих, выяснить, как наиболее эффективно проводить в определенных содержательных целях классификационные построения.

3. В основе нашего подхода лежит предположение, что любые классификационные построения в геологии являются формальным выражением модельных представлений [24, 27]. Никаких делений классификационных построений на «естественные», «искусственные» и др. [8, 57, 58, 69, 77] не предполагается. Всякое классификационное построение в геологии носит, что нельзя отрицать, формальный характер и потому является в таком смысле «искусственным». Разумеется, что ценность того или иного классификационного построения в геологии определяется содержательными аспектами: соответствием экспериментальным фактам; соответствием логических следствий, которые вытекают из этого построения, тем содержательным целям, которые были поставлены. Поскольку экспериментальная проверка и выводимость логических следствий, в строгом смысле, возможны только при использовании некоторой формальной методики получения классификационных построений, то можно говорить о корректных классификационных построениях, когда имеется возможность провести экспериментальную проверку и получить из этих построений некоторые логические следствия, и о некорректных классификационных построениях, когда такие возможности исключаются. Так как вытекающие из классификационных построений логические следствия могут отвечать поставленным содержательным геологическим целям, а могут и не отвечать им, то можно говорить о целесообразных и нецелесообразных классификационных построениях.

4. Будем опираться в дальнейшем на известные результаты конечной математики, с которыми можно познакомиться, например, по работам [1, 9, 10, 42, 44, 61, 65, 68, 81] [1], а также на исследования [20, 48, 56, 83] и результаты анализа большого числа геологических классификаций [26, 28, 29, 31, 37, 41].

5. Классификационные построения в геологии тесно связаны с вопросами выработки понятий, а следовательно, и тер-

[1] Геологу удобно начать с работ [40, 63, 64], переходя последовательно к работам [9, 44, 42, 1, 65, 61, 81, 68, 10, 56, 20, 83, 48, 46, 33, 84].

минов. Ради формальных удобств и простоты изложения условимся эти вопросы рассмотреть в следующей главе.

6. Отметим, что до последнего времени классификационные построения в науке вообще рассматривались только в рамках аристотелевой формальной логики [45] или в философском плане [69, 77]. Только в последнее время появились работы, где такого рода построения рассматриваются с математических позиций [25, 27, 54, 70, 91, 97]. Полученные результаты, еще далекие от необходимой строгости, в основном относятся к так называемым статистическим диагностическим классификациям [6] и проблемам распознавания образов (§ 6, пп. 9, 10).

В геологии же проблемы классификационных построений до самого последнего времени рассматривались только с позиций философского и наивно логического подхода, о чем можно судить по статье [66], которая, по-видимому, является лучшей работой традиционного плана, связанной с такими проблемами.

7. Начиная с этой главы будет широко использоваться символика. Отлично понимая, сколь непривычна она для геологов, мы вынуждены были ее привлечь. Роль удачной символики, как известно, очень велика [67] и выработка такой символики является весьма актуальной задачей геологии. Для облегчения понимания дальнейшего кратко опишем план, которому следуем. Вначале обсуждаются вопросы формального задания множеств объектов, над которыми совершаются операции классифицирования, и вопросы формальной характеристики объектов множества через присущие им свойства и признаки. Попутно вводятся вспомогательные логические конструкции. Далее, опираясь на понятие разбиения множества вводятся формальные определения для всех тех классификационных построений, с которыми приходится иметь дело в геологии. Вводятся различные способы формального задания этих построений, числовые характеристики, описывающие эти построения, логические отношения между ними, а также рассматриваются различные операции, которые можно проводить над ними и с помощью их. В конце обсуждаются вопросы построения различных разбиений множества и возможности привлечения для этих построений специальных математических методов и ЭВМ.

8. По-видимому, до сих пор в проблемах классификационных построений в науке вообще и в частности в геологии остается много спорного. Последующее не может претендовать на исчерпывающую полноту рассмотрения всех этих сложных проблем.

§ 1. Формальное задание множества объектов. Формальные признаки, наборы и системы признаков

1. Как уже отмечалось, любые классификационные построения должны рассматриваться как результаты формальных операций [47]. Ясно, что такие операции проводятся над множествами классифицируемых объектов. Поскольку формальные операции можно проводить только над формальными объектами, следует прежде всего уточнить, что будет пониматься под множествами объектов, и обсудить способы их формального задания.

Условимся под множеством объектов понимать объединение (совокупность) некоторого конечного или бесконечного количества объектов, которые называются его элементами и которые могут быть произвольной, но фиксированной природы [44]. Так, можно говорить о множестве «минералов», множестве «складок», множестве «химических элементов», множестве «пород», множестве «залежей нефти и газа» и т. д.

Известно, что формальное задание некоторого множества A, с элементами a, можно осуществить только двумя способами [44]:

во-первых, можно указать формальное правило для определения того, принадлежит или не принадлежит любой данный объект x данному множеству A;

во-вторых, можно указать полный перечень объектов a, входящих в A.

Например, можно, имея в виду множество «залежей нефти и газа», задать формальное правило для определения того, является ли любой данный геологический объект «залежью нефти и газа» или нет, можно перечислить известные «залежи нефти и газа», положим, Азербайджана. В наших целях можно считать, что второй способ задания множества A является частным случаем первого, когда задание осуществляется заданием перечня правил.

В содержательных целях полезно различать такой случай, когда имеется неформальное правило определения того, принадлежит или не принадлежит данный объект x данному множеству A, и, кроме того, имеется неполный перечень объектов a, входящих в A. Такой способ задания множества A будем называть формально неоднозначным.

Например, формально неоднозначным является тот способ задания множества «минералов», которым сейчас пользуются в минералогии (глава III, § 1, п. 1). Неоднозначность его заключается в том, что всегда имеется условная тривиальная возможность найти «новый минерал» [71]. Авторы статьи [71] не могут доказать, что «магбасит» является «минералом», но если считать, что он действительно является «минералом», то они могут настаивать на том, что это «новый минерал» в том смысле, что он «не похож» на те «минералы», которые были до сих «перечислены». Такой условной возможности нет, например, для химических элементов благодаря наличию полного перечня химических элементов, даваемого периодической системой Д. И. Менделеева [59], хотя и для множества химических элементов A не имеется формального правила отнесения объекта x к этому множеству A. Для химических элементов имеется только такая возможность открыть «новый» химический элемент: перейти от «старого» полного перечня химических элементов к «новому», более полному, более подробному перечню химических элементов. Таким образом, множество химических элементов задано для нас формально однозначно.

Имея в виду дальнейшее, с учетом замечания о двух формальных способах задания, без ущерба для общности, будем считать, что формальное задание множеств осуществляется первым способом, причем такое задание реализуется на основе понятий, через посредство соответствующих терминов. Отметим, что в классификационных целях важен прежде всего операционный смысл понятий: важно, чтобы они действительно выделяли на основе объективных экспериментальных процедур и формальных правил интересующие нас множества объектов.

В соответствии с договоренностью (смотри п. 4, предварительные замечания) предположим, что имеется некоторое множество геологических объектов A, формально заданное посредством понятия $\mathcal{A}$.

2. Естественно считать, что классификационные построения во множестве A могут основываться только на свойствах, присущих элементам a множества A, причем только тех свойствах, которые либо логически вытекают из понятия $\mathcal{A}$, либо могут быть экспериментально измерены хотя бы на некоторых объектах a, принадлежащих A, хотя бы косвенным путем. Естественно также считать, что для таких построений в A необходимо наличие достаточного количества экспериментальных данных об A [2]. Обозначим через $\Phi\ [A]$ совокупность всех различ-

[2] То очень важное обстоятельство, что в классификационных целях могут использоваться только те свойства, которые объективно измеряются и по которым накоплено достаточно экспериментальных данных, было отмечено еще в 1871 г. Д. И. Менделеевым при обосновании выбора атомного веса химических элементов и их способности образовывать различные формы соединений [59].

ных свойств $\varphi[A]$, определенных на множестве объектов A (или на объектах подмножества A' множества A), которые могут быть измерены или логически выведены. Совокупность свойств $\Phi[A]$ можно считать конечной, полагая, что конечность числа свойств в $\Phi[A]$ вытекает как логическое следствие из понятия $\mathcal{A}$.

Полезно отметить, что среди свойств $\Phi[A]$ можно различать те свойства φ', которые имеют непосредственный операционный смысл, и те свойства φ'', которые такого непосредственного операционного смысла не имеют, а имеют опосредованный операционный смысл в связи с наличием других свойств.

Это можно пояснить таким примером. Рассмотрим множество «пластов». Свойство «пласта» обладать «проницаемостью, выраженной в дарси», имеет непосредственный операционный смысл, а свойство «пласта» обладать «слоистой структурой» не имеет непосредственного операционного смысла, о «структуре пласта» можно говорить только при условии наличия других каких-либо свойств (гл. II, § 8, п. 2).

Как φ', так и φ'' могут иметь либо числовую оценку, либо нечисловую оценку — удовлетворять принципу «да-нет».

Например, рассмотрим множество «ловушек нефти и газа». Свойство «ловушки нефти и газа» обладать «глубиной залегания» имеет числовую оценку в метрах, а свойство «ловушек нефти и газа» быть структурными имеет нечисловую оценку, удовлетворяет принципу «да-нет»: либо «ловушка нефти и газа структурная», либо «ловушка нефти и газа не структурная».

3. Введем единую запись для числовых и для нечисловых свойств с целью получения удобной записи для $\Phi[A]$.

Назовем признаком u объекта $a \in A$[3] всякое такое свойство этого объекта, что либо a обладает этим свойством, либо не обладает. В первом случае будем писать $u(a) = 1$, во-втором $u(a) = 0$. Примерами признаков, положим, для «пластов» могут служить свойства «пласта» иметь «слоистую структуру», «обладать мощностью больше 10 метров», быть «проницаемым».

Признаки удобны для записи нечисловых свойств, но могут быть использованы и для записи числовых свойств. Действительно, пусть $\varphi_i \in \Phi[A]$ является числовым свойством, причем на множестве A свойство φ_i принимает значения из промежутка $(\varphi_i^*, \varphi_i^{**})$. Разобьем, с учетом необходимой точности, промежуток $(\varphi_i^*, \varphi_i^{**})$, положим, на $n(i)$ одинаковых интервалов $(\varphi_i^* + (k-1)\cdot\Delta\varphi_i, \varphi_i^* + k\Delta\varphi_i), k = 1, 2, \ldots, n(i)$; $\Delta\varphi_i =$

[3]) Символ $\in$ означает, что объект a принадлежит множеству объектов A [44].

$= \frac{1}{n(i)} (\varphi_i^{**} - \varphi_i^*)$ и примем, что для некоторого $a \in A$ $u_k^i(a) = 1$ тогда и только тогда, когда $\varphi_i^* + (k-1)\Delta\varphi \leqslant \varphi(a) < \varphi_i^* + k\Delta\varphi_i$. Тогда числовому свойству $\varphi_i \in \Phi[A]$ можно привести в однозначное соответствие набор признаков $U^i = \{u_k^i\}$, $k = 1, 2, \ldots, n(i)$. Следует отметить, что представление свойств в виде набора признаков может быть связано с некоторыми комбинаторными трудностями, например в случае представления в виде набора признаков химического состава «минералов» (см. пример § 5, п. 8).

Совокупность наборов признаков U^i, $i = 1, 2, \ldots, l$, условимся называть системой признаков. Это позволяет записать совокупность свойств $\Phi[A]$ в виде системы признаков $U[A]$:

$$U = \{U^i\},\ U^i = \{u_k^i\},\ i = 1, 2, \ldots, l,\ k = 1, 2, \ldots, n(i).$$

Отметим одно важное обстоятельство. Здесь предполагается (п. 2), что описание объектов множества A может проводиться только через такие свойства этих объектов, которые не связаны с наличием объектов другого множества B. В геологии же часто в качестве «свойств» объектов множества A используют отношения объектов множества A к объектам другого множества B. Например, если речь идет о «залежах нефти и газа», то говорят о «свойстве» быть «на своде структуры», быть «на крыле структуры». Как отмечалось в статье [24], такое описание приводит к неоправданным трудностям в классификации объектов множества A.

Заметим также, что вопреки установившимся в геологии представлениям, здесь считается, что в общем плане не существует «важных» и «не важных», «существенных» и «не существенных» свойств объектов множества A. Существуют свойства объектов множества A, без учета которых нельзя достичь данной цели, и существуют такие свойства, которые можно не учитывать, имея в виду эту цель. «Важность», «существенность» свойств объектов множества A определяется целевой установкой и выясняется посредством формального анализа.

4. Введем некоторые вспомогательные определения и обозначения, которые потребуются, в частности, для определения логических отношений между признаками.

Обозначим через A_u подмножество множества A, для всех объектов которого выполнено $u(a) = 1$, а через $A_{\bar{u}}$ подмножество множества A, для всех объектов которого выполнено $u(a) = 0$.

Если под A понимать множество «пластов», а под признаком u — иметь «проницаемость», то A_u будет отвечать подмножеству «проницаемых пластов», а $A_{\bar{u}}$ — подмножеству «непроницаемых пластов».

Условимся признак u называть делящим множество A, если в A существует хотя бы два такие a' и a'', что $u(a') + u(a'') = 1$. Иначе говоря, признак u называется делящим множество A, если оба подмножества A_u и $A_{\bar{u}}$ содержат объекты, являются непустыми: $A_u \neq 0$, $A_{\bar{u}} \neq 0$ [44].

Признак u — иметь «проницаемость» является, вообще говоря, делящим множество «пластов», а, положим, признак u — «иметь квазипараллельные границы» является неделящим множество «пластов».

Очевидно, что признаки u, которые являются неделящими множество A, не представляют интереса с точки зрения классификационных построений во множестве A. Будем считать, что все признаки u, с которыми будем иметь дело, являются делящими множество A.

5. Определим некоторые логические отношения между признаками [56].

Два признака u_n и u_m будем называть несовместными на множестве A, записывая $u_n \otimes u_m \mid_A$, если для всех $a \in A$ имеет место $u_n(a) \cdot u_m(a) = 0$. Иначе говоря, два признака u_n и u_m оказываются несовместными на множестве A, если подмножества A_{u_n} и A_{u_m} не имеют общих объектов, пересечение A_{u_n} и A_{u_m} пусто: $A_{u_n} \cap A_{u_m} = 0$[4].

Если под A понимать множество «пород», под признаком u_n — «быть изверженной», под признаком u_m — «иметь собственную фауну», то признаки u_n и u_m будут несовместными на множестве «пород».

Два признака u_n и u_m будем называть совместными на множестве A, записывая $u_n \oslash u_m \mid_A$, если существует хотя бы один такой $a' \in A$, что $u_n(a') \cdot u_m(a') = 1$. Иначе говоря, два признака u_n и u_m оказываются совместными на множестве A, если подмножества A_{u_n} и A_{u_m} имеют хотя бы один общий объект, пересечение A_{u_n} и A_{u_m} не пусто: $A_{u_n} \cap A_{u_m} \neq 0$.

Если считать, что A является множеством «пластов», понимать под признаком u_n «быть коллектором», а под признаком u_m — «быть водоносным», то признаки u_n и u_m будут совместными на множестве «пластов».

---

[4]) Под пересечением двух множеств A_1 и A_2 понимают множество A_3, $A_1 \cap A_2 = A_3$, состоящее из объектов, которые входят как в A_1, так и в A_2 [44].

Будем говорить, что на множестве объектов A признак u_m следует за признаком u_n, записывая $u_n \Rightarrow u_m |_A$, если из $u_n(a)=1$ следует, что $u_m(a)=1$ для всех $a \in A$. Иначе говоря, признак u_m следует за признаком u_n на множестве объектов A, если все объекты из подмножества A_{u_n} являются и объектами подмножества A_{u_m}, $A_{u_n} \subset A_{u_m}$ [5].

Если понимать под A множество «пластов», под признаком u_n — «быть нефтеносным», а под признаком u_m — «быть коллектором», то на множестве «пластов» A признак u_m будет следовать за признаком u_n.

Два признака u_n и u_m назовем независимыми на множестве A, записывая $u_n \bigcirc u_m |_A$, если они совместны на множестве A, $u_n \oslash u_m |_A$, и не следуют один за другим: $u_n \not\Rightarrow u_m |_A$ и $u_m \not\Rightarrow u_n |_A$.

Если понимать под A множество «пород», под признаком u_n — «содержать битумоиды», а под признаком u_m — «обладать повышенной пористостью», то на множестве «пород» A признаки u_n и u_m будут независимыми.

6. Введем понятие о некоторых частных наборах признаков и определим некоторые логические отношения между наборами признаков.

Набор признаков $U^i = \{u_k^i\}$, $k = 1, 2, \ldots, n(i)$, будет называться альтернативным в A, если для всякого $a \in A$ выполнено $\sum_{k=1}^{n(i)} u_k^i(a) = 1$, иначе говоря, если всякий объект a из A обладает обязательно одним и только одним признаком из этого набора.

Набор признаков $U^i = \{u_k^i\}$ будет называться однородным в A, если алгоритмы [6], определяющие для каждого $a \in A$ значения $u_k^i(a)$, будучи выражены логическими формулами, отличаются для различных k только логическими связками. Иначе говоря, все признаки u_k^i имеют одну и ту же «размерность», такому набору можно поставить в соответствие какое-либо одно свойство. Будет считаться, что для однородного в A набора признаков $U^i = \{u_k^i\}$ выполняется либо $\sum_{k=1}^{n(i)} u_k^i(a) =$

[5] Символ $\subset$ обозначает включение [44].

[6] Под алгоритмом понимают точное предписание о выполнении в определенном порядке некоторой системы операций, которые необходимо провести, чтобы получить искомый результат [34, 72].

$= 1$, если он альтернативен в A, либо $\sum_{k=1}^{n(i)} u_k^i\ (a) = 0$, если он неальтернативен в A.

Свойство φ_i, которое может быть представлено в виде альтернативного в A набора признаков U^i, назовем потенциально метризуемым в A [7)].

Два набора признаков $U^i = \{u_k^i\}$ и $U^j = \{u_l^j\}$ будем называть независимыми на множестве A, записывая $u^i \bigcirc u^j|_A$, если имеет место $u_k^i \bigcirc u_l^j|_A$ для всех $u_k^i \in U^i$ и $u_l^j \in U^j$.

Будем говорить, что на множестве A набор признаков $U^j = \{u_l^j\}$ следует за набором признаков $U^i = \{u_k^i\}$, записывая $U^i \Rightarrow U^j|_A$, если для каждого признака $u_k^i \in U^i$ найдется такой признак $u_{l(k)}^j$, что $u_k^i \Rightarrow u_{l(k)}^j|_A$.

7. В пп. 4—6 предполагалось, что все $u_k^i \in U$ определены на множестве A. Как отмечалось в п. 2, это предположение может и не выполняться. В таком случае надо особо оговорить область определения u_k^i. Условимся обозначать через $A\ (i,\ k)$ область определения u_k^i, через $A\ (i)$ — область определения U^i, через $A\ (0)$ — область определения U. Имеет место [44] $A\ (i) = \bigcap_k A\ (i,\ k)$, $A\ (0) = \bigcap_i A\ (i)$.

§ 2. Классификационные построения, используемые в геологии

1. Приведем вспомогательные сведения о разбиении множеств и бинарных отношениях [10, 44, 48]. Под разбиением множества A будем понимать представление A в виде совокупности подмножеств A_i, $i = 1, 2, \ldots, N$, таких, что [8)]:

$$A_i \cap A_k = 0,\ i \neq k; \qquad (2.2.1)_1$$

$$\bigcup_{i=1}^{N} A_i = A; \qquad (2.2.1)_2$$

$$A_i \neq 0,\ i = 1, 2, \ldots, N. \qquad (2.2.1)_3$$

[7)] В дальнейшем будет показано, что φ_i является потенциально метризуемым в A, если можно построить $[A : U^i]$ (§ 2).

[8)] Символ $\bigcup$ обозначает объединение множеств. Под объединением двух (и большего числа) множеств A_1 и A_2 понимают множество A_3, элементами которого являются как объекты, входящие в A_1, так и объекты, входящие в A_2 [44].

Положим, что под множеством A понимается множество «пород». Пусть A_i, $i = 1, 2, \ldots, N$, суть различные классы «пород». Тогда требование $(2.2.1)_1$ будет обозначать, что не должно существовать ни одной «породы», которая могла бы быть отнесена к двум различным классам; требование $(2.2.1)_2$ будет обозначать, что не должно быть ни одной «породы», которая не могла бы быть отнесена к какому-либо классу; требование $(2.2.1)_3$ будет обозначать, что не должно существовать ни одного класса «пород» такого, что не существует ни одной «породы», которая относилась бы к этому классу. В табл. 3 [66] множество «горных пород» A разделяется на три класса: A_1 — «осадочных пород», A_2 — «метаморфических пород», A_3 — «магматических пород». Такое разделение множества A на подмножества A_1, A_2, A_3 удовлетворяет требованиям $(2.2.1)_2$, $(2.2.1)_3$, но не удовлетворяет требованию $(2.2.1)_1$, если считать, что, положим, среди «осадочных пород» могут быть и «метаморфические породы». $A_1 \cap A_2 \neq 0$.

Если же множество «пород» A разделить на четыре класса: A_1 — «осадочные неметаморфизованные», A_2 — «осадочные метаморфизованные», A_3 — «магматические неметаморфизованные», A_4 — «магматические метаморфизованные», то все требования (2.2.1) будут выполнены и такое разделение множества «пород» A будет являться разбиением этого множества «пород» A.

Через Н будем обозначать бинарное отношение, определенное в A, и писать $a'\mathrm{H}a''$, если объект $a' \in A$ находится в отношении Н к объекту $a'' \in A$. Под бинарными отношениями, таким образом, понимают отношения, устанавливаемые для пар объектов, принадлежащих некоторому множеству A.

Если под множеством A понимать множества чисел, то примером бинарного отношения между числами a' и a'' может служить отношение «больше»: $a' > a''$. Если под множеством A понимать множество «видов ископаемых остатков», то каждому «виду» в соответствии с законом Долло [57] можно приписать конечный и непрерывный промежуток времени жизни. Примером бинарного отношения между «видами» a' и a'' может служить отношение «вид a' жил позже вида a''».

Бинарное отношение Н, удовлетворяющее законам:

(1) рефлексивности: $a'\mathrm{H}a'$,

(2) симметрии: $a' \mathrm{H}\, a'' \Rightarrow a'' \mathrm{H}\, a'$,

(3) транзитивности: $a \mathrm{H}\, a'$ и $a' \mathrm{H}\, a'' \Rightarrow a \mathrm{H}\, a''$,

называют отношением эквивалентности.

Не всякое бинарное отношение является отношением эквивалентности. Действительно, то бинарное отношение, которое было установлено выше на множестве «видов», не является отношением эквивалентности, так как для него выполняется только (3). Если бы в качестве бинарного отношения взять «вид a' имеет один и тот же промежуток времени жизни с видом a», то такое бинарное отношение удовлетворяло бы (1) — (3) и являлось бы отношением эквивалентности.

Напомним известный результат [10], что всякое отношение эквивалентности Н, определенное на множестве A, устанавливает разбиение множества A на совокупность подмножеств A_i, которые в таком случае называют классами эквивалентности, и обратно: всякое разбиение множества A на совокупность подмножеств A_i устанавливает во множестве A отношение эквивалентности Н.

Можно показать, что если задано отношение эквивалентности Н, то разбиение множества A определяется однозначно, если же задано разбиение множества A, то отношение эквивалентности Н определяется неоднозначно. Это замечание важно с содержательных позиций для последующего.

2. Установим во множестве A на основе системы признаков

$$U = \{U^i\},\ U^i = \{u^i_k\},\ k = 1, 2, \ldots, n,\ i = 1, 2, \ldots, l$$

отношение неотличимости и покажем, что это отношение является отношением эквивалентности.

Будем говорить, что $a' \in A$ неотличимо от $a'' \in A$ по системе признаков U, записывая $a'\ (U)\ a''$, если для всякого признака $u^i_k \in U$ выполнено: $u^i_k(a') + u^i_k\ (a'') \neq 1$. Иначе говоря, какой бы признак u^i_k из U мы ни взяли, объекты a' и a'' из множества A либо оба обладают этим признаком, либо оба не обладают этим признаком [9]).

Введенное бинарное отношение неотличимости (U) по определению удовлетворяет:

закону рефлексивности: $u^i_k\ (a) + u^i_k\ (a) = 2u^i_k\ (a) \neq 1$,

закону симметрии: $u^i_k\ (a') + u^i_k\ (a'') = u^i_k\ (a'') + u^i_k\ (a')$,

закону транзитивности: если $u^i_k\ (a) + u^i_k\ (a') \neq 1$ и $u^i_k\ (a') + u^i_k\ (a'') \neq 1$, то, сложив эти два неравенства, получим $u^i_k\ (a) + 2u^i_k\ (a') + u^i_k\ (a'') \neq 1$, и, учитывая, что $2u^i_k\ (a') \neq 1$, перенося $2u^i_k\ (a')$ вправо, будем иметь $u^i_k\ (a) + u^i_k\ (a'') \neq 1$.

---

[9]) То есть либо $u^i_k\ (a') + u^i_k\ (a'') = 0$, либо $u^i_k\ (a') + u^i_k\ (a'') = 2$.

Отсюда вытекает, что это отношение является отношением эквивалентности. По этой причине можно утверждать, что отношение неотличимости (U) задает разбиение множества A на классы эквивалентности, классы неотличимости по произвольной системе признаков U.

3. Мы сейчас займемся некоторыми формальными рассуждениями, связанными с попыткой «классификации геологических классификаций». Попытаемся формально перечислить те классификационные построения, с которыми приходится иметь дело в геологии, с целью, во-первых, дать формальные определения частных видов этих построений и выяснить их особенности, во-вторых, выделить те частные виды этих построений, изучение которых позволяет изучить любые классификационные построения в геологии. Аналогичным образом поступают, положим, в кинематике твердого тела: вначале выделяют частные виды движений, затем изучают некоторые из этих частных видов движений и, далее, показывают, как на основе предыдущего можно рассмотреть любое движение.

Пусть задано множество объектов A и система U, состоящая из однородных наборов признаков

$$U = \{U^i\}, \quad U^i = \{u_k^i\}. \tag{2.2.2}$$
$$i = 1, 2, \ldots, l, \; k = 1, 2, \ldots, n(i).$$

Используя во множестве A отношение неотличимости $a' \, (U) \, a''$, можем получить разбиение множества A на классы неотличимости. Эти классы обозначим

$$A_1, A_2, \ldots, A_{N(U)}. \tag{2.2.3}$$

Определим на A другую систему признаков U^+. Аналогично предыдущему получим

$$A_1^+, A_2^+, \ldots, A_{N(U^+)}^+.$$

На каждом A_i^+, $i = 1, 2, \ldots, N(U^+)$, определим свою систему признаков U_i. Тогда получим

$$A_{i1}^+, A_{i2}^+, \ldots, A_{iN}^+(U_i).$$
$$i = 1, 2, \ldots, N(U^+).$$

Проведя перенумерацию A_{ik}^+, будем иметь

$$A_1, A_2, \ldots, A_{N(U')}.$$

Можно доказать, что полученное представление A также является разбиением A. Это рассуждение показывает, что, связывая с (2.2.3) систему признаков U из (2.2.2), относительно этой системы признаков формально можно придерживаться самых общих предположений, касающихся, в частности, области определения наборов признаков $U^i \subset U$. Пусть

$$A'_1, A'_2, \ldots, A'_{N'} \tag{2.2.4}$$

— некоторое другое разбиение множества A.

Будем говорить, что (2.2.3) диагнозирует (2.2.4), если

$$\sum_{i=1}^{N(U)} p_i \Big(\sum_{j=1}^{N'} p_{ij} \log P_{ij} \Big) > \sum_{j=1}^{N'} p'_j \log p'_j, \tag{2.2.5}$$

где p_i — вероятность события, что $a \in A$ принадлежит A_i из (2.2.3); p'_j — вероятность события, что $a \in A$ принадлежит A'_j из (2.2.4); p_{ij} — вероятность события, что $a \in A_i$ принадлежит A'_j [20]. В случае, если

$$\sum_{i=1}^{N(U)} p_i \Big(\sum_{j=1}^{N'} p_{ij} \log p_{ij} \Big) = 0, \tag{2.2.6}$$

будем говорить, что (2.2.3) детерминированно диагнозирует (2.2.4); если же (2.2.6) не выполняется, то будем говорить, что (2.2.3) вероятностно диагнозирует (2.2.4).

Аналогично предыдущему можем ввести в рассмотрение

$$\sum_{i=1}^{N(U)} p_i \log p_i,$$

$$\sum_{j=1}^{N'} p'_j \Big(\sum_{i=1}^{N(U)} p'_{ji} \log p'_{ji} \Big). \tag{2.2.7}$$

Если выполнено

$$\sum_{i=1}^{N(U)} p_i \Big(\sum_{j=1}^{N'} p_{ij} \log p_{ij} \Big) = \sum_{j=1}^{N'} p'_j \Big(\sum_{i=1}^{N(U)} p'_{ji} \log p'_{ji} \Big), \tag{2.2.8}$$

то будем говорить, что (2.2.3) и (2.2.4) вероятностно эквивалентны. В случае, если имеет место (2.2.8) и (2.2.6), то (2.2.3) и (2.2.4) будут называться детерминированно эквивалентными. С позиций автора [83] смысл (2.2.5), (2.2.6), (2.2.8) поясняется далее (§ 6, п. 1).

Будем различать следующие типы систем признаков (2.2.2):

Таблица **2.2.1**

Для всех $U^i \in U$ выполнено $A(i) = A$		Для некоторых $U^i \in U$ выполнено $A(i) \neq A$	
Все $U^i \in U$ альтернативны в $A(i)$	Некоторые $U^i \in U$ неальтернативны в $A(i)$	Все $U^i \in U$ альтернативны в $A(i)$	Некоторые $U^i \in U$ неальтернативны в $A(i)$
1	2	3	4
U (1)	U (2)	U (3)	U (4)

Разбиение множества A, представленное (2.2.3), будем обозначать $[A : U(i)]$, где $i = 1, 2, 3, 4$. Если $[A : U(i)]$ рассматривается безотносительно к (2.2.4), будем писать $[A : :U(i)]^{\text{п}}$; если $[A : U(i)]$ рассматривается с целью диагноза (2.2.4) и имеет место (2.2.5), будем писать $[A : U(i)]^{\text{д}}$, если выполнено (2.2.6), и $[A : U(i)]^{\text{в}}$, если (2.2.6) не выполнено.

Используя тип системы признаков, целевое назначение разбиения множества A и введенную символику, можно перечислить следующие классификационные построения, применяемые в геологии:

$$(1)\ [A:U(1)]^{\text{п}};\quad (2)\ [A:U(2)]^{\text{п}};\quad (3)\ [A:U(3)]^{\text{п}};$$
$$(4)\ [A:U(4)]^{\text{п}};\quad (5)\ [A:U(1)]^{\text{д}};\quad (6)\ [A:U(2)]^{\text{д}};$$
$$(7)\ [A:U(3)]^{\text{д}};\quad (8)\ [A:U(4)]^{\text{д}};\quad (9)\ [A:U(1)]^{\text{в}};$$
$$(10)\ [A:U(2)]^{\text{в}};\quad (11)\ [A:U(3)]^{\text{в}};\quad (12)\ [A:U(4)]^{\text{в}}.$$

Условимся использовать также термины:

(1) — α-классификация-перечисление множества A по системе признаков U.

(2) — β-классификация-перечисление множества A по системе признаков U.

(3) — α-систематизация-перечисление множества A по системе признаков U.

(4) — β-систематизация-перечисление множества A по системе признаков U.

(5) — детерминированная диагностическая α-классификация множества A по системе признаков U.

(6) — детерминированная диагностическая β-классификация множества A по системе признаков U.
(7) — детерминированная диагностическая α-систематизация множества A по системе признаков U.
(8) — детерминированная диагностическая β-систематизация множества A по системе признаков U.
(9) — вероятностная диагностическая α-классификация множества A по системе признаков U.
(10) — вероятностная диагностическая β-классификация множества A по системе признаков U.
(11) — вероятностная диагностическая α-систематизация множества A по системе признаков U.
(12) — вероятностная диагностическая β-систематизация множества A по системе признаков U.

Пусть A_p — некоторый класс из (2.2.3). Символ $L_p = (\alpha^1_{p_1}, \alpha^2_{p_2}, \ldots, \alpha^l_{p_l})$ будем называть определяющим символом класса A_p. Здесь под $\alpha^i_{p_i}$ подразумевается либо номер признака из U^i, который принимает значение 1 на $a \in A_p$, либо символ $0\,(i)$, с помощью которого отмечается тот факт, что не существует ни одного признака из U^i, который принимает значение 1 на $a \in A_p$, либо символ $?(i)$, с помощью которого отмечается тот факт, что U^i не определен на $a \in A_p$.

Запишем определяющие символы $L_p = (\alpha^1_{p_1}, \alpha^2_{p_2}, \ldots, \alpha^l_{pl})$ и $L_q = (\alpha^1_{q_1}, \alpha^2_{q_2}, \ldots, \alpha^l_{q_l})$ классов A_p и A_q из (2.2.3) и рассмотрим разности

$$|\,\alpha^i_{p_i} - \alpha^i_{q_i}\,|, \qquad i = 1, 2, \ldots, l. \tag{2.2.9}$$

Будем полагать, что

$$\begin{gathered} |\,\alpha^i_{p_i} - 0\,(i)| = |\,0\,(i) - \alpha^i_{q_i}\,| = |\,0\,(i) - 0\,(i)| = 0\,(i), \\ |\,\alpha^i_{p_i} - ?\,(i)| = |\,?\,(i) - \alpha^i_{q_i}\,| = |\,?\,(i) - ?\,(i)| = ?\,(i). \end{gathered} \tag{2.2.10}$$

Если среди разностей (2.2.9) встретится хотя бы одна разность, равная $?(i)$, классы A_p и A_q будем называть несопоставимыми между собой по системе признаков U. Пусть среди разностей (2.2.9) нет ни одной разности, равной $?\,(i)$. Если при этом среди разностей (2.2.9) найдется хотя бы одна разность, равная $0\,(i)$, классы A_p и A_q будем называть условно сопоставимыми между собой по системе признаков U. Если среди разностей (2.2.9) нет ни одной разности равной ? (i) и 0 (k), то классы A_p и A_q будем называть сопоставимыми между собой по системе признаков U.

Можно убедиться, что $[A : U(1)]$ дает только сопоставимые между собой классы, $[A : U(2)]$ дает только сопоставимые и условно сопоставимые между собой классы, $[A : U(3)]$ и $[A : U(4)]$ дают и несопоставимые между собой классы [10].

Рассмотрим $[A : U(1)]$. Любое разбиение множества A, которое можно получить из $[A : U(1)]$ посредством произвольного объединения его классов (2.2.3), будем называть перечислением, производным от $[A : U(1)]$, обозначая его через $\{[A : U(1)]\}$. Выделим один частный, но важный случай $\{[A : U(1)]\}$. Положим, что введено некоторое «расстояние» между классами A_p и A_q из (2.2.3) [11]

$$\rho(A_p, A_q). \tag{2.2.11}$$

Два класса A_p и A_q назовем соединенными связкой, если $\rho(A_p, A_q) \leqslant \sigma_0$. Если класс A_p соединен связкой с классом A_q, а класс A_q соединен связкой с A_s, то классы A_p и A_s будут называться связными посредством двух связок. Два класса A_p и A_q будут называться связными, если они связаны посредством любого числа связок. Используя отношение связности классов A_p и A_q из (2.2.3), которое, как можно убедиться, является отношением эквивалентности (п.1), можем представить (2.2.3) в виде

$$A_1^\rho, A_2^\rho, \ldots, A^\rho_{M_{\sigma_0}(U)}, \tag{2.2.12}$$

где A_j^ρ представляет собой совокупность связных между собой классов из (2.2.3).

Представление множеств A в виде (2.2.12) будем обозначать через $[A : U]^\rho_{\sigma_0}$ и называть классификацией-перечисле-

---

[10] Отметим следующее. На основании того факта, что $[A : U(i)]$, $i = 3, 4$, является разбиением множества A, и результата приведенного в конце п. 1, можно утверждать, что $[A : U(i)]$ устанавливает во множестве A некоторое отношение неотличимости $a' \,(\widetilde{U})\, a''$, но оно оказывается нам неизвестным.

[11] Например, $\rho(A_p, A_q)$ можно определить так:

$$\rho(A_p, A_q) = \left(\sum_{i=1}^{l} [\alpha^i_{p_i} - \alpha^i_{q_i}]^2\right)^{1/2}$$

и принять $\sigma_0 = 1$.

нием видов множества A в системе признаков U с расстоянием ρ и порогом σ_0[12].

Таким образом, будем иметь дело с 14 видами разбиений множества, которые, как можно убедиться, исчерпывают все виды классификационных построений в геологии.

4. Сопоставим между собой $[A : U(i)]^{\Pi}$, $i = 1, 2, 3, 4$, с содержательных геологических позиций.

Такие построения в геологии используются прежде всего для кодировки экспериментального материала. В тех случаях, когда о любом $a \in A$ можно получить сведения о том, каким признаком из любого набора $U^i \in U$ он обладает, кодировка возможна с помощью $[A : U(1)]^{\Pi}$.

В тех же случаях, когда относительно некоторых $a \in A$ приходится ограничиваться сведениями о том, какими признаками из некоторого набора $U^i \in U$ он не обладает, кодировка возможна с помощью $[A : U(2)]^{\Pi}$. К $[A : U(3)]^{\Pi}$ и $[A : U(4)]^{\Pi}$ приходится прибегать при кодировке таких экспериментальных данных, при которых относительно одних $a \in A$ приходится ограничиваться сведениями, связанными с одними наборами признаков $U^i \in U$, а относительно других $a' \in A$ приходится ограничиваться сведениями, связанными с другими наборами признаков $U^j \in U$.

Можно считать, что построение и использование $[A : U(i)]$, $i = 2, 3, 4$, может быть оправдано только неоднородностью и неполнотой экспериментальных данных относительно $a \in A$ с точки зрения системы признаков U. Естественно, что теоретическое значение $[A : U(i)]$, $i = 2, 3, 4$, как моделей невелико. Оно состоит в том, что лучше иметь $[A : U(i)]$, $i = 2, 3, 4$, чем не иметь ничего. Кроме того, $[A : U(i)]$, $i = 2, 3, 4$, может быть полезной для выбора направлений дальнейших экспериментов[13].

Наибольшее теоретическое значение имеют $[A : U(1)]$, которые, помимо кодировки экспериментальных данных:

(1) позволяют провести проверку объема и содержания понятия $\mathcal{A}$ множества A, если таковое имеется;

---

[12] Естественно, что аналогично предыдущему можно говорить о $\{[A: U]^{\rho}_{\sigma_0}\}$ и, конечно, можно ввести «расстояние» $\alpha(A_i^{\rho}, A_j^{\rho})$ и δ_0 и получить $[[A : U]^{\rho}_{\sigma_0}]^{\alpha}_{\sigma_0}$—классификацию-перечисление родов множества A, а также семейств, отрядов и т. д. [35, 101].

[13] Поскольку с $[A : U(i)]$, $i = 3, 4$, можно связывать некоторое отношение неотличимости $a' (\widetilde{U})\, a''$, устанавливаемое в A, то $[A : U(i)]$ можно рассматривать и как вспомогательное построение.

(2) облегчают выработку формулировки понятия $\mathcal{A}$ множества A, показывая, из чего слагается A;

(3) дают возможность сформулировать определения для классов $A_i \subset A$, указать необходимые и достаточные условия принадлежности $a \in A$ к некоторому классу $A_i \subset A$;

(4) позволяют проводить сопоставление между собой любых объектов $a \in A$ с точки зрения системы U (1), дают возможность выяснить связи между наборами признаков $U^i \in U$ и признаками $u_k^i \in U^i$.

Из последующего вытекает, что $[A : U(1)]$ играет значительную роль при формальном освоении опыта предыдущих классификационных построений и построении диагностических схем.

Сопоставим между собой $[A : U(i)]^x$, $x =$ Д, В, $i = 1, 2, 3, 4$. Целевое назначение этих построений — диагноз. Следует считать, что практическая и теоретическая ценность их не зависит от значка i. Важно, чтобы диагноз был связан с минимумом ошибок и, положим, минимумом затрат. С этой точки зрения возможно, что $[A : U(4)]^x$ может иметь преимущества перед $[A : U(1)]^x$.

5. Пусть задана $[A : U(i)]$, $i = 3, 4$. Используя $A(j) \subset A$, которая представляет собой область определения $U^j \in U(i)$, можем представить A в виде $A^1, A^2, \ldots, A^s$, где в каждом A^h определена своя система признаков U_h. Это позволяет утверждать, что любая $[A : U(i)]$, $i = 3, 4$, может быть формально представлена как набор $[A^h : U_h(i)]$, $i = 1, 2$. Учитывая, что любой неальтернативный набор $U^j \subset U_h(i)$ может быть «дополнен до альтернативности» с помощью символа $0(i)$, можно считать, что при рассмотрении способов представления $[A : U(i)]$, $i = 1, 2, 3, 4$, логических отношений между ними и операций над ними можно ограничиться способами представления, логическими отношениями и операциями над $[A : U(1)]$.

§ 3. Способы представления α-классификаций-перечислений. Операции над ними. Предварительная формулировка трех основных задач детерминированной теории геологических классификаций

1. Рассмотрим различные способы представления $[A : U(1)]$, считая, что $U(1)$ задается в виде (2.2.2). Условимся в дальнейшем вместо $U(1)$ писать U.

В случае, когда $[A : U]$ представлена в виде набора определяющих символов $L_p(\alpha_{p_1}^1, \alpha_{p_2}^2, \ldots, \alpha_{p_l}^l)$ классов A_p, будем говорить о представлении строчками.

Если $[A : U]$ представлена в виде таблиц, которые обычно и применяют в геологии, будем говорить о табличном представлении.

Когда $[A : U]$ представлена с помощью дерева или графа [10], будем говорить о графическом представлении.

В случае, если $[A : U]$ представлена набором булевых функций [61, 81], каждая из которых отвечает классу A_p, будем говорить о функциональном представлении.

Наконец, когда каждому определяющему символу $L_p(\alpha^1_{p_1}, \alpha^2_{p_2}, \ldots, \alpha^l_{p_l})$ приводится в соответствие точка в l-мерном признаковом пространстве [70], будем говорить о точечном задании.

Для того чтобы пояснить эти способы задания, обратимся к классификации-перечислению «платформенных складчатых структур» [60]. В целях экономии места рассмотрим в качестве множества A только «крупнейшие складчатые структуры». Запишем U в виде:

$$
\begin{gathered}
U = \{U^i\},\ i = 1, 2, \ldots, 4, \\
U' = \{u^1_1, u^1_2\}, \\
U^2 = \{u^2_1, u^2_2\}, \\
U^3 = \{u^3_1, u^3_2, u^3_3\}, \\
U^4 = \{u^4_1, u^4_2, u^4_3, u^4_4, u^4_5\}.
\end{gathered}
\tag{2.3.1}
$$

В соответствии с [60] считается, что однородные альтернативные наборы U^i имеют следующий содержательный смысл: U^1 («форма») = {«округлые», «удлиненные»}; U^2 («роль разрывных нарушений») = {«дизъюнктивные», «пликативные»}; U^3 («замкнутость») = {«замкнутые», «трехкрылые», «однокры-

Таблица 2.3.1

p	L_p	p	L_p	p	L_p	p	L_p
1	11111	7	11211	13	12111	19	12211
2	11115	8	11215	14	12115	20	12215
3	11121	9	11221	15	12121	21	12221
4	11125	10	11225	16	12125	22	12225
5	11131	11	11231	17	11131	23	12231
6	11235	12	11235	18	12135	24	12235

Таблица 2.3.2

1	1												2											
2	1						2						1						2					
3	1		2		3		1		2		3		1		2		3		1		2		3	
4	1	5	1	5	1	5	1	5	1	5	1	5	1	5	1	5	1	5	1	5	1	5	1	5
A_p	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_{10}	A_{11}	A_{12}	A_{13}	A_{14}	A_{15}	A_{16}	A_{17}	A_{18}	A_{19}	A_{20}	A_{21}	A_{22}	A_{23}	A_{24}

лые»}; U^4 («изменение по разрезу») = {«сквозные», «погребенные», «навешенные», «дисгармоничные», «смешанные»} [14]).

В данном частном случае представление $[A : U]$ строчками показано в табл. 2.3.1. В табличном виде такая $[A : U]$ выглядит так, как показано в табл. 2.3.2. Дерево или граф $[A : U]$ в этом частном случае дается рис. 2.3.1.

Перейдем к представлению $[A : U]$ в функциональном виде. Независимые двоичные переменные, принимающие значение 0 и 1, будем обозначать через x_i. Для x_i и его отрицания введем обозначение $x_i^{\sigma_i}$, где σ_i может принимать значение 0 или 1, причем считается, что $x_i^0 = \bar{x}_i$, $x_i^1 = x_i$. Выражение $x_{i_1}^{\sigma_{i_1}} \& x_{i_2}^{\sigma_{i_2}} \& \ldots \& x_{i_r}^{\sigma_{i_r}}$, где & — знак логического умножения, будем называть элементарной конъюнкцией, а число r назовем ее рангом.

Набору признаков $U^i = \{u_1^i, u_2^i, \ldots, u_{n(i)}^i\}$ приведем в соответствии двоичные переменные $x_{j_1}, x_{j_2}, \ldots, x_{j_{p_i}}$, где $p_i = \log_2 \tilde{n}(i)$, а $\tilde{n}(i) \geqslant n(i)$ является ближайшим числом к $n(i)$, равным числу 2 в целой положительной степени. Из $x_{j_1}, x_{j_2}, \ldots, x_{j_{p_i}}$ образуем 2^{p_i} различных элементарных конъюнкций ранга $p(i)$, которые обозначим через P_k^i, $k = 1, 2, \ldots, 2^{p_i}$. Установим взаимно однозначное соответствие между признаками $u_m^i \in U^i$ и P_k^i. Будем считать, что эти операции проделаны для $i = 1, 2, \ldots, l$.

---

[14]) Так как «крупнейшие платформенные складчатые структуры» в соответствии с [60] не могут быть «погребенными», «навешенными», «дисгармоничными», в дальнейшем считается, что $U^4 = \{u_1^4, u_5^4\}$.

Каждому классу A_s поставим в соответствие элементарную конъюнкцию $P_s = P^1_{j_1} \& P^1_{j_2} \& \ldots \& P^l_{j_l}$, где $P^h_{j_h}$ — элементарная конъюнкция, поставленная во взаимно однозначное соответствие тому признаку $u^h_{i_h} \in U^h$, который принимает значение 1 на $a \in A_s$. Таким образом, классу A_s будет поставлена в соответствие булева функция $f^s = x_1^{\sigma_1} \& x_2^{\sigma_2} \& \ldots \& x_p^{\sigma_p}$, где $p = \sum_{i=1}^{l} p_i$. Набор таких характеристических функций f^s, которые

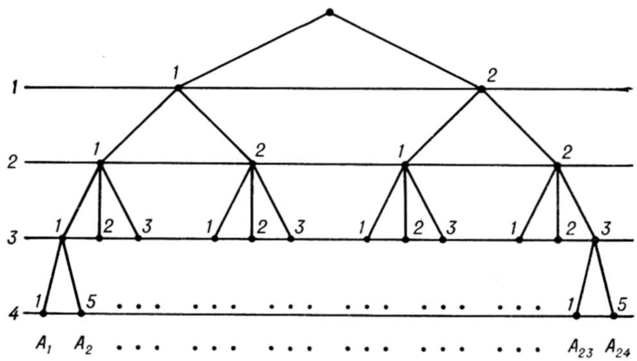

Рис. 2.3.1.

попарно ортогональны, $f^i \& f^j = 0$, $i \neq j$, и будем представлять $[A : U]$ в функциональном виде.

В рассматриваемом частном случае $p_1 = 1$, $p_2 = 1$, $p_3 = 2$, $p_4 = 1$. Имея в виду U^1, поставим ему в соответствие x_1, u^1_1 будет отвечать x_1, а u^1_2 — $\bar{x}_1$; U^2 поставим в соответствие x_2, u^2_1 будет отвечать x_2, u^2_2 — $\bar{x}_2$; U^3 поставим в соответствие x_3, x_4, u^3_1 будет отвечать $x_3 \& x_4$, u^3_2 — $x_3 \& \bar{x}_4$, u^3_3 — $\bar{x}_3 \& x_4$; U^4 поставим в соответствие x_5, u^4_1 будет отвечать x_5, u^4_5 — $\bar{x}_5$. Например, для A_3 получим $f^3 = x_1 \& x_2 \& x_3 \& \bar{x}_4 \& x_5$. Ниже приводится явный вид f^s, $s = 1, 2, \ldots, 24$. Знак логического умножения & для сокращения записи опущен.

$f^1 = x_1x_2x_3x_4x_5$;
$f^2 = x_1x_2x_3x_4\bar{x}_5$;
$f^3 = x_1x_2x_3\bar{x}_4x_5$;
$f^4 = x_1x_2x_3\bar{x}_4\bar{x}_5$;
$f^5 = x_1x_2\bar{x}_3x_4x_5$;
$f^6 = x_1x_2\bar{x}_3x_4\bar{x}_5$;
$f^7 = x_1\bar{x}_2x_3x_4x_5$;
$f^8 = x_1\bar{x}_2x_3x_4\bar{x}_5$;
$f^9 = x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4x_5$;
$f^{10} = x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4\bar{x}_5$;
$f^{11} = x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4x_5$;
$f^{12} = x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4\bar{x}_5$;
$f^{13} = \bar{x}_1x_2x_3x_4x_5$;
$f^{14} = \bar{x}_1x_2x_3x_4\bar{x}_5$;
$f^{15} = \bar{x}_1x_2x_3\bar{x}_4x_5$;

$f^{16} = \bar{x}_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \bar{x}_5$; $f^{19} = \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 x_5$; $f^{22} = \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \bar{x}_5$;
$f^{17} = \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 x_5$; $f^{20} = \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \bar{x}_5$; $f^{23} = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 x_5$.
$f^{18} = \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \bar{x}_5$; $f^{21} = \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \bar{x}_5$; $f^{24} = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \bar{x}_5$;

Для представления $[A : U]$ в точечном виде вводят l осей координат, на которых откладывают номера признаков: на первой оси первого набора, на второй второго и т. д. Затем в таком признаковом пространстве отмечают точки, соответствующие определяющим символам $L_p(\alpha^1_{p_1}, \alpha^2_{p_2}, \ldots, \alpha^l_{p_l})$ классов A_p.

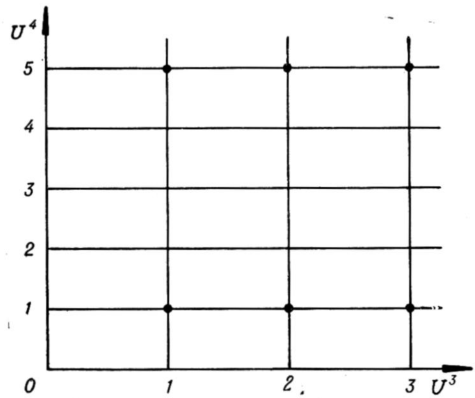

Рис. 2. 3. 2.

В рассматриваемом частном случае, если исключить из рассмотрения наборы признаков U^1 и U^2, точечное представление $[A : U]$ дано на рис. 2.3.2.

2. Для того чтобы сопоставить достоинства и недостатки того или иного способа представления $[A : U]$, необходимо, в частности, выяснить, какого рода операции потребуется проводить над $[A : U]$ для достижения тех целей, которые достигаются с помощью $[A : U]$ (§ 2, п. 4).

Число l из (2.2.2), показывающее, сколько однородных альтернативных наборов U^i входит в U, условимся называть мерностью $[A : U]$, число $N(U)$ из (2.2.3), показывающее, сколько классов содержит $[A : U]$, будем называть ее объемом, а число

$$N_0(U) = \prod_{i=1}^{l} n(i), \tag{2.3.2}$$

где $n(i)$ — число из (2.2.2), показывающее, сколько признаков содержит набор $U^i \in U$, назовем ее квазиобъемом. Число

$N^0(U)$ показывает, сколько классов содержала бы $[A : U]$, если бы все $U^i \in U$ были независимы между собой на множестве A, $U^i \bigcirc U^j |_A$ (§ 1, п. 6).

Выражение

$$\delta(U/A) = \frac{1}{N_0(U)}[N_0(U) - N(U)] \qquad (2.3.3)$$

назовем показателем связности системы признаков U на множестве A. Так как $2 \leqslant N(U) \leqslant N_0(U)$, то $0 \leqslant \delta(U/A) \leqslant (1 - {}^2/_{N_0}(U))$. Очевидно, что чем больше δ, тем больше связей существует между признаками $U_k^i \in U^i$ и между наборами признаков $U^i \in U$[15].

Установим логические отношения следования и эквивалентности на $[A : U]$.

Будем говорить, что $[A : U_i]$ следует за $[A : U_j]$, записывая $[A : U_j] \Rightarrow [A : U_i]$, если из $a'\ (U_j) a''$ вытекает, что $a'\ (U_i)\ a''$ для всех $a', a'' \in A$. Иначе говоря, если любые два объекта a' и a'' множества A неразличимы по системе признаков U_j, то они должны быть неразличимы и по системе признаков U_i (§ 2, п. 2).

Отметим два частных случая, когда имеет место такое следование: 1) если $U_i \subset U_j$ и 2) если для каждого набора $U_i^s \in U_i$ найдется такой набор $U_j^t \in U_j$, что $U_j^t \Rightarrow U_i^s$ (§ 1, п. 6).

Будем говорить, что $[A : U_i]$ и $[A : U_j]$ эквивалентны, записывая $[A : U_i] \sim [A : U_j]$, если $[A : U_i] \Rightarrow [A : U_j]$ и $[A : U_j] \Rightarrow [A : U_i]$.

Можно убедиться, что если $[A : U_j] \Rightarrow [A : U_i]$, то разбиение (2.2.3) для $U = U_j$ детерминированно диагнозирует разбиение (2.2.3) для $U = U_i$ (§ 2, п. 3). Если $[A : U_j] \sim [A : U_i]$, то они детерминированно эквивалентны (§ 2, п. 3); (2.2.3) для $U = U_j$ детерминированно диагнозирует (2.2.3) для $U = U_i$, и наоборот: (2.2.3) для $U = U_i$ детерминированно диагнозирует (2.2.3) для $U = U_j$. Отсюда вытекает, что $[A : U_j]$ и $[A : U_i]$, в таком случае, дают одно и то же разбиение (2.2.3).

Необходимое, но недостаточное условие для того, чтобы имело место $[A : U_j] \Rightarrow [A : U_i]$, можно записать так: $N(U_j) \geqslant N(U_i)$, а достаточное условие можно записать в виде $N(U) = N(U_j)$, где $U = U_j \cup U_i$.

Будем называть U_i сужением U по наборам, если U_i может быть получена из U исключением некоторых $U^s \in U$.

---

[15] Для (2.3.1) имеем $l = 4$, $N(U) = 24$, $N_0(U) = 60$, $\delta = 0{,}6$.

Назовем U_j сужением U по признакам, если U_j может быть получена из U исключением из некоторых наборов $U^t \in U$ некоторых признаков $u_h^t \in U^t$, без нарушения альтернативности U^t.

Естественно, что можно говорить и о U_k, которая является сужением U и по наборам и по признакам [16].

При переходе от $[A : U]$ к $[A : U_i]$, $[A : U_j]$ и $[A : U_k]$ условимся говорить о сужении $[A : U]$ соответственно по мерности, масштабам и размерам.

Представим U в виде $U = \bigcup\limits_{j=1}^{m} U_j$, условимся называть U_j компонентами U. При переходе от $[A : U]$ к $[A : U_j]$, $j = 1,2,\ldots, m$, будем говорить о разложении $[A : U]$ на составляющие $[A : U_j]$.

В частном случае, если $U = \bigcup\limits_{i=1}^{l} U^i$, будем говорить о разложении $[A : U]$ на простейшие $[A : U^i]$.

В случае, если $U_p \bigcirc U_q |_A$, p, $q = 1,2,\ldots, m$, будем говорить о разложении $[A : U]$ на независимые составляющие $[A : U_j]$ [17].

Условимся $\widetilde{U} \subset U$ называть собственной подсистемой U на множестве A, если $[A : U] \sim [A : \widetilde{U}]$. Будем называть $\widetilde{U}$ минимальной, обозначая ее через $\overline{U}$, если для любой $U_j \subset \overline{U}$, $U_j \neq \overline{U}$, полученной из U аналогично тому, как $\overline{U}$ была получена из U, имеет место $[A : U_j] \not\Rightarrow [A : \overline{U}]$. Будем различать $\overline{U}^{(1)}$, которая получается из U только за счет сужения по мерности, $\overline{U}^{(2)}$, которая получается за счет сужения U только по масштабу, и $\overline{U}^{(3)}$, которая получается из U сужением по размерам.

Переход от $[A : U]$ к $[A : \overline{U}^{(h)}]$, $h = 1,2,3$, будем называть минимизацией $[A : U]$.

Система признаков U может иметь, вообще говоря, несколько различных минимальных собственных подсистем $\overline{U}_i^{(h)}$. Если из $\overline{U}_i^{(h)}$, $i = 1,2,\ldots, k$, на основе некоторых критериев

---

[16] Отметим, что U, определяемая (2.3.1), является сужением системы признаков, используемой в статье [60], по наборам.

[17] Очевидно, что $U_p \bigcirc U_q |_A$, если $U^i \bigcirc U^j |_A$, $U^i \in U_p$, $U^j \in U_q$ (§ 1, п. 6). При разложении $[A : U]$ на независимые составляющие $A : U_i$ имеет место $N(U) = \prod\limits_{j=1}^{m} N(U_j)$.

выбрана какая-либо одна $\bar{U}_m^{(h)}$, то при переходе от $[A:U]$ к $[A:\overline{U}_m^{(h)}]$ будем говорить об эффектизации $[A:U]$. Условимся иногда обозначать $[A:U^{(h)}]$ через $[A:U]_M$, а $[A:\overline{U}_m^{(h)}]$ через $[A:U]_Э$.

Переход от $[A:U]$ к $\{[A:U]\}$ (§ 2, п. 3) впредь условимся называть обобщением $[A:U]$. Очевидно, что всегда имеет место $[A:U]\Rightarrow\{[A:U]\}$. Будем называть $\hat{U}^{(h)}\subset U$ собственной условной [18] подсистемой U, если выполнено $[A:\hat{U}^{(h)}]\Rightarrow\{[A:U]\}$. Назовем $\hat{U}^{(h)}$ минимальной, обозначая ее через $\hat{U}$, если для любой $U_i\subset\hat{U}^{(h)}$, $U_i\neq\hat{U}^{(h)}$ имеет место $[A:U_i]\not\Rightarrow[A:\hat{U}]$.

Поскольку U может иметь, вообще говоря, несколько минимальных условных собственных подсистем $\hat{U}^{(h)}$, $j=1,2,\ldots$ $\ldots, r$, то можно на основе некоторых критериев выбрать из них эффективную подсистему $\hat{U}_m^{(h)}$.

Пусть λ — некоторый автомат [1], обладающий способностью превращать $\{[A:U]\}^*$, которое подается на его вход, в $\{[A:U]\}^{**}$, которое выдается им на выходе. Алгоритм $\mu_\lambda(A)$, который позволяет совершить такой же переход от $\{[A:U]\}^*$ к $\{[A:U]\}^{**}$, назовем алгоритмом подражания автомату λ на множестве A.

Если имеет место $\{[A:U]\}^*\Rightarrow\{[A:U]\}^{**}$, то $\mu_\lambda(A)$ и λ будут называться тривиальными. Если $\{[A:U]\}^{**}\Rightarrow\{[A:U]\}^*$, то $\mu_\lambda(A)$ и λ будут называться нетривиальными.

Пусть $\mu_\lambda^0(A)$ есть нетривиальный алгоритм подражания автомату λ на множестве A.

$$\mu_\lambda^0(A)\,(\{[A:U]\}_0^*\Rightarrow\{[A:U]\}_0^{**}). \qquad (2.3.4)$$

Очевидно, что если известна $[A:U]$, то всякий $\mu_\lambda^0(A)$ можно представить через два тривиальных алгоритма подражания автомату λ на множестве A:

$$\begin{aligned}&\mu_\lambda^1(A)\,([A:U])\Rightarrow\{[A:U]\}_0^*,\\ &\mu_\lambda^2(A)\,([A:U])\Rightarrow\{[A:U]\}_0^{**}.\end{aligned} \qquad (2.3.5)$$

3. Обсудим достоинства и недостатки различных способов представления $[A:U]$. Ясно, что табличный, графический и точечный способы обладают наглядностью. В этом их преиму-

[18] Условной в том смысле, что она выбирается для такого разбиения A, о котором известно, что оно получено обобщением $[A:U]$.

щество перед функциональным представлением и представлением строчками. Однако точечный способ теряет наглядность при $l \geqslant 4$, а табличный и графический способы оказываются крайне громоздкими при $N_0(U) \geqslant 500$. Если учесть необходимость проведения различных операций над $[A : U]$, о которых речь шла выше, то можно считать, что табличный, графический и точечный способы оказываются неприемлемыми для $l \geqslant 4$, $N_0(U) \geqslant 100$. За крайне редким исключением, в геологии приходится иметь дело именно с такими $[A : U]$, для которых $l \geqslant 4$ и $N_0 \geqslant 100$. По этой причине для геологии подходящими способами представления $[A : U]$ являются, вообще говоря, только функциональный и строчечный. Для кодировки экспериментального материала преимущество имеют строчки [19], а в остальных отношениях — булевы функции [61, 81].

4. Дадим предварительную[20] формулировку трех основных задач детерминированной теории геологических классификаций.

Пусть задана $[A : U]$ — α-классификация-перечисление множества A по системе признаков U. Явный вид $[A : U]$ дается (2.2.3), а явный вид U дается (2.2.2).

(1) В случае $\delta(U/A) > 0$, где $\delta(U/A)$ — показатель связности U на A, определяемый (2.3.3), требуется указать алгоритм для выделения независимых компонент $U_j \subset U$.

(2) В том же случае $\delta(U/A) > 0$ требуется указать алгоритм для перечисления всех $\overline{U}_j^{(h)}$ — минимальных собственных подсистем U.

(3) Положим, что задано $\{[A : U]\}$ — производное перечисление от $[A : U]$. Требуется указать алгоритм для перечисления всех $\hat{U}_j^{(h)}$ — минимальных условных собственных подсистем U.

Отметим также задачу:

(4) Определить необходимые и достаточные условия принадлежности $a \in A$ к некоторому наперед заданному классу $\{[A : U]\}$.

5. Дадим краткие содержательные геологические пояснения к операциям над $[A : U]$ и основным задачам, сформулированным в п. 4.

---

[19] Строчки для удобства можно записывать на специальных перфокартах.

[20] Предварительную в том смысле, что эта формулировка нуждается в уточнении с точки зрения существования и единственности решения этих задач.

Операции сужения (а также расширения) $[A : U]$ по мерности, масштабам и размерам необходимы для сопоставления между собой $[A : U_j]$, построенных различными авторами, а также получения таких $[A : U]$, которые могут быть обработаны с учетом имеющегося экспериментального материала и возможностей существующих ЭВМ.

Операции разложения (а также сложения) $[A : U]$ на составляющие необходимы для экспериментальной и формальной проверки громоздких $[A : U]$ по частям и в целом.

В частности, разложение $[A : U]$ на независимые составляющие позволяет представить в наглядном виде (табличном, графическом или точечном) такие $[A : U]$, для которых $l \geqslant 4$, $N_0(U) > 100$.

Следует отметить особую важность операции обобщения $[A : U]$, понятия о $\{[A : U]\}$. Получение таких разбиений A связано с получением обобщенных представлений об A. Можно показать, что понятие о $\{[A : U]\}$ включает в себя все представления о «видах», «родах», «семействах» и т. д., которые нам угодно ввести [101, 102, 35, 57, 58][21]. В частном случае $[A : U]^{\rho}_{\sigma_0}$ дает то представление о «палеонтологическом виде», которое требуется нам из содержательных геологических соображений (глава IV, §. 1, п. 5).

Введение понятия об μ_λ — алгоритме подражания автомату λ потребовалось для того, чтобы попытаться наметить более общий подход к алгоритмам распознавания [70] применительно к нуждам геологии (§ 6, пп. 9, 10).

Задача (1) обеспечивает экономный подход к анализу связей между наборами признаков $U^i \subset U$ и между признаками $u^i_k \subset U^i$. Этот анализ сводится к анализу связей внутри независимых компонентов, которые, как правило, связаны с качественно различными совокупностями свойств. Например, в случае залежей нефти и газа такие компоненты могут быть связаны с физико-химическим составом углеводородов, геометрией залежи и литологией покрывающих толщ.

Задача (2) обеспечивает получение такой $[A : U]$, которая оптимальным образом удовлетворяет поставленным содержательным требованиям, например наиболее распространенным методикам экспериментов и наличию наиболее полных и точных данных, минимуму затрат для определения принадлежности a к A_i и др.

[21] К сожалению, все существующие сейчас «систематизации» опираются на неформализованные представления о «видах» [57, 58, 101] как подразделениях, существующих независимо от наших целевых установок.

Задача (3) тесно связана с построением диагностических классификаций (§ 6), в частности так называемых генетических классификаций[22], когда морфологически различным объектам $a \in A$ приписывается один и тот же механизм образования. Эта задача вместе с задачей (4) имеет непосредственное отношение, например, к определению «границ видов», необходимых и достаточных условий принадлежности $a \in A$ к «виду» A'_j.

§ 4. К решению основных задач детерминированной теории геологических классификаций

1. Рассмотрим логическую задачу, решение которой, с учетом известных результатов [94, 95], позволяет, как будет показано в дальнейшем, построить алгоритмы для решения задач, сформулированных в § 3, п. 4.

2. В качестве полной системы функций алгебры логики [33, 46, 84] выберем конъюнкцию &, дизъюнкцию $\vee$ и отрицание $\overline{}$. Как обычно, в записи булевых выражений знак конъюнкции в дальнейшем будем опускать там, где это не вызовет недоразумений. Независимую переменную будем обозначать через x, через m — количество независимых переменных рассматриваемой булевой функции. Для аргумента x_i, $i = 1,2,\ldots, m$, и его отрицания аналогично предыдущему (§ 3, п. 1.) введем обозначение $x_i^{\sigma_i}$.

Выражение вида $x_{i_1}^{\sigma_{i_1}} \& x_{i_2}^{\sigma_{i_2}} \& \ldots \& x_{i_r}^{\sigma_{i_r}}$, $r \leqslant m$, где $x_{i_1}, x_{i_2}, \ldots, x_{i_r}$ попарно различимы, будем называть элементарной конъюнкцией, а число r — рангом элементарной конъюнкции. Соответственно выражение вида $x_{i_1}^{\sigma_{i_1}} \vee x_{i_2}^{\sigma_{i_2}} \vee \ldots \vee x_{i_r}^{\sigma_{i_r}}$, $r \leqslant m$, будем на-

[22] До сих пор не имеется четкого определения «генетических» классификационных построений. Формально $[A : U]$ можно считать «генетической», во-первых, когда хотя бы один набор признаков $U^i \in U$ связан с «генезисом» (условия, обстановки, способы образования), во-вторых, когда все наборы признаков $U^i \in U$ оказываются связанными с «генезисом», в-третьих, когда ни один набор признаков $U^i \in U$ не связан с «генезисом», но $[A : U] \Rightarrow [A : U^*]$, где U^* — система признаков, связанная с «генезисом». В первом случае «генезис» выступает как одно из средств различения объектов множества A в каких-то содержательных целях. Во втором случае «генезис» выступает как цель, проводится перечисление объектов множества A с точки зрения их «генезиса». В третьем случае «генезис» выступает так же, как цель, но такая, которая достигается с помощью диагноза. Напомним, что необходимым условием детерминированного диагноза является $N(U) \geqslant N(U^*)$. Поэтому всякий детерминированный генетический подход является более грубым, чем морфологический.

зывать элементарной дизъюнкцией, а число r — рангом элементарной дизъюнкции.

Выражение вида $P_1 \vee P_2 \vee \ldots \vee P_R$, где $P_1, P_2, \ldots, P_R$ — элементарные конъюнкции, будем называть дизъюнктивной нормальной формой (ДНФ). Конъюнкции P_i назовем членами ДНФ. Соответственно выражение вида $C_1 \& C_2 \& \ldots \& C_R$, где $C_1, C_2, \ldots, C_R$ — элементарные дизъюнкции, будем называть конъюнктивной нормальной формой (КНФ). Дизъюнкции C_i назовем членами КНФ.

ДНФ (КНФ) назовем совершенной (СДНФ, СКНФ), если ранг каждого из ее членов будет равен m — числу независимых переменных. ДНФ (соответственно КНФ), содержащая наименьшее число букв $x_i^{\sigma_i}$ по сравнению со всеми другими ДНФ (соответственно КНФ), эквивалентными данной функции [33, 46, 84], будет называться минимальной ДНФ (соответственно КНФ) (МДНФ, МКНФ).

Будем говорить, что элементарная конъюнкция P_1 ранга r_1 ($r_1 \leqslant m$) поглощает элементарную конъюнкцию P_2 ранга r_2 ($r_2 \geqslant r_1$), если $P_1 \& P_2 = P_2$. Аналогично булева функция $f^1(x_1, x_2, \ldots, x_m)$ поглощает булеву функцию $f^2(x_1, x_2, \ldots, x_m)$, если $f^1 \& f^2 = f^2$.

Напомним, что элементарные конъюнкции P_i и P_j называются ортогональными, если $P_i \& P_j \equiv 0$. Для того чтобы две элементарные конъюнкции были ортогональны, необходимо и достаточно, чтобы каждая из них содержала, по крайней мере, один общий аргумент $x_i^{\sigma_i}$, при этом в одной из конъюнкций $\sigma_i = 0$, а в другой $\sigma_i = 1$. Аналогично функции f^1 и f^2 называются ортогональными, если $f^1 \& f^2 \equiv 0$.

Для того чтобы две функции, заданные в виде ДНФ,

$$f^1 = P_1 \vee P_2 \vee \ldots \vee P_{k_1},$$
$$f^2 = P_1^* \vee P_2^* \vee \ldots \vee P_{k_2}^*$$

были ортогональны, необходимо и достаточно, чтобы были ортогональны всевозможные пары конъюнкций P_i и P_j^*, $i = 1, 2, \ldots, k_1$, $j = 1, 2, \ldots, k_2$.

Функцию $f(x_1 x_2, \ldots, x_m)$ называют монотонной, если $f(x_1, x_2, \ldots, x_m) \leqslant f(x_1', x_2', \ldots, x_m')$, где $x_1 \leqslant x_1'$, $x_2 \leqslant x_2'$, ..., $x_m \leqslant x_m'$. Заметим, что всякая формула, записанная через конъюнкцию и дизъюнкцию (без отрицания), задает некоторую монотонную функцию.

3. Будем обозначать символом $F(f)$ формулу, задающую булеву функцию $f(x_1, x_2, \ldots, x_m)$.

Определение 1. Пусть $F(f)$ — формула, имеющая дизъюнктивный нормальный вид $F(f) = P_1 \vee P_2 \vee \ldots \vee P_k$. Операцией вычеркивания аргумента $x_i^{\sigma_i}$ в формуле $F(f)$ будем называть преобразование формулы $F(f)$ в формулу $F_{x_i}(f) = P'_1 \vee P'_2 \vee \ldots \vee P'_k$, где элементарные конъюнкции P'_i, $i = 1, 2, \ldots, k$, получаются из элементарных конъюнкций P_i путем вычеркивания аргумента $x_i^{\sigma_i}$.

Очевидно, функция ψ, задаваемая формулой $F_{x_i}(f)$, зависит от аргументов $x_1, x_2, \ldots, x_{i-1}, x_{i+1}, \ldots, x_m$.

Лемма 1. *Если формулы $F^1(f)$ и $F^2(f)$ имеют дизъюнктивный нормальный вид и задают одну и ту же булеву функцию $f(x_1, x_2, \ldots, x_m)$, то формулы $F^1_{x_i}(f)$ и $F^2_{x_i}(f)$ задают одну и ту же булеву функцию $\psi(x_1, x_2, \ldots, x_{i-1}, x_{i+1}, \ldots, x_m)$.*

Доказательство. В формулах $F^1(f)$ и $F^2(f)$ сгруппируем элементарные конъюнкции, содержащие x_i, а также $\bar{x}_i$ и не содержащие данный аргумент. В результате вынесения за скобки аргумента $x_i^{\sigma_i}$ формулы $F^1(f)$ и $F^2(f)$ примут вид:

$$F^1(f) = x_i f'_1 \vee \bar{x}_i f'_2 \vee f'_3, \tag{2.4.1}$$

$$F^2(f) = x_i f''_1 \vee \bar{x}_i f''_2 \vee f''_3. \tag{2.4.2}$$

Умножим каждое из выражений f'_3 и f''_3 на выражение $(x_i \vee \bar{x}_i)$, тогда формулы (2.4.1) и (2.4.2) примут вид:

$$F^1(f) = x_i(f'_1 \vee f'_3) \vee \bar{x}_i(f'_2 \vee f'_3), \tag{2.4.3}$$

$$F^2(f) = x_i(f''_1 \vee f''_3) \vee \bar{x}_i(f''_2 \vee f''_3). \tag{2.4.4}$$

Формулы $F^1(f)$ и $F^2(f)$ по условию задают одну и ту же булеву функцию f. Следовательно, из формул (2.4.3) и (2.4.4) следуют равенства:

$$f'_1 \vee f'_3 = f''_1 \vee f''_3, \tag{2.4.5}$$

$$f'_2 \vee f'_3 = f''_2 \vee f''_3. \tag{2.4.6}$$

В результате логического сложения левых и правых частей равенств (2.4.5) (2.4.6) получим новое равенство

$$f'_1 \vee f'_2 \vee f'_3 = f''_1 \vee f''_2 \vee f''_3. \tag{2.4.7}$$

Левая часть равенства (2.4.7) есть результат операции вычеркивания аргумента $x_i^{\sigma_i}$ в формуле $F^1(f)$, т. е. формула $F^1_{x_i}(f)$; правая часть равенства (2.4.7) есть формула $F^2_{x_i}(f)$.

Лемма 2. *Операции вычеркивания аргументов $x_i^{\sigma_i}$ и $x_j^{\sigma_j}$ из формулы $F(f)$ коммутативны, т. е.*

$$F_{x_i x_j}(f) = F_{x_j x_i}(f).$$

Доказательство. Представим формулу $F(f)$ в виде

$$F(f) = x_i x_j f_1 \vee x_i \bar{x}_j f_2 \vee \bar{x}_i x_j f_3 \vee \bar{x}_i \bar{x}_j f_4 \vee f_5.$$

Тогда

$$F_{x_i x_j}(f) = F_{x_j x_i}(f) = f_1 \vee f_2 \vee f_3 \vee f_4 \vee f_5.$$

Из леммы 1 следует, что применение операции вычеркивания аргумента $x_i^{\sigma_i}$ к любой из ДНФ, задающей булеву функцию f, дает в результате ДНФ $F_{x_i}(f)$, задающую одну и ту же булеву функцию ψ. Функцию ψ будем обозначать через $\psi = f_{x_i}(x_1, x_2, \ldots, x_m)$.

Из лемм 1 и 2 следует, что применение операции вычеркивания совокупности аргументов $\{x_{i_1}^{\sigma_{i_1}}, x_{i_2}^{\sigma_{i_2}}, \ldots, x_{i_k}^{\sigma_{i_k}}\}$ к любой функции f дает в результате ДНФ $F_{x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_k}}(f)$, задающую одну и ту же булеву функцию ψ, причем результат не зависит от последовательности вычеркивания. Аналогично предыдущему введем обозначение $\psi = f_{x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_k}}(x_1, x_2, \ldots, x_m)$.

4. Обратимся к постановке логической задачи. Задано множество булевых функций

$$f^1, f^2, \ldots, f^N,$$

зависящих от аргументов $x_1, x_2, \ldots, x_m$. Все функции попарно ортогональны $f^i \,\&\, f^j \equiv 0$, $i, j = 1, 2, \ldots, N$; $i \neq j$.

Вычеркивание совокупности аргументов $\{x_{i_1}^{\sigma_{i_1}}, x_{i_2}^{\sigma_{i_2}}, \ldots, x_{i_k}^{\sigma_{i_k}}\}$ в функциях f_i будем называть допустимым вычеркиванием, если функции

$$\psi^1 = f^1_{x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_k}};\ \psi^2 = f^2_{x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_k}};\ \ldots;\ \psi^N = f^N_{x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_k}}$$

попарно ортогональны. В противном случае вычеркивание будем называть недопустимым.

Требуется найти все совокупности

$$X_j = \{x_1, x_2, \ldots, x_m\} \setminus \{x_{i_1}, x_{i_2}, \ldots, x_{i_k}\}$$

с соблюдением следующих условий:

(1) вычеркивание совокупности аргументов $\{x_{i_1}^{\sigma_{i_1}}, x_{i_2}^{\sigma_{i_2}}, \ldots$
$\ldots, x_{i_k}^{\sigma_{i_k}}\}$ допустимо.

(2) если $X \subset X_j$, то вычеркивание множества аргументов $\{x_1, x_2, \ldots, x_m\} \setminus X$ недопустимо.

5. Вначале решим логическую задачу для $N = 2$.

Пусть функции f^1 и f^2 заданы в виде ДНФ формулами:

$$F(f^1) = P_1 \vee P_2 \vee \ldots \vee P_{k_1}, \tag{2.4.8}$$

$$F(f^2) = P_1^* \vee P_2^* \vee \ldots \vee P_{k_2}^*. \tag{2.4.9}$$

Рассмотрим две элементарные конъюнкции

$$P = x_{i_1}^{\sigma_{i_1}} x_{i_2}^{\sigma_{i_2}}, \ldots, x_{i_{r_1}}^{\sigma_{i_{r_1}}} \text{ и } P^* = x_{u_1}^{\sigma_{u_1}} x_{u_2}^{\sigma_{u_2}}, \ldots, x_{u_{r_2}}^{\sigma_{u_{r_2}}}.$$

Выделим все аргументы $x_{j_1}, x_{j_2}, \ldots, x_{j_r}$, каждый из которых входит в одну из конъюнкций P, P^* без отрицания ($\sigma = 1$), а в другую — под знаком отрицания ($\sigma = 0$). Из выделенных аргументов образуем элементарную дизъюнкцию

$$C = x_{j_1} \vee x_{j_2} \vee \ldots \vee x_{j_r}.$$

Описанную выше операцию формирования элементарной дизъюнкции C из двух элементарных конъюнкций P и P^* будем называть операцией W и обозначать

$$C = W(P, P^*).$$

Если в конъюнкциях P и P^* нет аргументов, входящих в одну из них без отрицания ($\sigma = 1$), а в другую — под знаком отрицания ($\sigma = 0$), т. е. конъюнкции P и P^* неортогональны, то положим

$$W(P, P^*) = 1.$$

Применим операцию $W(P_i, P_j^*)$, $i = 1, 2, \ldots, k_1$, $j = 1, 2, \ldots, k_2$, ко всем возможным парам элементарных конъюнкций из формул (2.4.8) и (2.4.9). Из полученных элементарных дизъюнкций образуем КНФ некоторой функции $M(f^1, f^2)$, которую будем называть минимизирующей. Ниже будет доказано, что функция $M(f^1, f^2)$ зависит только от функций f^1 и f^2 и не зависит от выбора ДНФ для функций f^1 и f^2.

Минимизирующая функция задается формулой

$$F(M(f^1, f^2)) = C_1 \& C_2 \& \ldots \& C_{k_1 k_2}.$$

Очевидно, что минимизирующая функция принадлежит классу монотонных функций.

Лемма 3. *Минимизирующая функция не зависит от выбора ДНФ для функций f^1 и f^2.*

Доказательство. Представим булевы функции $f^1(x_1, x_2, \ldots, x_m)$ и $f^2(x_1, x_2, \ldots, x_m)$ в СДНФ

$$F(f^1) = P_1 \vee P_2 \vee \ldots \vee P_{k_1}, \tag{2.4.10}$$

$$F(f^2) = P_1^* \vee P_2^* \vee \ldots \vee P_{k_2}^* \tag{2.4.11}$$

и построим для них минимизирующую функцию $M(f^1, f^2)$. В результате получим формулу

$$F(M(f^1, f^2)) = C_1 \& C_2 \& \ldots \& C_{k_1k_2}. \tag{2.4.12}$$

Пусть формулы (2.4.10) и (2.4.11) имеют эквивалентные ДНФ

$$F'(f^1) = P_1' \vee P_2' \vee \ldots \vee P_{k_1'}', \tag{2.4.13}$$

$$F''(f^2) = P_1'' \vee P_2'' \vee \ldots \vee P_{k_2''}''. \tag{2.4.14}$$

Построенная для них минимизирующая функция $M'(f^1, f^2)$ имеет вид

$$F(M'(f^1, f^2)) = C_1' \& C_2' \& \ldots \& C_{k_1'k_2''}'. \tag{2.4.15}$$

Очевидно, что число $k_1'k_2''$ из (2.4.14) не более числа k_1k_2 из (2.4.12).

Рассмотрим i-й конъюнктивный член формулы (2.4.15)

$$C_i' = x_{j_1} \vee x_{j_2} \vee \ldots \vee x_{j_{r_i}}, \quad i = 1, 2, \ldots, k_1'k_2''. \tag{2.4.16}$$

Формула (2.4.16) есть результат операции $W(P_i', P_j'')$ над двумя дизъюнктивными нормальными членами P_i' и P_j'' из формул (2.4.13)) и (2.4.14).

Конъюнкция P_i' (P_j'') из формулы (2.4.13) (соответственно (2.4.14)) эквивалентна некоторой части формулы (2.4.10) (соответственно (2.4.11))

$$P_i' = P_{i_1} \vee P_{i_2} \vee \ldots \vee P_{i_{v'}}, \tag{2.4.17}$$

$$P_j'' = P_{j_1}^* \vee P_{j_2}^* \vee \ldots \vee P_{j_{v''}}^*. \tag{2.4.18}$$

Произведем операцию $W(P_u, P_t)$, $u = i_1, i_2, \ldots, i_{v'}$; $t = j_1, j_2, \ldots, j_{v''}$, над всеми возможными парами из формул (2.4.17) и (2.4.18). В результате получим часть конъюнктивных членов формулы (2.4.12). Среди них всегда найдется дизъюнкция, совпадающая с формулой (2.4.18), так как имеют место равенства (2.4.17) и (2.4.18). Следовательно, любой конъюнктивный член формулы (2.4.15) всегда встречается в формуле (2.4.12).

Теперь рассмотрим i-й конъюнктивный член формулы (2.4.12)

$$C_i = x_{j_1} \vee x_{j_2} \vee \ldots \vee x_{j_{r_i}}, \quad i = 1, 2, \ldots, k_1, k_2 \qquad (2.4.19)$$

Формула (2.4.19) есть результат операции $W(P_i, P_j)$ над двумя дизъюнктивными нормальными членами P_i и P_j из формул (2.4.10) и (2.4.11). Ранги данных конъюнкций равны m.

Выберем из формулы (2.4.13) конъюнкцию P_i', поглощающую элементарную конъюнкцию P_i из формулы (2.4.10), а из формулы (2.4.14) элементарную конъюнкцию P_j'', поглощающую элементарную конъюнкцию P_j^* из формулы (2.4.11).

Применим к конъюнкциям P_i' и P_j'' операцию $W(P_i', P_j'')$. В результате получим дизъюнкцию

$$C_i' = x_{s_1} \vee x_{s_2} \vee \ldots \vee x_{s_r}. \qquad (2.4.20)$$

Любой из аргументов, встречающийся в формуле (2.4.20), встречается и в формуле (2.4.19). Поэтому $r \leqslant r_i$, и дизъюнкция C_i (2.4.19) либо совпадает с дизъюнкцией C_i' (2.4.20), когда $r = r_i$, либо поглощает ее, когда $r < r_i$.

Поглощая дизъюнкцию C_i' (2.4.20), дизъюнкция C_i (2.4.19) поглощает и функцию $M(f^1, f^2)$, записанную формулой (2.4.12), так как C_i — конъюнктивный нормальный член в формуле (2.4.12).

Выберем все конъюнктивные члены формулы (2.4.12), которые не совпадают с членами формулы (2.4.15) и, по доказанному, поглощают функцию $M'(f^1, f^2)$.

В силу последнего утверждения функцию $M'(f^1, f^2)$ можно логически умножить на все поглощающие функции, соответствующие выбранным конъюнктивным членам. Функция от этого не изменится, зато формула (2.4.15) обратится в формулу (2.4.12).

Теорема 1. *Пусть заданы две ортогональные функции* $f^1(x_1, x_2, \ldots, x_m)$ *и* $f^2(x_1, x_2, \ldots, x_m)$. *Функции* $\psi^1 = f^1_{x_i}(x_1, x_2, \ldots, x_m)$ *и* $\psi^2 = f^2_{x_i}(x_1, x_2, \ldots, x_m)$, $1 \leqslant i \leqslant m$, *будут ортогональны тогда и только тогда, когда минимизирующая функция* $M(f^1,$

f^2) *не обращается в тождественный нуль при* $x_i = 0$:

$$M(f^1, f^2)|_{x_i=0} \not\equiv 0. \tag{2.4.21}$$

Доказательство. *Необходимость.* Пусть функции ψ^1 и ψ^2 ортогональны. Предположим, что $M(f^1, f^2) \equiv 0$ при $x_i = 0$. Ввиду того, что КНФ, не содержащая аргументов под знаком отрицания, тождественно равна нулю тогда и только тогда, когда среди ее конъюнктивных членов найдется тождественный нуль, получим, что КНФ

$$F(M(f^1, f^2)) = C_1 \& C_2 \& \ldots \& C_{k_1k_2} \tag{2.4.22}$$

минимизирующей функции $M(f^1, f^2)$ содержит член вида

$$C_j = x_i, \ j = 1, 2, \ldots, k_1k_2. \tag{2.4.23}$$

Элементарная дизъюнкция C_j (2.4.23) есть результат применения операции $W(P, P^*)$, где P — один из членов ДНФ $F(f^1)$, P^* — один из членов ДНФ $F(f^2)$. Отсюда

$$W(P_{x_i}, P^*_{x_i}) = 1. \tag{2.4.24}$$

Следовательно, функции ψ^1 и ψ^2 неортогональны. Полученное противоречие показывает, что условие (2.4.21) выполняется.

Достаточность. Пусть условие (2.4.21) соблюдается. Тогда КНФ (2.4.22) не содержит конъюнктивного члена C_j вида (2.4.23). Поэтому для любой пары конъюнкций P и P^* условие (2.4.24) не выполняется. Следовательно, функции ψ^1 и ψ^2 ортогональны.

Следствие. Пусть заданы ортогональные функции $f^1(x_1, x_2, \ldots, x_m)$ и $f^2(x_1, x_2, \ldots, x_m)$. Функции $\psi^1 = f^1_{x_{i_1}x_{i_2}\ldots x_{i_k}}(x_1, x_2, \ldots, x_m)$ и $\psi^2 = f^2_{x_{i_1}x_{i_2}\ldots x_{i_k}}(x_1, x_2, \ldots, x_m)$, $x_{i_1}, x_{i_2}, \ldots, x_{i_k} \in \{x_1, x_2, \ldots, x_m\}$, будут ортогональны тогда и только тогда, когда минимизирующая функция $M(f^1, f^2)$ не обращается в тождественный нуль при $x_{i_1} = x_{i_2} = \ldots = x_{i_k} = 0$:

$$M(f^1, f^2)|x_{i_1} = x_{i_2} = \ldots = x_{i_k} \not\equiv 0.$$

Теорема 2. *Пусть заданы две ортогональные функции*

$$f^1(x_1, x_2, \ldots, x_m) \text{ и } f^2(x_1, x_2, \ldots, x_m).$$

Построим ДНФ минимизирующей функции $M(f^1, f^2)$

$$F(M(f^1, f^2)) = P_1 \vee P_2 \vee \ldots \vee P_l, \tag{2.4.25}$$

которая не содержит поглощаемых членов и не содержит аргументов под знаком отрицания. Каждый из членов формулы (2.4.25)

$$P_j = x_{s_1} x_{s_2} \dots x_{s_{r_j}}, \; j = 1, 2, \dots, l; \; r_j \leqslant m,$$

будет состоять из совокупности аргументов $X_j = \{x_{s_1}, x_{s_2}, \dots, x_{r_j}\}$, *удовлетворяющей условиям логической задачи. Других совокупностей, решающих логическую задачу, не существует.*

Доказательство. Пусть совокупность аргументов $X_j = \{x_{s_1}, x_{s_2}, \dots, x_{r_j}\}$ удовлетворяет условиям логической задачи. Применим операцию вычеркивания совокупности аргументов $\{x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_k}\} = \{x_1, x_2, \dots, x_m\} \diagdown X_j$ к функциям f^1 и f^2. Согласно следствию из теоремы 1, минимизирующая функция $M(f^1, f^2)$ не обращается в тождественный нуль при $x_{i_1} = x_{i_2} = \dots = x_{i_k} = 0$.

Построим ДНФ функции $M(f^1, f^2)$ без поглощаемых членов

$$F(M(f^1, f^2)) = P_1 \vee P_2 \vee \dots \vee P_{k_1}. \qquad (2.4.26)$$

При $x_{i_1} = x_{i_2} = \dots = x_{i_k} = 0$ формула (2.4.26) будет иметь вид

$$F(M(f^1, f^2)) = P_{t_1} \vee P_{t_2} \vee \dots \vee P_{t_u} \not\equiv 0, \; t_u \leqslant k_1. \qquad (2.4.27)$$

Формула (2.4.27) содержит только аргументы $x_{s_1}, x_{s_2}, \dots, x_{s_{r_j}}$. Если из функций f^1 и f^2 дополнительно вычеркнуть аргумент $x_{i_{k+1}}^{\sigma_{i_{k+1}}}, \; x_{i_{k+1}}^{\sigma_{i_{k+1}}} \in \{x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_k}\}$, то функция $M(f^1, f^2)$ обратится в тождественный нуль при $x_{i_1} = x_{i_2} = \dots = x_{i_{k+1}} = 0$ (согласно следствию из теоремы 1), т. е. все конъюнкции P_{t_i}, $i = 1, 2, \dots, u$, содержат аргумент $x_{i_{k+1}}$. Следовательно, все дизъюнктивные члены формулы (2.4.27) равны между собой:

$$P_{t_1} = P_{t_2} = \dots = P_{t_u} = x_{s_1} x_{s_2} \dots x_{s_{r_j}} = P_t.$$

Итак, для любой совокупности аргументов $\{x_{s_1}, x_{s_2}, \dots, x_{s_{r_j}}\}$, удовлетворяющей условиям логической задачи, среди непоглощенных членов ДНФ функции $M(f^1, f^2)$, не содержащей аргументов под знаком отрицания, найдется дизъюнктивный член P_t, $1 \leqslant t \leqslant k_1$, составленный из аргументов данной совокупности.

Рассмотрим формулу (2.4.25). Докажем, что совокупность аргументов $\{x_{s_1}, x_{s_2}, \ldots, x_{s_{r_t}}\}$, составляющая дизъюнктивный член

$$P_t = x_{s_1} x_{s_2} \ldots x_{s_{r_t}}, \quad 1 \leqslant t \leqslant k_1, \tag{2.4.28}$$

формулы (2.4.25), удовлетворяет условиям логической задачи. При $x_{i_1} = x_{i_2} = \ldots = x_{i_k} = 0$, $\{x_{i_1}, x_{i_2}, \ldots, x_{i_k}\} = \{x_1, x_2, \ldots \ldots, x_m\} \setminus \{x_{s_1}, x_{s_2}, \ldots, x_{s_{r_t}}\}$ формула (2.4.25) примет вид

$$F''(M(f^1, f^2)) = P_t \tag{2.4.29}$$

ввиду свойств формулы (2.4.25). Функция, задаваемая формулой (2.4.29), не равна тождественно нулю. Если в формуле $F(M(f^1, f^2))$ дополнительно приравнять нулю аргумент x_i, $x_i \notin \{x_{i_1}, x_{i_2}, \ldots, x_{i_k}\}$, то функция $M(f^1, f^2)$ обратится в тождественный нуль.

Предыдущие рассуждения показывают, что совокупность аргументов $\{x_{s_1}, x_{s_2}, \ldots, x_{s_{r_t}}\}$, составляющих непоглощенную конъюнкцию P_t (2.4.29), удовлетворяет условиям логической задачи.

Теорема 2 дает решение основной задачи для $N = 2$.

6. Перейдем к решению задачи для $N > 2$. Пусть задан кортеж попарно ортогональных функций [84]

$$f^1, f^2, \ldots, f^N, \tag{2.4.30}$$

зависящих от аргументов $x_1, x_2, \ldots, x_m$. Образуем из функций (2.4.30) $N - 1$ пар функций следующим образом:

$$\left.\begin{array}{l} f^1 \text{ и } \varphi^1 = f^2 \vee f^3 \vee \ldots \vee f^N, \\ f^2 \text{ и } \varphi^2 = f^3 \vee f^4 \vee \ldots \vee f^N, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ f^{N-1} \text{ и } \varphi^{N-1} = f^N. \end{array}\right\} \tag{2.4.31}$$

Функции f^i и ψ^i, $i = 1, 2, \ldots, N - 1$, ортогональны.

Конъюнкцию минимизирующих функций

$$M(f^1, \varphi^1), M(f^2, \varphi^2), \ldots, M(f^{N-1}, \varphi^{N-1})$$

будем называть минимизирующей функцией для кортежа функций (2.4.30) и обозначать через $M(f^1, f^2, \ldots, f^N)$.

$$M(f^1, f^2, \ldots, f^N) = M(f^1, \varphi^1) \,\&\, M(f^2, \varphi^2) \,\&\, \ldots \,\&\, M(f^{N-1}, \varphi^{N-1}). \tag{2.4.32}$$

Замечание. Ввиду того, что при построении функции $M(f^1, f^2, \ldots, f^N)$ каждая элементарная конъюнкция P_j из ДНФ $F(f^i)$, $i = 1, 2, \ldots, N$, участвует в операции $W(P_j, P_t^*)$ со всеми элементарными конъюнкциями P_t^* из ДНФ $F(f^1)$, $F(f^2), \ldots$ $\ldots, F(f^{i-1})$, $F(f^{i+1}), \ldots, F(f^N)$, минимизирующая функция $M(f^1, f^2, \ldots, f^N)$ зависит только от функций $f^1, f^2, \ldots, f^N$ и не зависит от их перенумерации.

Теорема 3. *Пусть заданы попарно ортогональные функции*

$$f^1(x_1, x_2, \ldots, x_m), f^2(x_1, x_2, \ldots, x_m), \ldots, f^N(x_1, x_2, \ldots, x_m).$$

Функции $\psi^1 = f^1_{x_i}$, $(x_1, x_2, \ldots, x_m)$, $\psi^2 = f^2_{x_i}(x_1, x_2, \ldots, x_m), \ldots$ $\ldots, \psi^N = f^N_{x_i}(x_1, x_2, \ldots, x_m)$, $1 \leqslant i \leqslant m$, *будут попарно ортогональны тогда и только тогда, когда минимизирующая функция* $M(f^1, f^2, \ldots, f^N)$ *не обращается в тождественный нуль при* $x_i = 0$:

$$M(f^1, f^2, \ldots, f^N)\big|_{x_i = 0} \not\equiv 0. \qquad (2.4.33)$$

Доказательство. Образуем из функций $f^1, f^2, \ldots$ $\ldots, f^N$ множество пар (2.4.31) и построим минимизирующую функцию $M(f^1, f^2, \ldots, f^N)$ (2.4.32). Функции $f^i_{x_i}$ и $\varphi^i_{x_i}$, $i = 1, 2, \ldots$ $\ldots, N-1$, согласно теореме 1, ортогональны. Отсюда следует справедливость теоремы 3.

Следствие. Пусть заданы попарно ортогональные функции

$$f^1(x_1, x_2, \ldots, x_m), f^2(x_1, x_2, \ldots, x_m), \ldots, f^N(x_1, x_2, \ldots, x_m)$$

Функции $\psi^1 = f^1_{x_{i_1} x_{i_2} \cdots x_{i_k}}(x_1, x_2, \ldots, x_m)$, $\psi^2 =$ $= f^2_{x_{i_1} x_{i_2} \cdots x_{i_k}}(x_1, x_2, \ldots, x_m), \ldots, \psi^N = f^N_{x_{i_1} x_{i_2} \cdots x_{i_k}}(x_1, x_2, \ldots, x_m)$, $x_{i_1}, x_{i_2}, \ldots, x_{i_k} \in \{x_1, x_2, \ldots, x_m\}$, будут попарно ортогональны тогда и только тогда, когда минимизирующая функция $M(f^1,$ $f^2, \ldots f^N)$ не обращается в тождественный нуль при $x_{i_1} = x_{i_2} =$ $= \ldots = x_{i_k} = 0$:

$$M(f^1, f^2, \ldots, f^N)\big|_{x_{i_1} = x_{i_2} = \ldots = x_{i_k} = 0} \not\equiv 0. \quad (2.4.34)$$

Теорема 4. *Пусть заданы попарно ортогональные функции*

$$f^1(x_1, x_2, \ldots, x_m), f^2(x_1, x_2, \ldots, x_m), \ldots, f^N(x_1, x_2, \ldots, x_m).$$

Построим ДНФ минимизирующей функции $M(f^1, f^2, \ldots, f^N)$

$$F(M(f^1, f^2, \ldots, f^N)) = P_1 \vee P_2 \vee \ldots \vee P_l, \quad (2.4.35)$$

которая не содержит поглощаемых членов и не содержит аргументов под знаком отрицания. Каждый член формулы (2.4.35)

$$P_j = x_{s_1} x_{s_2} \ldots x_{s_{r_j}}, \quad j = 1, 2, \ldots, l, \ r_j \leqslant m,$$

будет состоять из совокупности аргументов $X_j = \{x_{s_1}, x_{s_2}, \ldots \ldots, x_{s_{r_j}}\}$, *удовлетворяющей условиям логической задачи. Других совокупностей, решающих основную задачу, не существует.*

Доказательство теоремы 4 аналогично доказательству теоремы 2 (при этом необходимо использовать следствие из теоремы 3).

Теперь дадим алгоритм решения основной задачи для попарно ортогональных функций $f^1, f^2, \ldots, f^N$. Он состоит из следующих пунктов:

a) построение КНФ минимизирующей функции $M(f^1, f^2, \ldots \ldots, f^N)$, $N \geqslant 2$,

b) преобразование КНФ монотонной функции $M(f^1, f^2, \ldots \ldots, f^N)$ посредством раскрытия скобок в ДНФ, с последующим удалением поглощаемых членов.

Построенная таким образом ДНФ будет удовлетворять условиям теоремы 4. Каждый дизъюнктивный член полученной ДНФ будет состоять из аргументов искомой совокупности аргументов $\{x_{s_1}, x_{s_2}, \ldots, x_{s_r}\}$. Заметим, что прежде чем приступить к осуществлению пункта а), функции $f^1, f^2, \ldots, f^N$ могут быть приведены к МДНФ, так как минимизирующая функция $M(f^1, f^2, \ldots, f^N)$ не зависит от выбора ДНФ для функций $f^1, f^2, \ldots \ldots, f^n$ (лемма 3).

7. Рассмотрим операцию раскрытия скобок в монотонной КНФ.

Пусть задана КНФ монотонной функции $f(x_1, x_2, \ldots, x_m)$

$$F(f) = C_1 \& C_2 \& \ldots \& C_k, \quad (2.4.36)$$

где $C_j = x_{i_1} \vee x_{i_2} \vee \ldots \vee x_{i_{r_j}}$; $j = 1, 2, \ldots, k$, $r_j \leqslant m$.

Требуется построить ДНФ функции f

$$F(f) = P_1 \vee P_2 \vee \ldots \vee P_j, \quad (2.4.37)$$

где $P_j = x_{s_1} x_{s_2} \ldots x_{s_{r_j}}$, $j = 1, 2, \ldots, l$, $r_j \leqslant m$, удовлетворяющую следующим свойствам: формула (2.4.37) не содержит поглощаемых членов и не содержит аргументов под знаком отрицания.

Рассмотрим j-й шаг рекурентного алгоритма. Пусть в результате логического умножения j членов $C_1, C_2, \ldots, C_j$ из формулы (2.4.36) получено выражение

$$F(f) = P_{t_1} \vee P_{t_2} \vee \ldots \vee P_{t_j}, \tag{2.4.38}$$

которое не содержит поглощаемых членов и аргументов под знаком отрицания. Выпишем из формулы (2.4.38) конъюнктивный член

$$C_{j+1} = x_{i_1} \vee x_{i_2} \vee \ldots \vee x_{i_{r_{j+1}}} \tag{2.4.39}$$

и выполним операцию логического умножения формулы (2.4.38) с дизъюнкцией (2.4.39). Для этого проделаем следующее.

1) Из дизъюнктивных членов $P_{t_1}, P_{t_2}, \ldots, P_{t_j}$ формулы (2.4.38) образуем три множества A, B, C:

$$A = \{P_1^*, P_2^*, \ldots, P_a^*\},$$
$$B = \{P_1^{**}, P_2^{**}, \ldots, P_b^{**}\},$$
$$C = \{P_1, P_2, \ldots, P_c\},$$

где $a + b + c = t_j$, $A \cap B = A \cap C = B \cap C = 0$.

Множество A содержит те из дизъюнктивных членов формулы (2.4.38), которые имеют только один общий аргумент с дизъюнкцией (2.4.39); множество B — более одного общего аргумента; множество C — ни одного общего аргумента.

2) Для каждого элемента P_i, $i = 1, 2, \ldots, c$, множества C из аргументов элементарной дизъюнкции C_{j+1} (2.4.39) сформируем элементарную дизъюнкцию C_{j+1}^i, содержащую те аргументы $x_h \in \{x_{i_1}, x_{i_2}, \ldots, x_{i_{r_{j+1}}}\}$, которые не удовлетворяют условию: существует

$$P^* = P' \,\&\, x_h, \; P^* \in A, \tag{2.4.40}$$

такая, что $P_i = P' \,\&\, P''$, $P_i \in C$.

3) Логически умножим каждый элемент P_i множества C на соответствующую ему дизъюнкцию C_{j+1}^i. В результате получим ряд элементарных конъюнкций, из которых образуем множество D:

$$D = \{P_{g_1}, P_{g_2}, \ldots, P_{g_u}\}.$$

4) Из элементов множеств A, B, D образуем ДНФ

$$F_{j+1}(f) = P_{t_1} \vee P_{t_2} \vee \ldots \vee P_{t_{j+1}}. \tag{2.4.41}$$

Покажем, что полученное выражение есть результат логического умножения формулы $F_j(f)$ (2.4.38) на дизъюнкцию C_{j+1} (2.4.39), причем ДНФ (2.4.41) не содержит поглощенных членов и аргументов под знаком отрицания. Последнее утверждение очевидно.

Из способа построения множеств A, B, C, D следует, что объединение множеств A, B, D не содержит поглощаемых членов.

В результате логического умножения ДНФ, составленной из элементов множества C, на дизъюнкцию C_{j+1} (2.4.39) получится ДНФ, содержащая все члены ДНФ (2.4.41) и еще некоторые члены, поглощаемые элементами множества A ввиду условия (2.4.40).

Из сказанного выше и очевидных равенств

$$P_i^* \& C_{j+1} = P_i^*,\ P_i^* \in A,$$
$$P_i^{**} \& C_{j+1} = P_i^{**},\ P_i^{**} \in B,$$

следует, что формулы $F_j(f) \& C_{j+1}$ и $F_{j+1}(f)$ (2.4.41) представляют одну и ту же функцию.

Последовательное выполнение операций 1), 2), 3) и 4) для всех пар $F_j(f)$ (2.4.38) и C_{j+1} (2.4.39), $j = 1, 2, \ldots, k-1$, позволяет получить формулу (2.4.37).

§ 5. О построении α-классификаций-перечислений

1. Напомним, что рассматриваемое нами множество геологических объектов A предполагается формально заданным (§ 1, п. 1). Будем считать заданной и систему признаков U. Относительно выбора U с формальных позиций можно высказать только необходимые требования:

(1) в U могут входить только те признаки, которые являются алгоритмически определенными в A;

(2) мерность l и квазиобъем $N_0(U)$ (§ 3, п. 2) должны выбираться в соответствии с имеющимися экспериментальными данными и реальными вычислительными возможностями.

Например, если речь идет об α-классификации-перечислении нефтей и у нас имеется M образцов нефтей, причем каждый образец описан с точки зрения k свойств и i-ому свойству экспериментальная точность позволяет приписать i-й набор признаков с числом признаков $m(i)$, то необходимо так выбрать l и $n(i)$, отбрасывая некоторые свойства и загрубляя масштаб, чтобы было выполнено $N_0(U) \leqslant M/10, N_0(U) \leqslant \widetilde{M}$, где $\widetilde{M}$ —

число l-мерных векторов, которые одновременно могут находиться в блоке оперативной памяти ЭВМ [1]. Естественно, что выбор l свойств из k свойств, $k > l$, и выбор $n\ (i)$ с учетом $m\ (i)$ можно проводить многими различными способами. Выбор этот должен определяться содержательными соображениями. За крайне редким исключением, эти необходимые требования сейчас в геологии не учитываются. По-видимому, это и является одной из основных причин неприемлемого состояния классификационных построений в геологии [24, 26, 27, 28, 29, 31, 37, 41, 66].

2. Из определения $[A : U]$ вытекает, что построить $[A : U]$— значит перечислить все определяющие символы $L_p\ (\alpha^1_{p_1}, \alpha^2_{p_2}, \ldots$ $\ldots, \alpha^l_{p_l})$ ее классов A_p (§ 2, п. 3).

Если известно заранее, что $U^i \bigcirc U^j|_A$, $i \neq j$, для всех U^i, $U^j \in U$ (§ 1, п. 6), то построение всех $L_p\ (\alpha^1_{p_1}, \alpha^2_{p_2}, \ldots, \alpha^l_{p_l})$ сводится к перебору всех возможных комбинаций признаков $(u^1_{i_1}, u^2_{i_2}, \ldots, u^l_{i_l})$, $u^i_k \subset U$. В случае, когда заранее известны все связи между U^i, $U^j \in U$, то дело сводится к перебору таких $(u^1_{i_1}, u^2_{i_2}, \ldots, u^l_{i_l})$, которые допускаются наложенными связями. Если же заранее ничего неизвестно о соотношениях между U^i, $U^j \in U$, а именно так и обстоит дело в подавляющем большинстве случаев, то задача построения $[A : U]$ оказывается неопределенной. Таким образом, процедура построения $[A : U]$, даже если A и U заданы, не является, вообще говоря, алгоритмической [1, 34, 72]. Все определяется теми соотношениями между U^i, $U^j \in U$, которые следует заранее принять, исходя из следствий, вытекающих из понятия $\mathcal{A}$ о множестве A и известных экспериментальных и теоретических фактов. Однако это не означает, что задание соотношений между U^i, $U^j \subset U$, автоматически решает задачу построения $[A : U]$. Перебор $(u^1_{i_1}$, $u^1_{i_2}, \ldots, u^1_{i_l})$, которые допускаются заданными соотношениями между $\boldsymbol{U_i}$, как правило, приводит к значительным комбинаторным трудностям [30, 32, 68, 91].

Естественно выделить два вопроса: каким путем можно получить необходимые сведения о связях между U^i, $U^j \in U$, и каким путем можно преодолеть трудности комбинаторного характера. При попытках решения первого вопроса следует учитывать реальное состояние теоретических представлений геологии, которое показывает, что нужные сведения о соотношениях между U^i, $U^j \in U$, можно надеяться получить пока только за счет формального освоения опыта предшествующих классификационных построений в A, а также за счет экспериментального подхода к построению $[A : U]$.

3. Вопрос о формальном освоении опыта предшествующих классификационных построений в геологии подробно рассматривался в [24, 26, 28, 29, 31, 37, 41]. Сейчас ограничимся только основными моментами.

К настоящему времени в геологии почти для всех множеств объектов исследования уже имеется значительное число (иногда конкурирующих между собой) классификационных построений. Вследствие того, что эти построения проводились, как правило, без учета необходимых формальных требований и вне связи с реальными экспериментальными возможностями (на базе «генетического подхода»), применить к ним какие-либо строгие приемы анализа не представляется возможным. Пришлось ограничиться построением упрощенных схем математико-логического анализа отдельных «классификаций» и схем совместного анализа двух и большего числа «классификаций», относящихся к «одному и тому же» множеству объектов.

4. Упрощенная схема разбора отдельных «классификаций» может быть представлена в следующем анкетном виде [23].

Во-первых, фиксируется наименование множества объектов, на котором проводится построение (часто оказывается, что различные авторы различным образом именуют одно и то же множество объектов).

Во-вторых, фиксируются те понятия, на которые опирается построение, в частности понятие об исходном множестве объектов (часто оказывается, что явных формулировок понятий или ссылок на существующие формулировки не содержится).

В-третьих, проводится формальный разбор формулировок понятий, если их удалось зафиксировать (как правило, эти формулировки оказываются несостоятельными: нарушаются или необходимые требования формальной логики [45], или требование операционности [82, 86, 87]).

В-четвертых, проводится восстановление тех систем признаков, которые использовались при построении (часто оказывается, что используемые признаки являются алгоритмически

[23] С позиций приведенной ниже схемы была рассмотрена классификация элементов симметрии Е. С. Федорова [76], которая оказалась во всех смыслах безупречной минимизированной α-классификацией-перечислением (§ 2, п. 2), и таблица химических элементов Д. И. Менделеева (с учетом системы признаков, использованной самим Д. И. Менделеевым [59]), которая оказалась β-систематизацией-перечислением (§ 2, п. 2), причем удовлетворительного формального объяснения для выделения рядов в периодах найти не удалось.

неопределенными, нельзя выделить однородные наборы и нет возможности проверить их альтернативность).

В-пятых, рассматривается экспериментальный материал, который был использован при построении, с точки зрения его представительности по различным классам и внутри классов (как правило, оказывается, что экспериментальный материал явно не используется, ограничиваются приведением «типичных» примеров).

В-шестых, выясняются те предположения о связи между признаками и наборами признаков, которые принимались при построении (во многих случаях эти связи явно не оговариваются, их приходится выявлять, прибегая в целях дешифровки к построению структурного дерева (§ 3, п. 1)).

В-седьмых, выясняются цели, во имя которых проводилось построение (как правило, оказывается, что цели построения или вообще не отмечаются, или декларируются в общих словах).

В-восьмых, выясняются правила, которые выдвигаются для использования построения в содержательных целях (таковых правил, к сожалению, в большинстве случаев не выдвигается).

В-девятых, предпринимается попытка дать характеристику «классификаций» с позиций § 2, п. 2 (как правило, оказывается, что эти построения представляют собой субъективные β-систематизации или субъективные β-классификации, субъективные в том смысле, что опираются на алгоритмически неопределенные наборы признаков и субъективные представления о связи между признаками, которые строятся без фиксации цели); предпринимается попытка выделить однородные наборы, выяснить пути их алгоритмического определения и проверки их на альтернативность (часто это не удается в связи с «генетическими» трактовками наборов признаков); фиксируются формальные ошибки, которые были допущены при построении (они, как правило, стандартны [29, 75]); обсуждаются возможности формализации используемых при построении понятий, уточняется смысл предполагаемых связей между признаками, обсуждаются вопросы сужения и расширения используемой системы признаков.

В-десятых, рассматривается терминологическая основа «классификации» (часто число выделенных классов и число введенных терминов оказывается различным, либо некоторые выделенные классы остаются без соответствующих терминов, либо выводятся термины, не связанные с каким-либо выделенным классом).

В статье [29] дано описание этой схемы, сопровождаемое геологическими иллюстрациями, а в работах [37, 41] даны примеры реализации этой схемы для различных множеств геологических объектов.

5. Существо упрощенной схемы совместного разбора двух и большего числа «классификаций», связанных «с одним и тем же» множеством объектов, можно пояснить так. Рассмотрим две «классификации», которые относятся к одному и тому же множеству объектов. Чем они могут отличаться друг от друга? Прежде всего по целям, которые преследуются. В случае различных целей сопоставление, вообще говоря, лишено смысла, если не обращать внимания на возможность сопоставления отдельных одинаковых наборов признаков и связей между этими наборами. Если же «классификации» одинаковы по целям, то такое сопоставление представляет большой интерес, так как может позволить выяснить их относительные преимущества и позволит провести новое более эффективное для этих целей построение. Формально говоря, две такие «классификации» могут различаться между собой: (1) определениями множества объектов, (2) системами признаков, (3) предположениями о связи между признаками, (4) экспериментальным материалом, (5) формальными ошибками, допущенными при построении. Опираясь на схему, о которой речь шла в п. 3, можно провести по этим показателям сопоставление двух и большего числа интересующих нас классификационных построений. В статьях [28, 31] подробно проведен такой сравнительный анализ «классификаций» геологии нефти и газа, а в работе [41] — структурной геологии.

6. Как показывает опыт, формальное освоение предшествующих геологических «классификаций», связанное с огромными затратами времени и усилий, позволяет:

(1) убедительно показать, как нельзя осуществлять классификационные построения в геологии;

(2) дать объективную оценку существующим построениям в геологии;

(3) выяснить, какие из множеств объектов геологического исследования наиболее подготовлены к тому, чтобы можно было пытаться проводить в них корректные классификационные построения, какие наборы признаков можно надеяться при этом использовать, какие цели разумно сейчас ставить.

По-видимому, нельзя не учитывать результатов такого анализа и в общетеоретическом плане. Из работ [28, 31], в частности, вытекает, что именно некорректность «классификаций» в геологии нефти и газа, на которую часто намеренно не обращают внимания (и которая имеет свои корни в некорректности «классификаций» литологии, петрографии, структурной геологии, стратиграфии, тектоники), привела к тем теоретическим трудностям, которые широко известны и которые (что совершенно недопустимо) со временем не убывают [24].

7. При экспериментальном подходе к построению $[A : U]$ предварительно строят ее так называемую детерминированную базу $[A : U^0]$. Иначе говоря, строят такую α-классификацию-перечисление множества A по системе признаков U^0, где $U^i, U^j \subset U^0$, считаются независимыми между собой. Перебирая все комбинации признаков $\{u^1_{j_1}, u^2_{j_2}, \ldots, u^l_{j_l}\}$, получают $N_0(U) = \prod\limits_{i=1}^{l} n(i)$ таких комбинаций (§ 3, п. 2). Каждая такая комбинация будет отвечать классу $\overset{0}{A_j}$ детерминированной базы $[A : U]^0$. Пусть A' — экспериментально изученное подмножество множества объектов A. Обозначим через h'_j число объектов $a \in A'$, которые относятся к классу $\overset{0}{A_j}$. Если эмпирическая частота $\nu_j = \dfrac{h'_j}{\sum\limits_{i=1}^{N_0} h'_i} > 0$, то класс $\overset{0}{A_j}$ будет экспериментально реализуемым классом. Если же $\nu_j = 0$, то класс $\overset{0}{A_j}$ будет экспериментально нереализуемым классом. Из классов $\overset{0}{A_1}, \overset{0}{A_2}, \ldots, \overset{0}{A_{N_0}}$ детерминированной базы $[A : U]^0$ вычеркиванием экспериментально нереализуемых классов $\overset{0}{A_j}$ можно получить совокупность классов $A_1, A_2, \ldots, A_{N(U)}$. Эта совокупность классов будет являться эмпирической α-классификацией-перечислением множества объектов A по системе признаков U на экспериментальной базе A', которую будем обозначать через $[A(A') : U]$. Для того чтобы получить уверенность в справедливости тех следствий, которые вытекают из $[A(A') : U]$, в частности относительно связей между признаками $u^i_k \in U$, необходима, разумеется, уверенность, что перечисление всех возможных комбинаций признаков проведено

[24]) В работе [62] приводится таблица, где дается сопоставление 41 «классификации» геологии нефти и газа, начиная с 1908 и кончая 1963 г. История вопроса дана в книге [5]. Из этой таблицы видно, что практически не имеется никакой преемственности в таких построениях, с течением времени эти построения во всяком случае не улучшаются: с каждым годом мы подходим к этим построениям с более «разнообразных», но и более неопределенных позиций. Исходя из изложенного в сборнике [62], можно полагать, что такого же рода тенденции имеют место в литологии, петрографии, структурной геологии, стратиграфии и тектонике.

правильно[25] и что экспериментальная база A' является «представительной». Вообще говоря, A' можно считать «представительной», если эмпирические частоты $\nu_j = \frac{h_j}{\Sigma h_j}$ незначительно отличаются от вероятностей с точки зрения какого-либо статистического критерия [16]. Такая проверка «представительности» A' предполагает знание (или принятие гипотезы) многомерного закона распределения системы признаков U[26]. Иногда приходится довольствоваться ориентировочным критерием представительности A': если эмпирические частоты $\nu_j = \frac{h_j}{\Sigma h_j} > c$, вычисленные с помощью A', оказываются равными тем эмпирическим частотам ν_j, которые вычислены с помощью $A^* = A' \bigcup A''$, где A'' — дополнительно полученное подмножество экспериментально изученных объектов $a \in A$, то A' считается представительным [27]. Если у нас отсутствуют доказательства представительности A', то выводы, вытекающие из $[A\ (A') : U]$, следует принимать с большой осторожностью: из того, что данный класс A_j является экспериментально нереализуемым на множестве объектов $A' \subset A$, не следует, что он не может быть реализован на множестве объектов A. Ясно, что $[A\ (A') : U]$ всегда предполагают некоторую ограниченность и условность выводов. Например, с помощью $[A\ (A') : U]$ нельзя непосредственно предсказать новые, экспериментально не обнаруженные классы объектов, нельзя получить категорические ответы относительно взаимосвязи между признаками.

8. Заметим, что после получения $[A\ (A') : U]$ встает задача формулировки таких соотношений между U^i, $U^j \in U$, которые позволяли бы получить $[A : U] \sim [A\ (A') : U]$ (§ 3, п. 2).

Такую задачу будем называть теоретическим освоением $[A\ (A') : U]$.

9. Общий характер трудностей комбинаторного порядка, которые возникают при построении $[A : U]$, поясним кратким замечанием [91] и примером.

Пусть имеется множество неокрашенных кубиков и имеются краски: красная, синяя и белая. Положим, что имеется воз-

[25] Опыт показывает, что такого рода ошибки допускаются при классификационных построениях в геологии довольно часто [28, 31, 41].

[26] Нельзя не согласиться с автором [22] относительно недопустимости «определения» законов распределения на основе экспериментальных данных.

[27] Требование $\nu_j > c$ связано с тем, что практически не удается реализовать такой ориентировочный критерий для редко встречающихся классов, для которых $\nu_j < c$.

можность каждую из граней кубика окрасить в какой-либо один из трех цветов. Спрашивается, сколько различно окрашенных и каких именно кубиков можно получить? Нельзя ли построить такую процедуру перечисления, которая позволяла бы определить число различно окрашенных фигур и их перечень, когда число граней $n \geqslant 6$, а число красок $m \geqslant 3$ (когда перечисление «в лоб» практически выполнить нельзя)?

Положим, что нам интуитивно ясно, что такое «гранит». Будем считать [80], что «гранит» состоит из «кварца», «биотита», «мусковита», «роговой обманки», «щелочного полевого шпата» и «плагиоклаза»; кроме того, будем считать, что для «гранитов» выполняются следующие условия:

во-первых, «кварца» не может быть меньше 20% и больше 40%;

во-вторых, «биотит», «мусковит» и «роговая обманка» в сумме не могут превышать 20%;

в-третьих, если отсутствует «биотит», то присутствовать может либо «мусковит», либо «роговая обманка»;

в-четвертых, «щелочной полевой шпат» и «плагиоклаз» в сумме не могут составлять менее 50% и более 70%.

Положим, что экспериментальная точность по измерению компонентного состава «гранитов» такова: для «кварца» — 10%, для «биотита», «мусковита» и «роговой обманки» — 5%, для «щелочного полевого шпата» и «плагиоклаза» — 35%. В данном случае система признаков U будет состоять из шести однородных альтернативных наборов: U^1 — «состоять из p процентов кварца», U^2 — «состоять из g процентов биотита», U^3 — «состоять из r процентов мусковита», U^4 — «состоять из s процентов роговой обманки», U^5 — «состоять из t процентов щелочного полевого шпата», U^6 — «состоять из w процентов плагиоклаза». При этом, положим, набор признаков U^1 будет представляться в виде $U^1 = \{u_i^1\}$, $i = 1, 2, \ldots, 11$, где, например, $u_3^1(a') = 1$, если данный «гранит» содержит от 20 до 30% «кварца». Будем строить $[A : U]$ с учетом тех предварительных ограничений, которые были приняты выше и которые можно записать так:

$$20 \leqslant p \leqslant 40, \tag{2.5.1}$$

$$0 \leqslant g + r + s \leqslant 20, \tag{2.5.2}$$

$$g = 0 \Rightarrow r \neq 0,\ s = 0 \text{ или } r = 0,\ s \neq 0, \tag{2.5.3}$$

$$50 \leqslant t + w \leqslant 70. \tag{2.5.4}$$

Заметим, что если удастся правильно построить в таких предположениях $[A : U]$, то, в частности, это позволит, во-первых, опираясь на конкретный экспериментальный материал, проверить, отвечают ли выше сформулированные теоретические представления о «гранитах» тому, что понимается под «гранитом», и, во-вторых, если экспериментальный материал подтвердит наши представления, можно будет предсказать, с каким «гранитом» по составу можно, вообще говоря, встретиться. Ясно, что определить «граниты» можно только аксиоматически, как это фактически и было сделано выше [28]. Другое дело, подойдет ли такое определение, можно ли его основывать только на компонентном составе?

В результате экспериментальной проверки может оказаться, что: (1) некоторые «граниты» не находят своего места в $[A : U]$, (2) некоторые классы $[A : U]$ оказываются пустыми, (3) в некоторые классы $[A : U]$ попадает и то, что является «гранитом», и то, что не является «гранитом». Если имеет место (1), то это значит, что наши теоретические представления о «гранитах» неверны, узки. Если имеет место (2), то они неверны, широки. Если имеет место (3), то они совершенно неверны, нельзя ограничиваться только компонентным составом.

Чтобы решить нашу задачу, оказывается необходимым попытаться провести разумные обобщения, формально поставить задачу и поискать подходящие аналоги уже решенных математических задач или найти самостоятельное решение такой обобщенной формально поставленной задачи.

Пусть A — множество объектов. Положим, что $a \in A$ может содержать в себе компоненты a_i, $i=1, 2, \ldots, n$. Обозначим через α_{ia} количество компонента a_i в $a \in A$, а через $\Delta\alpha_i$ обозначим экспериментальную точность измерения a_i в $a \in A$. Введем β_{ia} — процентное содержание компонента a_i в $a \in A$. Тогда для β_{ia} будем иметь

$$\beta_{ia} = \frac{\alpha_{ia}}{\sum\limits_{k=1}^{n} \alpha_{ka}} 100. \tag{2.5.5}$$

Для точности же, с которой можно учитывать β_i, получим

$$\Delta\beta_i \geqslant \max_{a \in A} \Delta\beta_{ia} = \frac{\Delta\alpha_{ia}}{\Sigma\alpha_{ka}} + \frac{\alpha_{ia}\Sigma\Delta\alpha_{ka}}{(\Sigma\alpha_{ka})^2}. \tag{2.5.6}$$

---

[28] Отсюда вытекает, что, положим, споры относительно «гранитоидов», которые сейчас имеют место [73], лишены смысла, так как у различных авторов имеется свое, недостаточно четко сформулированное аксиоматическое определение «гранитоидов».

При таком подходе интересующую нас обобщенную постановку задачи можно дать так: требуется перечислить все классы эквивалентности $A_j \subset A$, внутри которых с заданной точностью все a имеют одинаковый компонентный состав, учитывая ограничения такого типа:

во-первых, различные α_i могут иметь различную $\Delta\beta_i$;

во-вторых, различные β_i могут меняться в различных пределах: $\beta_i^* \leqslant \beta \leqslant \beta_i^{**}$ (или даже меняться так, что β_i может иметь не один, а несколько своих промежутков изменения: $\beta_i^* \leqslant \beta \leqslant \beta_i^1, \beta_i^2 \leqslant \beta \leqslant \beta_i^3, \ldots, \beta_i^n \leqslant \beta \leqslant \beta_i^{**}$);

в-третьих, различные частные суммы вида $\sum \beta_i$, аналогично β_i, могут меняться в различных пределах или даже иметь несколько своих промежутков изменения;

в-четвертых, из того факта, что совокупность некоторых β_i принимает фиксированное значение (например, нулевое), может следовать, что другие β_k тоже принимают некоторые фиксированные значения (или приобретают другие интервалы изменения);

в-пятых, из того факта, что совокупность некоторых частных сумм вида $\sum \beta_i$ принимает некоторое фиксированное значение, может следовать, аналогично β_i, что другие частные суммы $\sum \beta_k$ тоже принимают некоторые фиксированные значения (или приобретают другие интервалы изменения).

В статье [32] было показано, что такая задача может быть решена с помощью так называемых производящих функций для сочетаний и композиций [68]. В целях простоты изложения будем рассуждать так. Вначале предположим, что имеем дело с некоторыми предварительными ограничениями частного вида. Получим для них решение задачи и затем обсудим, как можно учесть предварительные ограничения в общем случае. Пусть требуется провести перечисление при таких ограничениях:

(a) для различных a_i имеется различная точность определения процентного состава $\Delta\beta_i$, $i = 1, 2, \ldots, n$,

(b) для различных a_i имеется свой интервал изменения процентного состава $\beta_i^* \leqslant \beta_i \leqslant \beta_i^{**}$, $i = 1, 2, \ldots, n$.

Обозначим через $\Delta\beta_0$ наибольший общий делитель для чисел 100, $\Delta\beta_i$, β_i^*, β_i^{**}, $i = 1, 2, \ldots, n$, и введем:

$$\frac{\Delta\beta_i}{\Delta\beta_0} = m_i, \quad \frac{\beta_i^*}{\Delta\beta_0} = M_i^*, \quad \frac{\beta_i^{**}}{\Delta\beta_0} = M_i^{**}, \quad \frac{M_i^{**} - M_i^*}{m_i} = l_i. \tag{2.5.7}$$

С учетом (2.5.7) β_{ia} можно записать в виде

$$\beta_{ia} = (M_i^* + S_i m_i)\,\Delta\beta_0, \tag{2.5.8}$$

$$S_i = 0, 1, 2, \ldots, l_i, \; i = 1, 2, \ldots, n.$$

Очевидно, что для любого $a \in A$ должно быть выполнено

$$\sum_{i=1}^{n} \beta_{ia} = \sum_{i=1}^{n} (M_i^* + S_i m_i)\,\Delta\beta_0 = 100 \tag{2.5.9}$$

или

$$\sum_{i=1}^{n} S_i m_i = N', \quad N' = \frac{100}{\Delta\beta_0} - \sum_{i=1}^{n} M_i^*. \tag{2.5.9$'$}$$

Это позволяет сформулировать задачу в комбинаторных терминах: при заданных N' и m_i требуется найти такие композиции n чисел $S_1, S_2, \ldots, S_n$, которые допускаются неравенствами $S_i \leqslant l_i$, $i = 1,2,\ldots, n$.

Рассмотрим множество X, состоящее из элементов n видов $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Каждой интересующей нас композиции чисел $S_1', S_2', \ldots, S_n'$ можно привести во взаимно однозначное соответствие N'-сочетание с повторениями вида

$$\underbrace{\underbrace{x_1, x_1, \ldots, x_1}_{m_1 S_1' \text{ раз}}, \underbrace{x_2, x_2, \ldots, x_2}_{m_2 S_2' \text{ раз}}, \ldots, \underbrace{x_n, x_n, \ldots, x_n}_{m_n S_n' \text{ раз}}}_{N' \text{ раз}}. \tag{2.5.10}$$

Наша задача сводится к перечислению N'-сочетаний с повторениями, где элемент x_i, $i = 1,2,\ldots, n$, может встречаться $0, m_i, \ldots, l_i m_i$ раз. Для таких сочетаний известна производящая функция

$$\varphi = \prod_{i=1}^{n} [1 + (x_i t)^{m_i} + (x_i t)^{2m_i} + \ldots + (x_i t)^{l_i m_i}]. \tag{2.5.11}$$

Эта функция обладает таким свойством, что если в (2.5.11) произвести перемножение и представить (2.5.11) в виде

$$\varphi = 1 + f_1 t^1 + f_2 t^2 + \ldots + f_{N'-1} t^{N'-1} + f_{N'} t^{N'} + \ldots, \tag{2.5.11$'$}$$

то интересующие нас N'-сочетания будут даваться в явном виде функцией $f_{N'}$ из (2.5.11)$'$. Положим, что (2.5.10) — одно из N'-сочетаний, входящих $f_{N'}$. С этим сочетанием свяжем класс эквивалентности объектов из A, компонентное содержание внутри которого определяется так:

$$\begin{gathered}(M_1^* + m_1 S_1')\,\Delta\beta_0,\\ (M_2^* + m_2 S_2')\,\Delta\beta_0,\\ \cdots\cdots\cdots\\ (M_n^* + m_n S_n')\,\Delta\beta_0.\end{gathered} \tag{2.5.12}$$

Таким образом, для ограничений вида (a) и (b) задача решена. Она свелась к построению производящей функции (2.5.11) и преобразованию ее к виду (2.5.11)$'$. Такие операции можно провести на ЭВМ. Остается обсудить, как учесть предварительные ограничения в общем случае. Если, например, β_1 изменяется так: $\beta_1^* \leqslant \beta_1 \leqslant \beta_1'$, $\beta_1^2 \leqslant \beta_1 \leqslant \beta_1^{**}$, то дело сводится к тому, что в (2.5.11) первый сомножитель следует изменить так:

$$\begin{gathered}[1 + (x_1 t)^{m_1} + (x_1 t)^{2m_1} + \ldots + (x_1 t)^{l_1' m_1} + (x_1 t)^{l_1^2 m_1} + \\ + (x_1 t)^{(l_1^2+1)\,m_1} + \ldots + (x_1 t)^{l_1 m_1}].\end{gathered} \tag{2.5.13}$$

Если, например, $\beta_1 + \beta_2$ изменяется так: $\alpha^* \leqslant \beta_1 + \beta_2 \leqslant \leqslant \alpha^{**}$, то в (2.5.11)$'$ следует выбросить все N'-сочетания (2.5.10), в которых

$$m_1 S_1' + m_2 S_2' < \frac{\alpha^*}{\Delta\beta_0} \text{ и } m_1 S_1' + m_2 S_2' > \frac{\alpha^{**}}{\Delta\beta_0}.$$

Если, например, из $\beta_1 = 0$ следует, что $\beta_2 = \overline{\beta_2}$, то следует преобразовать результат перемножения двух первых сомножителей в (2.5.11) так:

$$\begin{gathered}\{[(x_1 t)^{m_1} + (x_1 t)^{2m_1} + \ldots + (x_1 t)^{l_1 m_1}]\,[1 + (x_2 t)^{m_2} + (x_2 t)^{2m_2} + \ldots \\ \ldots + (x_2 t)^{l_2 m_2}] + (x_2 t)^{\bar{l} m_2},\end{gathered} \tag{2.5.14}$$

где

$$\bar{l} = \frac{\overline{\beta}_2}{\Delta\beta_0}\frac{1}{m_2}.$$

Это показывает, что в общем случае учет ограничений сводится либо к преобразованию функции (2.5.11), либо к вычеркиванию по некоторым правилам из (2.5.11)$'$ некоторых N'-

сочетаний. Такого рода операции тоже можно реализовать на ЭВМ.

Возвратимся к нашему частному примеру. Для чисел $\Delta\beta_i$, β_i^* и β_i^{**} будем иметь

i	$\Delta\beta_i$	β_i^*	β_i^{**}
1	10	20	40
2	5	0	20
3	5	0	20
4	5	0	20
5	35	0	70
6	35	0	70

(2.5.15)

Наибольший общий делитель для чисел (2.5.15) $\Delta\beta_0 = 5$ и в соответствии с (2.5.7) получим

i	m_i	M_i^*	M_i^{**}	l_i
1	2	4	8	2
2	1	0	4	4
3	1	0	4	4
4	1	0	4	4
5	7	0	14	2
6	7	0	14	2

(2.5.16)

Вместо (2.5.9) можем записать

$$\begin{gathered} N' = S_1 \cdot 2 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 \cdot 7 + S_6 \cdot 7 = 16; \\ S_1 = 0,\ 1,\ 2;\ \ S_k = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4; \\ k = 2,\ 3,\ 4;\ \ S_l = 0,\ 1,\ 2;\ \ l = 5{,}6. \end{gathered} \tag{2.5.17}$$

Без учета ограничений (2.5.2), (2.5.3) и (2.5.4) функция (2.5.11) будет иметь вид

$$\begin{aligned}\varphi = & [1 + (x_1t)^2 + (x_1t)^4] \times \\ & \times [1 + (x_2t)^1 + \ldots + (x_2t)^4] \times \\ & \times [1 + (x_3t)^1 + \ldots + (x_3t)^4] \times \\ & \times [1 + (x_4t)^1 + \ldots + (x_4t)^4] \times \\ & \times [1 + (x_5t)^7 + \ldots + (x_5t)^{14}] \times \\ & \times [1 + (x_6t)^7 + (x_6t)^{14}].\end{aligned} \tag{2.5.18}$$

Если учесть ограничение (2.5.3), то (2.5.18) следует записать в виде

$$\begin{aligned}\varphi = & [1 + (x_1t)^2 + (x_1t)^4] \times [1 + (x_5t)^7 + (x_5t)^{14}] \times \\ & \times [1 + (x_6t)^7 + (x_6t)^{14}] \times \{[1 + (x_2t)^1 + \ldots \\ & \ldots + (x_2t)^4] \times \\ & \times [1 + (x_3t)^1 + \ldots + (x_3t)^4] \times [1 + (x_4t)^1 + \ldots + (x_4t)^4] - \\ & - [(x_3t)^1 + (x_3t)^2 + \ldots + (x_3t)^4] \times [(x_4t)^1 + (x_4t)^2 + \ldots \\ & \ldots + (x_4t)^4]\}.\end{aligned} \tag{2.5.19}$$

Если привести (2.5.19) к виду (2.5.11)′ и в соответствии с (2.5.17) взять f_{16}, выбросив из него, согласно (2.5.2) и (2.5.4), все слагаемые: $x_1^{\alpha_1}x_2^{\alpha_2}x_3^{\alpha_3}x_4^{\alpha_4}x_5^{\alpha_5}x_6^{\alpha_6}$, для которых

$$\alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 > 4,\ \alpha_5 + \alpha_6 < 10,\ \alpha_5 + \alpha_6 > 14, \tag{2.5.20}$$

то получим

$$(x_5^{14} + x_5^7\, x_6^7 + x_6^{14})\ (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_2x_3 + x_2x_4). \tag{2.5.21}$$

Выражение (2.5.21) после раскрытия скобок дает решение нашей частной задачи.

§ 6. О построении диагностических процедур. Предварительная формулировка двух основных задач вероятностной теории геологических классификаций. «Распознавание образов» в геологии

1. По определению (§ 2, п. 3) разбиение $[A : U]$, даваемое (2.2.3), детерминированно диагнозирует разбиение (2.2.4) с классами A'_j, если выполнено (2.2.6), а если (2.2.6) не имеет места, но выполняется (2.2.5), то разбиение $[A : U]$ вероят-

ностно диагнозирует разбиение (2.2.4), которое сейчас удобно обозначать через $\{[A : V]\}$. Поясним условие (2.2.5) и (2.2.6). Известно [20], что системе X, которая может принимать конечное число состояний $x_1, x_2, \ldots, x_n$ с вероятностями $p_1, p_2, \ldots$ $\ldots, p_n$, $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$, можно приписать характеристику

$$H(X) = -\sum_{i=1}^{n} p_i \log p_i, \tag{2.6.1}$$

называемую энтропией системы, которая имеет смысл меры неопределенности системы [83].

Понимая под X множество объектов A, а под x_i — классы A_i, можно всякому разбиению A приписать характеристику вида (2.6.1).

Выражение

$$H' = -\sum_{j=1}^{N'} p'_j \log p'_j \tag{2.6.2}$$

будет давать энтропию $\{[A : V]\}$, выражение

$$H_i = -\sum_{j=1}^{N'} p_{ij} \log p_{ij} \tag{2.6.3}$$

— энтропию $[A_i : V]$ или условную энтропию разбиения множества A_i из семейства множеств $[A : U]$, которое имеет вид

$$A_{i1}, A_{i2}, \ldots, A_{iN'}, \tag{2.6.4}$$

а выражение

$$H = \sum_{i=1}^{N(U)} p_i H_i = -\sum_{i=1}^{N(U)} p_i \Big(\sum_{j=1}^{N'} p_{ij} \log p_{ij}\Big) \tag{2.6.5}$$

— условную взвешенную энтропию разбиения $[A : U]$, которое дается (2.2.3). При этом условие (2.2.5) означает, что (2.6.5) меньше, чем (2.6.2), а (2.2.6) означает, что (2.6.5) равно нулю.

Заметим, что если A_i и A_k — два множества из семейства множеств $[A : U]$, а $A^+ = A_i \cup A_k$, то для суммы условных энтропий имеет место

$$H_i + H_k \leqslant H^+, \tag{2.6.6}$$

где

$$H^+ = -\sum_{j=1}^{N} p_j^+ \log p_j^+. \tag{2.6.7}$$

Аналогично предыдущему (§ 2, п. 3) в (2.6.2) — (2.6.7) принято, что p'_j — вероятность события $a \in A'_j$, p_i — вероятность события $a \in A_i$, p_{ij}—вероятность события $a \in A'_j$ при условии, что $a \in A_i$, p_j^+ — вероятность события $a \in A'_j$ при условии, что $a \in A^+$.

Рассмотрим частный случай, когда $[A : U]$:

$$A_1, A_2, \ldots, A_5, \tag{2.6.8}$$

а $\{[A : V]\}$:

$$A'_1, A'_2, A'_3. \tag{2.6.9}$$

Когда встает вопрос о принадлежности $a \in A$ к какому-либо классу из (2.6.9), то неопределенность ответа на этот вопрос зависит от p'_1, p'_2, p'_3, $p'_1 + p'_2 + p'_3 = 1$. Наиболее неопределенная ситуация имеет место при $p'_1 = p'_2 = p'_3 = {}^1/_3$. Более определенная ситуация имеет место, например, тогда, когда одна из трех величин p'_j значительно превосходит две другие, положим, $p'_2 \gg p'_1$, p'_3. Если для ответа на вопрос о принадлежности a к классу из (2.6.9) мы прибегаем к предварительному определению принадлежности a к классу из (2.6.8), то такие действия можно считать «оправданными», когда получается хотя бы некоторый «выигрыш». Мы приходим к более определенным ситуациям. Рассмотрим, считая A бесконечным, две частных совокупности значений p''_j:

(a)

1	2	3
1/3	1/3	1/3

(b)

1	2	3
1/25	9/10	3/50

и частные совокупности значений p_{if}:

(1)

$i \backslash j$	1	2	3
1	0	0	1
2	0	0	1
3	0	1	0
4	0	0	1
5	1	0	0

(2)

$i \backslash j$	1	2	3
1	0	0	1
2	1/25	9/10	3/50
3	1/25	8/10	8/50
4	0	1	0
5	0	0	1

(3)

$i \backslash j$	1	2	3
1	1/3	1/3	1/3
2	1/3	1/3	1/3
3	0	0	1
4	0	0	1
5	1	0	0

(4)

$i \backslash j$	1	2	3
1	1/3	1/3	1/3
2	1/3	1/3	1/3
3	1/3	1/3	1/3
4	1/3	1/3	1/3
5	1/3	1/3	1/3

Если первоначально имели (a), то в случаях (1), (2) и (3) предварительное определение принадлежности $a \in A$ к классу из (2.6.8) можно считать «оправданным», в случае же (4) — «неоправданным». Если первоначально имели (b), то такие действия можно считать «оправданными» в случае (1), «неоправданными» в случае (4), а для того, чтобы разобраться в случаях (2) и (3), следует взвесить, как часто придется сталкиваться со случаями, когда p_{i1}, p_{i2}, p_{i3} позволяют получить более определенное суждение, чем p_1', p_2', p_3' (для (2) эти случаи отвечают $i = 1$, 4, 5, а для (3) они отвечают $i = 3$, 4, 5), и когда p_{i1}, p_{i2}, p_{i3} не позволяют получить более определенное суждение, чем p_1', p_2', p_3' (для (2) эти случаи отвечают $i = 2$, 3, а для (3) они отвечают $i = 1{,}2$). Такое взвешивание можно провести за счет p_1, p_2, p_3, p_4, p_5. Эти соображения и лежат в основе условий (2.2.5) и (2.2.6)

Таким образом, говоря о диагнозе, мы имеем в виду только «в среднем оправданный» диагноз, когда за счет диагноза мы получаем «в среднем» нечто лучшее, чем при использовании просто p_j'. Причем «оправдание» принимается только с точки зрения неопределенности, без учета, положим, затрат, связанных с предварительным определением принадлежности a к A_i, и цены ошибок диагноза.

Даже при таком подходе к «оправданию» можно варьировать его смысл. Например, можно считать «оправданным» такой диагноз, когда мы получаем «в среднем» по всем классам A_j' хуже, но получаем лучше для отдельных классов A_l' или даже для отдельного класса A_k'.

Если при построении процедуры диагноза не оговорено, в каком содержательном смысле она считается оправданной, будем называть такую процедуру диагноза не зафиксированной содержательно, если же этот смысл содержательно оговорен, но не определен формально, то такую процедуру диагноза будем называть формально не зафиксированной.

2. Условимся под коэффициентом информативности разбиения $[A:U]$ относительно разбиения $\{[A:V]\}$ понимать:

$$I_{\{[A:V]\}}([A:U])=\begin{cases}\dfrac{H'-H}{H'} & H'>H\\ 0 & H'\leqslant H\end{cases}, \qquad (2.6.10)$$

где H' дается (2.6.2), а H — (2.6.5). В некоторых случаях (2.6.10) будем называть коэффициентом информативности системы признаков U на множестве A относительно разбиения $\{[A:V]\}$, обозначая его $I_{\{[A:V]\}}$ (U/A). Очевидно, что (2.6.10) можно обобщить на случай любого произвольного разбиения A, в частности $\{[A:U]\}$ (§ 2, п. 3).

Опираясь на (2.6.6), можно доказать, что если $U_j\subset U$, то

$$I_{\{[A:V]\}}(U/A)\geqslant I_{\{[A:V]\}}(U_j/A); \qquad (2.6.11)$$

если $[A:U]\backsim[A:U_j]$ (§ 3, п. 2), то

$$I_{\{[A:V]\}}(U/A)=I_{\{[A:V]\}}(U_j/A); \qquad (2.6.12)$$

если $[A:U]\Rightarrow[A:U_j]$ (§ 3, п. 2), то

$$I_{\{[A:V]\}}(U/A)\geqslant I_{\{[A:V]\}}(U_j/A). \qquad (2.6.13)$$

Учитывая, что всегда имеет место $[A:U]\Rightarrow\{[A:U]\}$ (§ 3, п. 2), будем иметь

$$I_{\{[A:V]\}}([A:U])\geqslant I_{\{[A:V]\}}(\{[A:U]\}).$$

Будем называть систему признаков U подходящей для диагноза разбиения $\{[A:V]\}$, обозначая $U_{\{[A:V]\}}$, если

$$I_{\{[A:V]\}}(U/A)>0, \qquad (2.6.14)$$

где $I_{\{[A:V]\}}$ (U/A) определяется по (2.6.10).

Важно отметить, что если условие (2.6.14) выполнено для A, то оно не обязательно выполняется и для $A^*\subset A$. Может случиться, что условие (2.6.14) выполняется только для $A^*\subset A$.

Из двух систем признаков, подходящих для диагноза разбиения $\{[A:V]\}$, $U_{\{[A:V]\}}$ и $W_{\{[A:A]\}}$, будем считать первую информационно предпочтительной перед второй, если

$$I_{\{[A:V]\}}(U/A) > I_{\{[A:V]\}}(W/A). \qquad (2.6.15)$$

3. Пусть задана $U_{\{[A\,:\,V]\}}$. Рассмотрим множество всех $\{[A : U]\}$, которое является счетным. Перенумеруем все $\{[A : U]\}$ так, что двум $\{[A : U]\}'$ и $\{[A : U]\}''$ приписывается один номер i, если $\{[A : U]\}' \backsim \{[A : U]\}''$, и $\{[A : U]\}'$ приписывается номер i, а $\{[A : U]\}''$ — номер j, $i < j$, если $\{[A : U]\}' \Rightarrow \{[A : U]\}''$. Это позволяет из множества всех $\{[A : U]\}$ получить, беря по одному представителю от эквивалентных (§ 3, п. 2), подмножество всех не эквивалентных между собой $\{[A : U]\}$:

$$\{[A : U]\}_1, \{[A : U]\}_2, \ldots, \{[A : U]\}_M. \qquad (2.6.16)$$

На основании (2.6.10) для каждого $\{[A : U]\}_i$ можно получить $I_{\{[A\,:\,V]\}}(\{[A : U]\}_i)$. В соответствии с (2.6.13) будет иметь место

$$I_{\{[A:V]\}}(\{[A : U]\}_i) \geqslant I_{\{[A:V]\}}(\{[A : U]\}_{i+1}), \qquad (2.6.17)$$

и $\{[A : U]\}_1$ будет представлять собой $[A : U]$.

Пусть s — наибольший номер, для которого имеет место $I_{\{[A\,:\,V]\}}(\{[A : U]\}_s) = 1$, а t' — наибольший номер, для которого имеет место $1 > I_{\{[A\,:\,V]\}}(\{[A : U]\}_{t'}) > 0$, $t' > s$. В этом случае будем говорить, что система признаков U допускает на множестве A относительно разбиения $\{[A : V]\}$ s-детерминированных вариантов диагноза, $t = t' - s$ вероятностных вариантов диагноза и обладает относительно $\{[A : V]\}$ мощностью $(s + t)$.

Все $U_{\{[A:V]\}}$ можно разбить по s и t на классы:

$$(1)\ s = 0, \quad t = 1, \quad U^{(1)}_{\{[A:V]\}},$$

$$(2)\ s = 0, \quad t > 1, \quad U^{(2)}_{\{[A:V]\}},$$

$$(3)\ s = 1, \quad t = 0, \quad U^{(3)}_{\{[A:V]\}},$$

$$(4)\ s > 1, \quad t = 0, \quad U^{(4)}_{\{[A:V]\}},$$

$$(5)\ s \neq 0, \quad t \neq 0, \quad U^{(5)}_{\{[A:V]\}}.$$

Если при построении диагностической процедуры для разбиения $\{[A : V]\}$ предварительно доказывается, что привлекаемая для диагноза система признаков $U_{\{[A:V]\}}$ обладает мощностью $(s+t)$, то соответствующая процедура диагноза будет называться диагностической процедурой с известной мощностью $(s+t)$.

Очевидно, что об оптимальных в каком-либо смысле вариантах диагноза с помощью системы признаков $U_{\{[A:V]\}}$ можно говорить только в случаях, когда известна мощность системы признаков $U_{\{[A:V]\}}$, причем $U_{\{[A:V]\}} \in U^{(i)}_{\{[A:V]\}}$, $i = 2, 4, 5$. Достаточно рассмотреть случай $U_{\{[A:V]\}} \in U^{(5)}_{\{[A:V]\}}$.

4. Пусть $U_{\{[A:V]\}} \in U^{(5)}_{\{[A:V]\}}$ и положим, что $s+t=q$. Выберем из (2.6.16) какую-либо $\{[A:U]\}_h$, $h \leqslant q$. Классы $\{[A:U]\}_h$ обозначим

$$A_1^h,\ A_2^h,\ \ldots,\ A^h_{N(h)}. \tag{2.6.18}$$

Под h-ным вариантом процедуры диагноза разбиения $\{[A:V]\}$ с помощью системы признаков $U_{\{[A:V]\}} \in U^{(5)}_{\{[A:V]\}}$, определенной на множестве A, будем понимать установленные отношения следования

$$\begin{gathered}(a \in A_k^h)) \Rightarrow (a \in A'_{j_h(k)} \mid \bar{p}_{h(k)}, \\ k = 1, 2, \ldots, N(h),\end{gathered} \tag{2.6.19}$$

где $A'_{j_h}(k)$— класс из $\{[A:V]\}$, $\bar{p}_h\ (k)$ вероятность события $a \in A'_{j_h}(k)$ при условии, что $a \in A_k^h$.

Предположим, что классы $\{[A:V]\}$ и классы $\{[A:U]\}_h$ занумерованы так, что имеет место

$$\begin{gathered}p'_1 \geqslant p'_2 \geqslant \ldots \geqslant p'_{N'}, \\ p_1(h) \geqslant p_2(h) \geqslant \ldots \geqslant p_{N(h)}(h).\end{gathered} \tag{2.6.20}$$

Здесь, аналогично предыдущему, p'_j — вероятность события $a \in A'_j$, а $p_i(h)$ — вероятность события $a \in A_i^h$. Обозначим через $p_{ij}(h)$ вероятность события $a \in A'_j$ при условии, что $a \in A_i^h$.

Правило для установления (2.6.19) сформулируем аналогично критерию Баейсса [6]. Если $a \in A_k^h$, то следует найти $\max p_{kj}(h)$. Положим, $\max p_{kj}(h) = p_{kj_1^k} = p_{kj_2^k} = \ldots = p_{kj^k_{m(k)}}$.

Из значков $j_1^k, j_2^k, \ldots, j^k_{m(k)}$ выберем $\min j_i^k$. Положим, что $\min j_i^k = j_1^k = j_2^k = \ldots = j^k_{n(k)}$. Из совокупностей $j_i^k, j_2^k, \ldots, j^k_{n(k)}$,

$k = 1, 2, \ldots, N(h)$, для каждого k выберем такой $j_h(k)$, чтобы, во-первых, меньшему k отвечал меньший $j_h(k)$, во-вторых, (2.6.19) имело место для максимального числа различных $j_h(k)$. После определения значков $j_h(k)$ положим $\overline{p}_h(k) = 1 - p_{kj(k)}(h)$.

5. Займемся оценкой h-го варианта процедуры диагноза разбиения $\{[A:U]\}$ с помощью системы признаков $U_{\{[A:V]\}} \in U^{(5)}_{\{[A:V]\}}$, определенной на множестве A. Построим функцию стоимости этого варианта так:

$$\rho_{\{[A:V]\}}(\{[A:U]\}_h) = \sum_{j=1}^{M(h)} c'_j p'_j - \sum_{k=1}^{N(U)} [p_k(h) c_k(h) + + (1 - p_{kj(k)}(h)) d_k(h)] - \sum_{j=M(h)+1}^{N'} e'_j p'_j, \qquad (2.6.21)$$

где $M(h)$ — максимальный значок $j_h(k)$, представленный в (2.6.19); c'_j — стоимость непосредственного определения принадлежности a к A'_j; $c_k(h)$ — стоимость определения принадлежности a к A^h_k; $d_k(h)$ — стоимость ошибки (2.6.19); e'_j — стоимость «неулавливания» таких a, которые принадлежат A'_j, $j > M(h)$.

Опираясь на $\rho_{\{[A:V]\}}(\{[A:U]\}_h)$ и $I_{\{[A:V]\}}(\{A:U]\}_h)$, сконструируем ведущий параметр $\eta^U_{\{[A:V]\}}(h)$ для рассматриваемого варианта так:

$$\eta^U_{\{[A:V]\}}(h) = \left(\frac{I(\{[A:U]\}_h)}{\rho(\{[A:U]\}_h)}\right)_{\{[A:V]\}}. \qquad (2.6.22)$$

Будем считать h^*-ый вариант процедуры диагноза разбиения $[A:V]$ с помощью системы признаков $U_{\{[A:V]\}} \in U^{(5)}_{\{[A:V]\}}$, определенной на множестве A, оптимальным, если

$$\max \eta^U_{\{[A:V]\}}(h) = \eta^U_{\{[A:V]\}}(h^*).$$

Заметим, что при определении $c_k(h)$ следует исходить из $c^0_k(h)$ — стоимости определения принадлежности a к $A^0_k(h)$, совокупность которых дает $[A:\overline{U}_h]$, где $\overline{U}_h$ — условная минимальная система признаков, отвечающая $\{[A:U]\}_h$ и дающая минимум затрат (§ 3, п. 2).

С учетом этого замечания обозначим оптимальный вариант процедуры диагноза разбиения $[A:U]$ с помощью системы признаков $U_{[A:V]} \in U^{(5)}_{[A:V]}$, определенной на множестве A, через $[A:\overline{U}^*_h] \Rightarrow [A:V]$.

6. Анализ геологических способов диагноза (глава III, § 1, п. 4), а также общие соображения показывают, что идея «ловли» сразу всех классов $\{[A : V]\}$ или их большего числа с помощью одной системы признаков U, определенной на множестве A, являясь наиболее простой по математическому описанию, не является для геологии универсальной и во всех случаях плодотворной. Можно полагать, что для «ловли» объектов a, принадлежащих к различным классам $\{[A : V]\}$, будут наиболее подходящими, вообще говоря, свои различные системы признаков U_j и «ловить» объекты $a \in A$ наиболее целесообразно посредством последовательного принятия или отвержения заключения о принадлежности a к классам $A_1', A_2', \ldots$ $\ldots, A_N'$, считая, что они перенумерованы в соответствии с (2.6.20)[29].

Обозначим через $[A\ (k-1) : V]$ разбиение

$$A_k', A_{k+1}^*, A_{k+1}^* = \bigcup_{j=k+1}^{N} A_j', \; k = 1, 2, \ldots, N-1, \quad (2.6.23)$$

считая, что $A\ (0) = A$. Пусть U — наиболее полная имеющаяся в нашем распоряжении система признаков, определенная на множестве A. Построим последовательность процедур

$$[A\ (k-1) : \overline{U}_h^*(k)] \Rightarrow \{[A\ (k-1) : V]\}. \quad (2.6.23)'$$
$$k = 1, 2, \ldots, N-1.$$

Для каждой такой процедуры с учетом (2.6.10) будем иметь, исходя из (2.6.21) и (2.6.22)[30],

$$\rho_{[A\ (k-1):V]}([A\ (k-1) : \overline{U}_h^*(k)]) = c_k' p_k' + c_{k+1}^* p_{k+1}^* -$$
$$- \sum_{i=1}^{N_k} p_i(h_k^*)\, c_i(h_k^*) - \sum_{i=1}^{N_k} d_i(h_k^*)\,(1 - p_{ij\,(i)}(h_k^*)), \quad (2.6.24)$$

$$\eta^{\overline{U}_k}_{[A\ (k-1):V]}(h_k^*) = \left(\frac{I([A\,(k-1) : \overline{U}_h^*(k)])}{\rho([A\,(k-1) : V])}\right)_{[A\ (k-1)\ :V]} \quad (2.6.25)$$

где в (2.6.24): p_k' — вероятность события $a \in A_k'$; p_{k+1}^* — вероятность события $a \in A_{k+1}^*$; c_k' — стоимость непосредствен-

[29] Выражение «поймать объект $a \in A$» означает определить его принадлежность к некоторому классу A_j' из $\{[A : V]\}$, исходя из знания его принадлежности к некоторому классу $A_k^h\ (j)$ из $\{[A : U_j]\}_h$. В случае $U_j = U$ для всех j приходим к выше описанной схеме диагноза.

[30] Для $N' = 2$ в (2.6 21) $M\ (h) = 2$ и, следовательно, последнее слагаемое отсутствует.

ного определения принадлежности a к A'_k; c^*_{k+1} — стоимость непосредственного определения принадлежности a к A^*_{k+1}; N_k — число классов в $[A\ (k-1) : \overline{U}^*_h\ (k)]$; $p_i\ (h^*_k)$ — вероятность события $a \in A_i^{hk^*}$; $A_i^{hk^*}$ — класс из $[A\ (k-1) : \overline{U}^*_h(k)]$; $c_i\ (h^*_k)$ — стоимость определения принадлежности $a \in A_i^{hk^*}$; $p_{ij(i)}\ (h^*_k)$ — вероятность события $a \in A_{j(i)}$ при условии, что $a \in A_i^{hk^*}$; $d_i\ (h^*_k)$ — стоимость ошибки в заключении $(a \in A_i^{hk^*}) \to \to (a \in A_{j(i)})$. Ведущий параметр такой схемы «ловли» определим так:

$$\eta = \sum_{S=1}^{N-1} [p'_1 + p'_2 + \ldots + p'_s]\ [\eta^{\overline{U}_1}_{[A\ (0):V]}(h^*_1) + \eta^{\overline{U}_2}_{[A\ (1):V]}(h^*_2) + \ldots$$
$$\ldots + \eta^{\overline{U}_s}_{[A\ (s-1):V]}(h^*_s)]. \tag{2.6.26}$$

Изложенную выше схему «ловли» будем называть процедурой геологического диагноза. Особое выделение такой процедуры связано с тем, что, во-первых, она представляет собой последовательность процедур диагноза, рассмотренных в пп. 4, 5, причем каждая процедура диагноза из этой последовательности опирается на свое диагнозируемое разбиение своего множества объектов и на свою диагностическую систему признаков; во-вторых, эта процедура предполагает последовательное принятие и отвержение заключения о принадлежности объекта к некоторому наперед фиксированному классу, причем вначале рассматривается принадлежность к наиболее часто встречаемым классам, и ведущий параметр дается (2.6.26). Значение этого параметра оказывается зависимым от принятой последовательности измерений (глава 3, § 1, п. 4). По-видимому, для геологии такая процедура диагноза обладает преимуществами перед всеми другими, в частности, в связи с тем, что в геологии, как правило, не представляется возможным собрать однородный материал для объектов, принадлежащих различным классам A'_j из $\{[A : V]\}$, и, как правило, нет возможности набрать достаточный материал по редко встречающимся классам A'_j из $\{[A : V]\}$ и тем классам A'_k из $\{[A : V]\}$, для которых c'_k очень велико.

Под оптимальной процедурой геологического диагноза будем понимать такую процедуру геологического диагноза, которой отвечает значение ведущего параметра (2.6.26), превышающее некоторую константу оптимальности $\eta^0\{[A : V]\}$.

7. Дадим предварительную формулировку двух основных задач вероятностной теории геологических классификаций.

Пусть задано (2.2.4) и (2.2.3), а также p_j', p_i, p_{ij} (смотри п. 1) и известно, что выполнено (2.6.14).

(1) Требуется указать алгоритм для получения (2.6.16), отличный от алгоритма полного перебора $\{[A : U]\}$.

(2) Считая известным (2.6.16), требуется указать алгоритм нахождения оптимального в смысле критерия (2.6.22) варианта процедуры диагноза, отличный от алгоритма полного перебора вариантов, для фиксированных значений c_j', c_i, d_k, e_j (см. п. 5).

8. При практическом решении геологических задач, связанных с построением процедур диагноза вида $\{[A : U]\}_h \Rightarrow \Rightarrow \{[A : V]\}$, все зависит от того, какими теоретическими и экспериментальными сведениями мы обладаем. Попытаемся перечислить те ситуации, с которыми можно встретиться.

(1) Задание множества объектов A (§ 1, п. 1):

$(1)_1$ Множество объектов A формально задано посредством понятия $\mathcal{A}$.

$(1)_2$ Множество объектов A задано формально неоднозначно, посредством набора «образцов» $a \in A$.

$(1)_3$ Множество объектов A формально не задано.

В случае $(1)_1$ имеется возможность для любого объекта x формально получить суждения $x \in A$ или $\bar{x} \notin A$. В случае $(1)_2$ и $(1)_3$ такой возможности нет и приходится довольствоваться интуитивным представлением о суждениях $x \in A$, $\bar{x} \notin A$. Можно убедиться (глава III, § 1, пп.1—3), что типичными для геологии являются случаи $(1)_2$ и $(1)_3$.

(2) Задание разбиения $\{[A : V]\}$:

$(2)_1$ Разбиение $\{[A : V]\}$ с классами A_j', $j = 1, 2, \ldots, N'$, задано «аксиоматически»: имеется возможность независимо от процедуры диагноза, формально определить для любого объекта x, который отнесен к A, принадлежность его к некоторому классу A_j'.

$(2)_2$. Разбиение $\{[A : V]\}$ задано «не аксиоматически».

Типичным для геологии является случай $(2)_2$. Задание A_j' осуществляется предъявлением j-ого набора «образцов» $A_j^э = = (a_j^1, a_j^2, \ldots, a_j^{n(j)})$, $j = 1, 2, \ldots, N'$. При этом всегда $A_j^э \neq 0$, и интуитивно считается, что $A_i^э \cap A_j^э = 0$, $A^э = \bigcup_j A_j^э$. Индекс j имеет смысл геологического термина.

(3) Задание системы признаков U (§ 1, п. 2):

$(3)_1$ Все $u_k^i \in U$ таковы, что являются в A признаками в формальном смысле: имеются алгоритмы для выбора одного из двух суждений $u_k^i(x) = 1$ или $u_k^i\ (x) = 0$ на случай любого x, который отнесен к A.

$(3)_2$ Не все $u_k^l \in U$ таковы, что являются в A признаками в формальном смысле.

Типичным для геологии является случай $(3)_2$.

(4) Соотношение между системами признаков U_j^i, определенных на «образцах» a_j^i

$(4)_1$ Имеет место $\bigcap\limits_{i,j} U_j^i = U$.

$(4)_2$ Имеет место $\bigcap\limits_{i,j} U_j^i = U_q$, $U_q \subset U$.

$(4)_3$ Имеет место $\bigcap\limits_{i,j} U_j^i = 0$.

Наиболее типичные случаи для геологии — $(4)_2$ и $(4)_3$.

(5) Сведения о зависимости между наборами признаков $U^i \subset U$ (§ 1, пп. 3—6):

$(5)_1$ Имеются полные сведения о зависимости между $U^i \subset U$ (это эквивалентно наличию $[A : U]$).

$(5)_2$ Не имеется полных сведений о зависимости между $U^i \subset U$.

Типичный для геологии случай — $(5)_2$.

Таким образом, следует считать, что при практическом подходе к геологическим задачам, связанным с процедурами диагноза, приходится иметь дело с типичными ситуациями: $(1)_2$ или $(1)_3$, $(2)_2$, $(3)_2$, $(4)_2$ или $(4)_3$, $(5)_2$. Ясно, что ни о каком объективном подходе к задачам диагноза в этих ситуациях не может быть и речи. Нам остается либо положиться на традиционный подход, либо попытаться за счет специальных теоретических и экспериментальных исследований перейти к другим ситуациям, которые открывают возможности объективного подхода. Естественно, желательно было бы суметь совершить переход к ситуациям $(1)_1$, $(2)_1$, $(3)_1$, $(4)_1$ или $(4)_2$, $(5)_1$. Тогда имелась бы возможность опереться на строгие математико-логические основы (пп. 2—7). Однако такой переход, как это видно из глав III и IV, совершить не так просто, это требует значительного времени и усилий.

9. Для того, чтобы придать геологическим процедурам диагноза более объективный характер, сейчас довольно широко привлекают идеи и результаты, связанные с «распознаванием образов» [70, 74]. По-видимому, следует считать, что сейчас нет единого толкования понятия «образ», нет четко сформулированных задач по «распознаванию образов» и нет каких-либо намеков на общую теорию «распознавания образов». В большом числе работ по «распознаванию образов» сейчас разобраться полностью, видимо, нет возможности. Ограничимся обзором части этих работ, представляющих, как можно полагать,

наибольший интерес для геологов, а также краткими замечаниями.

10. В основу обзора можно положить те предположения, которые принимаются для построения тех или иных алгоритмов «распознавания образов». По-видимому, при построении любых алгоритмов «распознавания образов» предполагается, что:

(1) Имеется множество объектов A, заданное «интуитивно ясным образом».

(2) Имеется система неформальных признаков V «интуитивно ясная», которая позволяет представить множество объектов A в виде $\{[A : V]\} : A_1', A_2',.., A_{N'}'$, причем «интуитивно ясно», что $A_j' \neq 0$, $A_j' \cap A_i' = 0$, $\bigcup\limits_j A_j' = A$ («задан алфавит»).

(3) Имеется система формальных признаков U, определенная на всем множестве объектов A, которая является в каком-то смысле подходящей для диагноза разбиения $\{[A : V]\}$. Эта система формальных признаков U представима в виде $U = \bigcup\limits_i U^i$, где U^i — однородные альтернативные в A наборы (каждый U^i отвечает «параметру», а каждый $u_k^i \subset U^i$ отвечает «градации параметра», U толкуется как «пространство параметров»).

(4) Для каждого класса A_j' из $\{[A : V]\}$ задана совокупность его представителей A_j' (э) : $a_1^j, a_2^j, \ldots, a_j^{h(j)}$, которые описаны с точки зрения системы признаков U (это предположение эквивалентно заданию $[A$ (э) $: U]$ и $\{[A$ (э) $: V]\}$, где A (э) $= \bigcup\limits_i A_j'$ (э)), причем описание подбирается так, что $[A$ (э) $: U] \Rightarrow \{[A$ (э) $: V]\}$.

В предположениях (1) — (4) предпринимается попытка решить такую задачу: для всякого объекта a, который интуитивно относится нами к множеству $A' \subset A$, требуется указать принадлежность этого объекта a к некоторому классу A_j' из $\{[A : V]\}$, исходя из описания объекта a с точки зрения системы признаков U так, чтобы количество ошибок неправильного определения принадлежности a к A_j', а также число отказов, когда $a \in A \setminus A'$, было по возможности минимальным. Легко видеть, что такая постановка задачи носит математический характер скорее по форме, чем по существу. Естественно, что для фактического решения такой задачи приходится использовать дополнительные предположения.

По-видимому, все известные алгоритмы «распознавания образов» можно разбить на два класса: вероятностно-статистические (рис. 2.6.1) и эвристические (рис. 2.6.2). Зная те до-

ВЕРОЯТНОСТНО-СТАТИСТИЧЕСКИЕ АЛГОРИТМЫ

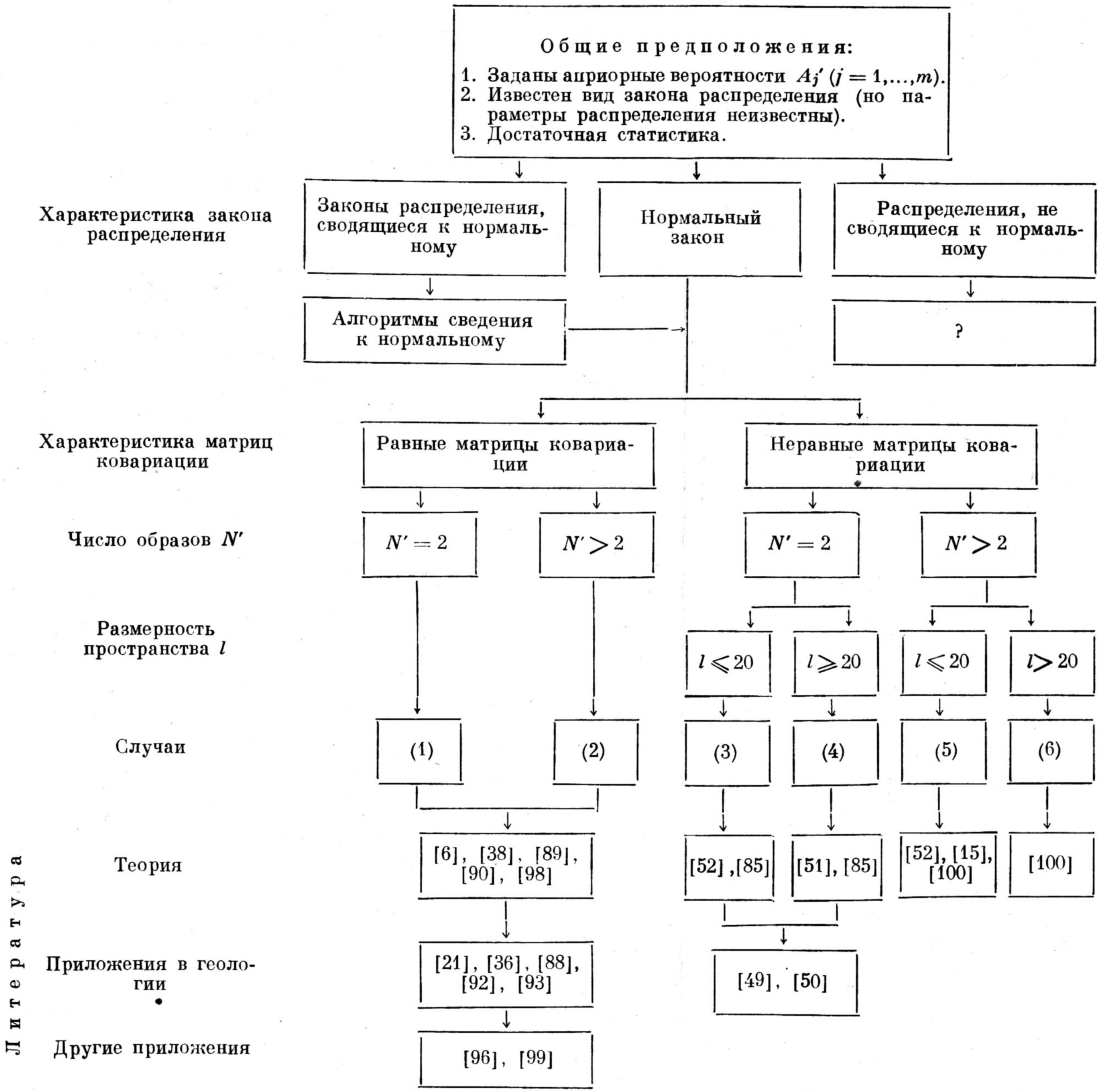

Рис. 2.6.1.

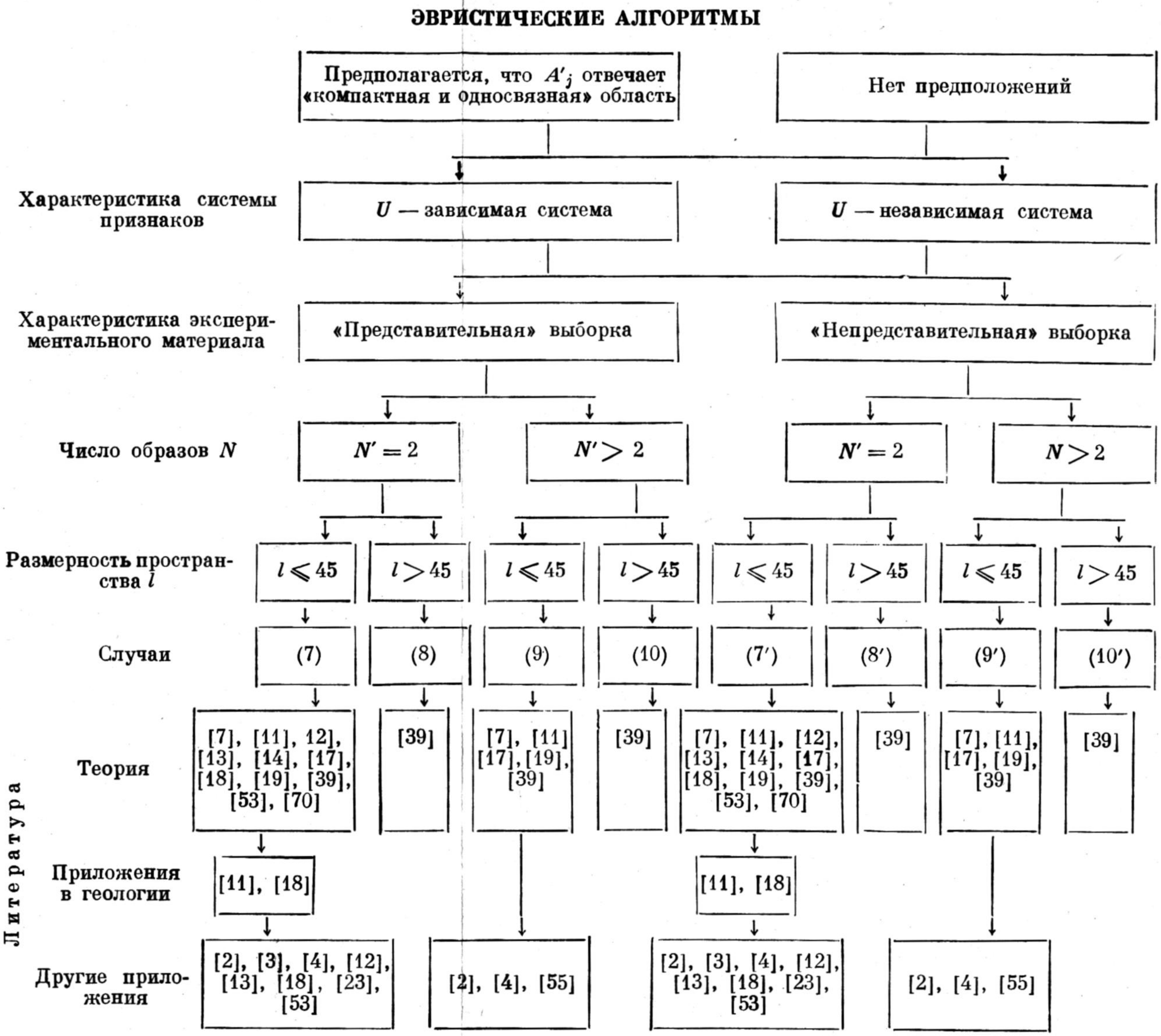
ЭВРИСТИЧЕСКИЕ АЛГОРИТМЫ
Предполагается, что A'_j отвечает «компактная и односвязная» область
Нет предположений
Характеристика системы признаков
U — зависимая система
U — независимая система
Характеристика экспериментального материала
«Представительная» выборка
«Непредставительная» выборка
Число образов N
$N' = 2$
$N' > 2$
$N' = 2$
$N > 2$
Размерность пространства l
$l \leqslant 45$
$l > 45$
$l \leqslant 45$
$l > 45$
$l \leqslant 45$
$l > 45$
$l \leqslant 45$
$l > 45$
Случаи
(7)
(8)
(9)
(10)
(7′)
(8′)
(9′)
(10′)
Литература
Теория
[7], [11], 12], [13], [14], [17], [18], [19], [39], [53], [70]
[39]
[7], [11] [17], [19], [39]
[39]
[7], [11], [12], [13], [14], [17], [18], [19], [39], [53], [70]
[39]
[7], [11], [17], [19], [39]
[39]
Приложения в геологии
[11], [18]
[11], [18]
Другие приложения
[2], [3], [4], [12], [13], [18], [23], [53]
[2], [4], [55]
[2], [3], [4], [12], [13], [18], [23], [53]
[2], [4], [55]

Рис. 2.6.2.

полнительные предположения, которые принимаются при решении конкретной геологической задачи, на основании рис. 2.6.1 и 2.6.2 можно выяснить, какая литература может оказаться полезной при решении этой задачи.

11. Уместно сделать следующие замечания. Те дополнительные предположения, которые используются при построении вероятностно-статистических алгоритмов (рис. 2.6.1), не увязываются с предположениями (1) и (2) п. 10. По-видимому, их вообще неуместно связывать с «распознаванием образов». Они представляют собой частные статистические схемы диагноза, разработанные в предположении нормальности законов распределения. Есть основания полагать, что для геологии предпочтительным будет подход, который излагался в пп. 1—6, хотя он и базируется на более жестких предположениях о знаний условных вероятностей.

При оценке эвристических алгоритмов (рис. 2.6.2), видимо, важно иметь в виду те цели, которые преследуются. В тех случаях, когда речь идет о психологических или аппаратурных задачах, их применение, безусловно, представляет большой теоретический интерес [31]. В тех же случаях, когда речь идет о научных задачах, которые не имеют непосредственного отношения к психологии и построению аппаратуры, такие алгоритмы могут рассматриваться только как временные конструкции, которые в конце концов должны быть заменены формально обоснованными методами. Их значение для геологии определяется тем, что они превосходят традиционные способы диагноза в геологии в смысле определенности и облегчают переход к строгим методам. Среди известных эвристических алгоритмов «распознавания образов» для геологии наибольший интерес представляют, по-видимому, алгоритм, предложенный в статье [11], и его модификации.

При эвристическом подходе при некоторых условиях может оказаться полезным следующий прием.

Пусть $\{[A\ (э) : V]\}$ задано так:

$$A'_j\,(э) = (a_j^1,\ a_j^2,\ \ldots,\ a_j^{m\,(j)}). \qquad (2.6.27)$$

$$j = 1,\ 2,\ \ldots,\ N'.$$

[31] Правда, и здесь имеются некоторые неясности. Вероятно, вначале следовало бы рассмотреть задачу о построении $\mu_\lambda\ (A\ (э))$ -алгоритмов подражания автомату λ на множестве $A\ (э) \subset A$ (§ 3, п. 2) и продолжении этих алгоритмов на все множество A (см. п. 12).

Положим, что найдена такая система признаков U, что для $[A : U]^0$ (§ 5, п. 6) выполнено (§ 3, п. 2):

$$[A : U]^0 \Rightarrow \{[A : V]\}. \tag{2.6.28}$$

Из $[A : U]^0$ можно выбросить все A_k, в которые не попало ни одного образца из (2.6.27). Для полученной $[A\ (э) : U]$ будем иметь

$$[A\ (э) : U] \Rightarrow \{[A\ (э) : V]\}. \tag{2.6.29}$$

Найдем для $[A\ (э) : U]$ какую-либо минимальную подсистему признаков $\overline{U}$ (§ 3, п. 2)[32]. Пусть a — образец, предъявленный для «распознавания». Припишем ему, исходя из $\overline{U}$, символ (§ 2, п. 3):

$$L\,(u_{j_1}^{i_1}, u_{j_2}^{i_2}, \ldots, u_{j_q}^{i_q}). \tag{2.6.30}$$

Из (2.6.30) образуем посредством исключения некоторых признаков множество символов

$$L\,(u_{j_1}^{k_1}, u_{j_2}^{k_2}, \ldots, u_{j_r}^{k_r}). \tag{2.6.31}$$

Символы (2.6.30) и (2.6.31) перенумеруем $L_1, L_2, \ldots, L_M$. Символ L_t будет считаться пустым, если среди образцов (2.6.27) нет ни одного, которому можно было бы приписать этот символ. Пусть $L_1', L_2', \ldots, L_{M'}'$ — множество непустых символов. Обозначим через A_t(э) подмножество образцов из (2.6.27), которым можно приписать символ L_t'. Положим, что n_t — число образцов в A_t (э), n_{tj} — число образцов в A_t (э), которые принадлежат A_j'. Каждому символу L_t' припишем «энтропию»

$$H_t = -\sum_{j=1}^{N'} \frac{n_{tj}}{n_t} \log \frac{n_{tj}}{n_t}\,. \tag{2.6.32}$$

Из символов $L_1', L_2', \ldots, L_{M'}'$ выберем символ L_s', которому отвечает минимум «энтропии». Тогда принадлежность a к какому-либо классу может быть определена в соответствии с известным критерием Байесса, если n_{sj}/n_s принять за условие вероятности, а $m\ (j)$ за априорные вероятности.

[32] С точки зрения ошибок «распознавания» a различные U могут оказаться и не эквивалентными. В таком случае можно перебрать различные U (α). Можно пытаться их «взвешивать».

12. Выше отмечалось (§ 3, п. 5), что введение понятия о $\mu_\lambda(A)$ — алгоритме подражания автомату λ на множестве A (§ 3, п. 2) потребовалось для того, чтобы подойти к проблемам «распознавания образов» с более общих позиций, имея в виду геологические задачи. Поясним наш подход. Пусть интуитивно задано множество объектов A. Рассмотрим A (э)$\subset A$ и геолога λ, который построил разбиение множества A (э) вида $\{[A\ (э) : : V]\}_\lambda$. Введем в рассмотрение систему признаков U, определенную на A. Построим $[A\ (э) : U]$. Положим, что геолог λ из всех $\{[A\ (э) : U]\}$ выбрал некоторую $\{[A\ (э) : U]\}_\lambda$ и совместно с нами построил $\gamma_\lambda(A\ (э))$ — алгоритм отображения $\{[A\ (э) : U]\}_\lambda$ на $\{[A\ (э) : V]\}_\lambda$, с помощью которого каждому классу A_i^+(э) из $\{[A\ (э) : U]\}_\lambda$ приводится в соответствие класс A'_{ji} (э) из $\{[A\ (э) : V]\}_\lambda$:

$$\gamma_\lambda(A\,(э))\,A_i^+(э) = A'_{ji}(э). \qquad (2.6.33)$$

Будем говорить, что нами построена модель геолога λ если:

(a) Построен $\mu_\lambda(A\ (э))$ — алгоритм подражания геологу λ на множестве A (э) такой, что имеет место

$$\mu_\lambda(A\,(э))([A\,(э) : U]) = \{[A\,(э) : U]\}_\lambda. \qquad (2.6.34)$$

(b) Построен $\mu_\lambda(A)$ — алгоритм подражания геологу λ на множестве A такой, что имеет место

$$\mu_\lambda(A)([A : U]) = \{[A : U]\}_\lambda \qquad (2.6.35)$$

и при замене A на A (э) (2.6.35) дает (2.6.34).

(c) Построен $\gamma_\lambda(A)$ — алгоритм отображения $\{[A : U]\}_\lambda$ на $\{[A : V]\}_\lambda$, с помощью которого каждому классу A_i^+ из $\{[A : U)]\}_\lambda$ приводится в соответствие класс A'_j из $\{[A : V]\}_\lambda$

$$\gamma_\lambda(A)\,A_i = A'_{ji}, \qquad (2.6.36)$$

причем при замене A на A (э) (2.6.36) дает (2.6.33).

Положим, что такая модель геолога λ построена. Покажем, что она решает проблему «распознавания образов» геолога λ. Возьмем некоторый объект $a \in A$ и выясним, к какому классу A'_j из $\{[A : V]\}_\lambda$ он принадлежит. Используя U, найдем класс A_{i_a} из $[A : U]$, к которому принадлежит a; опираясь на (2.6.35), найдем класс $A_{i_a}^+$ из $\{[A : U]\}_\lambda$, к которому он принадлежит, и, зная $A_{i_a}^+$, по (2.6.36) найдем класс $A'_{j_{i_a}}$ из $\{[A : V]\}_\lambda$, к кототорому относится a.

По-видимому, самым существенным вопросом для построения такой модели является вопрос «представительности» A (э). Чтобы задача имела смысл, видимо, следует считать, что в $\{[A\ (\text{э}) : V]\}_\lambda$ представлены все классы $\{[A : V]\}_\lambda$.

Необходимо выделить два случая:

во-первых, когда в $[A\ (\text{э}) : U]$ представлены все классы $[A : U]$;

во-вторых, когда в $[A\ (\text{э}) : U]$ представлены не все классы $[A : U]$.

В первом случае все исчерпывается построением (2.6.33) и (2.6.34) и задача математически тривиальна.

Во втором же случае построение (2.6.35) и (2.6.36) лишено математического смысла, если не сделать каких-либо предположений относительно $\mu_\lambda\ (A)$, $\gamma_\lambda\ (A)$ и, главное, относительно A.

Легко доказать, что построение $\mu_\lambda\ (A\ (\text{э}))$ можно свести к построению функции

$$\rho\,(A_i\,(\text{э}),\ A_j\,(\text{э})) = \begin{cases} 0, & A_i\,(\text{э}),\ A_j\,(\text{э}) \in A_k^+, \\ 1, & A_i\,(\text{э}) \in A_k^+,\ A_j\,(\text{э}) \in A_l^+ \end{cases} \qquad (2.6.37)$$

Эту функцию можно представить в виде матрицы

$$\begin{gathered} \{a_{ij}\}^{\text{э}} \\ a_{ii} = 0,\ a_{ij} = a_{ji} = 0, 1 \\ i, j = 1, 2, \ldots, N_{\text{э}}(U) \end{gathered} \qquad (2.6.38)$$

Переход от (2.6.34) к (2.6.35) эквивалентен переходу от (2.6.38) к

$$\begin{gathered} \{a_{ij}\} \\ a_{ii} = 0,\ a_{ij} = 0, 1 \\ i, j = 1, 2, \ldots, N\,(U) \end{gathered} \qquad (2.6.39)$$

Отображение (2.6.33) можно также задать в виде матрицы

$$\begin{gathered} \{b_{ij}\}^{\text{э}},\ b_{ij} = 0, 1 \\ i = 1, 2, \ldots, N_{\text{э}}(U) \\ j = 1, 2, \ldots, N_{\text{э}}(V) \end{gathered} \qquad (2.6.40)$$

Переход от (2.6.33) к (2.6.36) эквивалентен переходу от (2.6.40) к

$$\begin{gathered} \{b_{ij}\} \\ i = 1, 2, \ldots, N\,(U) \\ j = 1, 2, \ldots, N_{\text{э}}(V) \end{gathered} \qquad (2.6.41)$$

В связи со сказанным следует считать, что применение различных алгоритмов «распознавания образов» в геологии нельзя отрывать от тех разработок, о которых идет речь в главах III и IV. Действительно, легко показать, что переход от (2.6.38) к (2.6.39) можно провести $N\ (V)^{[N(U)-N_э(U)]}$ различными способами. Если задача «распознавания образов» и имеет решение, то оно не является единственным. Без соответствующих теоретических предпосылок оценить различные решения оказывается невозможным.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Айзерман М. А. и др.* Логика, автоматы, алгоритмы, 1963.
2. *Айзерман М. А., Браверман Э. М., Розоноэр Л. И.* Вероятностная задача об обучении автоматов распознаванию классов и метод потенциальных функций. Матер. семинара «Проблемы расширения возможностей автоматов», вып. 2, 1964.
3. *Айзерман М. А., Браверман Э. М., Розоноэр Л. И.* Метод потенциальных функций в задаче о восстановлении характеристики функционального преобразователя по случайно наблюдаемым точкам. Матер. семинара «Проблемы расширения возможностей автоматов», вып. 3, 1964.
4. *Айзерман М. А., Браверман Э. М., Розоноэр Л. И.* Теоретические основы метода потенциальных функций в задаче об обучении автоматов разделению входных ситуаций на классы.— Автоматика и телемеханика, 1964, т. 25, № 6.
5. *Алексин А. Г.* Классификация залежей нефти и газа. «Сб. работ по геологии и геохимии горючих ископаемых». Изд. МГУ, 1965.
6. *Андерсон Т.* Введение в многомерный статистический анализ. М., 1963.
7. *Аркадьев А. Г., Браверман Э. М.* Обучение машины распознаванию образов. «Наука», 1964.
8. *Афанасьев В. Г.* О принципах классификации целостных систем. «Вопросы философии», 1963, № 5.
9. *Беркли Э.* Символическая логика и разумные машины. ИЛ., 1961.
10. *Бернс К.* Теория графов и ее применение. ИЛ., 1962.
11. *Бонгард М. М., Ванцвайг М. П., Губерман Ш. А.* и др. Опыт использования обучающейся программы для выявления нефтеносных пластов. Матер. семинара «Проблемы расширения возможностей автоматов», вып. 5, 1964.
12. *Браиловский В. Л.* Об одном методе распознавания объектов, описанных несколькими параметрами, и о возможностях его применения. «Автоматика и телемеханика», 1962, № 12.
13. *Браиловский В. Л.* Алгоритм распознавания объектов со многими параметрами и его приложения. «Изв. АН СССР», Техн. кибернетика, 1964, № 2.
14. *Браиловский В. Л., Лунц А. А.* Формулировка задачи распознавания объектов со многими параметрами и методы ее решения. «Изв. АН СССР». Техн. кибернетика, 1964, № 1.
15. *Бусленко Н. П., Шрейдер Ю. А.* Метод статистических испытаний. М., 1961.

16. *Ван-дер-Варден.* Математическая статистика. ИЛ, 1960.
17. *Вапник В. Н., Лернер А. Я.* Узнавание образов при помощи обобщенных портретов. «Автоматика и телемеханика», 1963, № 6.
18. *Вапник В. Н., Лернер А. Я., Червоникис А. Я.* Системы обучения распознаванию образов при помощи обобщенных портретов. «Изв. АН СССР», Техн. кибернетика, 1965, № 1.
19. *Вапник В. Н., Червоникис А. Я.* Об одном классе алгоритмов обучения распознаванию образов. «Автоматика и телемеханика», 1964, т. 25, № 6.
20. *Вентцель Е. С.* Теория вероятностей. М., 1962.
21. *Вистелиус А. Б.* О минеральном составе тяжелой части песков нижнего отдела продуктивной толщи Апшеронского полуострова. «ДАН СССР», 1950, т. 21, № 2.
22. *Вистелиус А. Б.* Основные типы математических решений задач современной геологии. «Разведка и охрана недр», 1964, № 6.
23. *Вишневский А. А., Брайнес С. Н., Шрайбер Н. И. и др.* Кибернетический метод определения тяжести состояния и прогноза при ожоговой болезни. «Экспериментальная хирургия и анастезиология», 1963, № 4.
24. *Воронин Ю. А.* К математико-логическому освоению геологических классификаций. «Геология и геофизика», 1963, № 9.
25. *Воронин Ю. А. и др.* О «математизации» исследований в спорте на примере борьбы самбо. Сб. «Вопросы физического воспитания». Изд. ЛГУ, 1964.
26. *Воронин Ю. А. и др.* Краткие результаты анализа некоторых геологических классификаций. Сб. «Опыт анализа и построения геологических классификаций на основе представлений конечной математики». Под ред. Э. Э. Фотиади. Новосибирск, 1964.
27. *Воронин Ю. А., Гольдин С. В.* Вопросы теории конечных геологических классификаций. «Геология и геофизика», 1964, № 8.
28. *Воронин Ю. А., Гольдина Н. А.* О математико-логическом анализе геологических классификаций. (На примере классификаций в геологии нефти и газа). Тр. СНИИГГиМСа, 1964, вып. 32.
29. *Воронин Ю. А., Гольдина Н. А.* Упрощенная схема математико-логического разбора геологических классификаций. «Геология и геофизика», 1964, № 9.
30. *Воронин Ю. А., Гольдина Н. А.* Примеры построения детерминированных без геологических классификаций-перечислений. «Геология и геофизика», 1964, № 10.
31. *Воронин Ю. А., Гольдина Н. А.* Пример совместного упрощенного математико-логического разбора геологических классификаций. «Геология и геофизика», 1965, № 2.
32. *Воронин Ю. А., Иванова М. Н.* Использование производящих функций для построения геологических классификаций-перечислений по компонентному составу. «Геология и геофизика», 1965, № 7.
33. *Гильберт Д., Аккерман В.* Основы теоретической логики. ИЛ, 1947.
34. *Глушков В. М.* Введение в кибернетику. Киев, Изд-во АН УССР, 1964.
35. *Гольдин С. В.* Видовые классификации в метрических признаковых пространствах. Сб. «Опыт анализа и построения геологических классификаций на основе представлений конечной математики». Под ред. Э. Э. Фотиади. Новосибирск, 1964.
36. *Гольдин С. В., Кутолин В. А.* К петрохимии траппов катангского и кузьмовского комплексов западной окраины Сибирской платформы. «Сов. геология», 1964, № 12.

37. *Гольдина Н. А.* Применение упрощенного математико-логического анализа на примере классификаций залежей нефти и газа И. О. Брода. Сб. «Опыт анализа и построения геологических классификаций на основе представлений конечной математики» Под ред. Э. Э. Фотиади. Новосибирск, 1964.
38. *Загоруйко Н. Г.* Методы оценки информационной эффективности независимых параметров речевого сигнала.— В кн. «Вычислительные системы», вып. 10. Новосибирск, 1964.
39. *Загоруйко Н. Г.* Летняя школа-семинар по распознаванию звуковых образов. Фонды ИМ СО АН СССР, Новосибирск, 1965.
40. *Зиновьев А. А.* Логика высказываний и теория вывода. М., Изд-во АН СССР, 1962.
41. *Иванова М. Н.* Математико-логический анализ некоторых тектонических классификаций. Сб. «Опыт анализа и построения геологических классификаций на основе представлений конечной математики». Под ред. Э. Э. Фотиади. Новосибирск, 1964.
42. *Калберстон Дж.* Математика и логика цифровых устройств. «Просвещение», 1965.
43. *Кедров Б. М.* Классификация наук Изд. ВПШ и АОН при ЦК КПСС, 1961.
44. *Кемени Дж., Спелл Дж., Томпсон Дж.* Введение в конечную математику. ИЛ, 1963.
45. *Клаус Г.* Введение в формальную логику. ИЛ, 1960.
46. *Кобринский Н. Е., Трахтенброт Б. А.* Введение в теорию конечных автоматов. Гл. I. Физматгиз, 1962.
47. *Кузнецов Ю. А.* Магматические формации и некоторые общие вопросы геологии. «Геология и геофизика», 1963, № 5,
48. *Курош А. Г.* Лекции по общей алгебре, 1961.
49. *Кутолин В. А., Волохов И. М., Каратаева Г. Н.* К оценке возможности определения формационной принадлежности гипербазитов по петрохимическим данным. «Геология и геофизика» (в печати).
50. *Кутолин В. А., Каратаева Г. Н.* Применение методов многомерного статистического анализа для разделения траппов Сибирской платформы по их петрохимическим особенностям. Тр. конф. по петрологии траппов и связанному с ними оруденению (в печати).
51. *Лбов Г. С.* Об ошибках классификации образов при неравных матрицах ковариаций. «Вычислительные системы», вып. 14, 1964.
52. *Лбов Г. С.* Классификация образов для многомерных нормальны распределений и выбор эффективной системы зависимых параметров. «Вопросы радиоэлектроники», серия общетехническая (в печати).
53. *Левин И. Я.* Некоторые вопросы теории опознания образов. «Изв. АН СССР», техн. кибернетика, 1964, № 2.
54. *Ледли Л. С., Ластед Л. Б.* Объективные основания диагноза. «Кибернетический сборник», вып. 2, ИЛ, 1961.
55. *Любищев А. А.* Об использовании биометрии в систематике. «Вестн. Ленингр. ун-та», серия биол., 1959, № 9.
56. *Ляпунов А. А., Маленков А. Г.* Логический анализ строения наследственной информации. «Проблемы кибернетики», вып. 8, 1962.
57. *Майр Э.* Систематика и происхождение видов. ИЛ, 1947.
58. *Майр Э., Линсли Э., Юзингер Р.* Методы и принципы зоологической систематики. Пер. с англ. М., 1956.
59. *Менделеев Д. И.* Периодическая законность для химических элементов. «Научный архив», т. I, 1946.
60. *Наливкин В. Д.* О классификации тектонических структур.— «Геотектоника», 1965, № 3.

61. *Новиков П. С.* Элементы математической логики. Физматгиз, 1959.
62. *Опыт анализа и построения геологических классификаций на основе представлений конечной математики.* Под ред. Э. Э. Фотиади. Тр. ИГиГ СО АН СССР. Новосибирск, 1964.
63. *Пойа Д.* Математика и правдоподобные рассуждения. ИЛ, 1957.
64. *Пойа Д.* Как решать задачи. Учпедгиз, 1961.
65. *Поспелов Д. А.* Логические методы анализа и синтеза схем. «Энергия», 1964.
66. *Пустовалов Л. В.* Об основных принципах классификации осадочных горных пород. «Уч. зап. ЛГУ», серия геол., 1962, вып. 12, № 310.
67. *Резников Л. О.* О роли знаков в процессе познания. «Вопросы философии», 1961, № 8.
68. *Риордан Дж.* Введение в комбинаторный анализ. ИЛ, 1963.
69. *Розова С. С.* Научная классификация и ее виды. «Вопросы философии», 1964, № 8.
70. *Себестиан Г. С.* Процессы принятия решений при распознавании образов. Киев, «Техника», 1965.
71. *Семенов Е. И., Хомяков А. П., Быкова А. В.* Магбасит — новый минерал. ДАН СССР, 1965, т. 163, № 3.
72. *Смирнов В. А.* Алгоритмы и логические схемы алгоритмов. Сб. «Проблемы логики». М., Изд. АН СССР, 1963.
73. *Соболев Н. Д.* Количественно-минеральный состав гранитоидов. «Сов. геология», 1959, № 3.
74. *Сочивко В. П.* Электронные опознающие устройства. «Энергия», 1964.
75. *Уемов А. И.* Логические ошибки. Как они мешают правильно мыслить. Госполитиздат, 1958.
76. *Федоров Е. С.* Курс кристаллографии. СПб., 1901.
77. *Философская энциклопедия.* «Сов. энциклопедия», т. 2, М., 1962.
78. *Философская энциклопедия.* «Сов. энциклопедия», т. 3, М., 1964.
79. *Харкевич А. А.* О выборе признаков при машинном опазнании. «Изв. АН СССР», Техн. кибернетика, 1963, № 2.
80. *Чейс Ф.* Условная новая классификация гранитов. «Новости зарубежной геологии», вып. 17. Л., ВСЕГЕИ, 1959.
81. *Черч А.* Введение в математическую логику. ИЛ, 1960.
82. *Шаумян С. К.* Операционные определения и их применение в фонологии. Сб. «Применение логики в науке и технике». Изд-во АН СССР, 1960.
83. *Шеннон К.* Работы по теории информации и кибернетике. ИЛ, 1963.
84. *Яблонский С. В.* Функциональные построения в к-значной логике. Тр. МИ им. В. А. Стеклова, т. 51, 1958.
85. *Anderson T. W. a. Bahadur R. R.* Classification into Two Multivariate Normal Distributions with Different Covariance Matrices.— Annals of Mathematical Statistics, 1962, vol. 33, № 2,
86. *Bridgman J.* The logic of modern physics. N. Y., 1927.
87. *Carnap R.* Testability and meaning.— Philosophy of science, 193637.
88. *Chayes F., Velde D.* On Distinduishing Basaltie Lavas of Circunoceanic and Oceanic — island Type by Means of Diseriminant Funsctions.— Amer J. Sci, 1965, vol. 263, № 3.
89. *Dempster A. T.* Tests for the equality of two covariance matrices in relation to a best linear discrinator analyses.—Ann. Math. Statist., 1964, vol. 35.
90. *Fisher R. A.* The use of multiple measurements in taxonomic problems. Annals of Eugenics, 1936, vol. 7.
91. *Golomb S. A.* Mathematical Theory of Discrete classification information Theory. London, 1961.

92. *Miller R. Z., Kahn J. S.* Statistical analysis in the geological scienses. N. Y., 1962.
93. *Patter P. E., Shimp N. F., Witters J.* Trace elements in marine and fresh — water argillaceons sediments.— Geochim. et Cosmochim. Acta., 1963, vol. 27, № 6.
94. *Quine W. V.* The problem of simplifying truth functions — American Mathematical Monthly, 1952, vol. 59, № 8.
95. *Quine W. V.* A way to simplify truth functions.— American Mathematical Monthly, 1955, vol. 62.
96. *Rao C. R.* Andvanced statistical Methods in Biometric Research. N. Y., 1952.
97. *Rescigno A., Maccacarov.* The Information Conten of Beological Classifications.— Information Theory, London, 1961.
98. *Reyment A.* Observations on Homogenity of Covariance Matrices in Paleontologic Biometry. — Biometrics, 1962, vol. 18, № 1.
99. *Weber E.* Grundrias der Biologischen statistic. Jena, 1961.
100. *Welch F. D., Wimpress R. S.* Two Multivariate Statistical Computer Programs and their Application to the Vogel Recognition Problem.— Journ. of the Acoustical Society of America, 1961, vol. 33, № 4.
101. *Woodger I. H.* The Axiomatic Method in Biology. London, 1937.
102. *Rogers D. I.* a *Tahimito T. T.* A Computer program for classifying plants.— Science. 1960, vol. 132, № 3434.

ГЛАВА III

ФОРМАЛИЗАЦИЯ ОСНОВНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ГЕОЛОГИИ

Предварительные замечания

1. При рассмотрении вопросов теории геологических классификаций предполагалось, что мы имеем дело с формально заданными множествами объектов, и отмечалось, что такое задание осуществляется в геологии посредством понятий и отвечающих им терминов (глава II, § 1, п. 1). В качестве рабочего инструмента такого задания выступают именно понятия, роль же терминов состоит в обозначении (наименовании) соответствующих множеств объектов. Как уже отмечалось (глава I, § 4, п. 3), если подойти к существующим геологическим понятиям с позиций необходимых формальных требований и реальных экспериментальных возможностей задания множеств геологических объектов, то понятийная база геологии должна быть признана неудовлетворительной (§ 1).

Из главы II видно, что такое состояние этой базы практически исключает возможность объективного подхода к классификационным построениям в геологии.

Было отмечено (глава I, § 3, п. 2), что это обстоятельство является и основным препятствием для эффективного внедрения математических методов и ЭВМ: оно практически исключает возможность постановки широкого круга геологических задач приемлемым для математики образом. Недаром Е. С. Федоров в своем курсе кристаллографии еще в 1897 г. отмечал: «Всякое строго научное изучение предметов требует прежде всего совершенно строгого определения основных понятий» [110]. Следует отметить и ряд других крайне тяжелых следствий, вытекающих из состояния понятий геологии.

В статье [52] показано, что именно отсутствие геологических понятий, имеющих вполне фиксированный объем и содержание, является основным источником терминологической путаницы в геологии и приводит к тому, что геологический язык оказывается громоздким, сложным и лишенным однозначного смысла [1].

Можно убедиться, что понятийная база геологии такова, что не имеется возможности однозначно описать те действия, которые проводит геолог, положим, при выделении, описании и изображении геологических объектов (например, разрезов, районов). Это чрезвычайно затрудняет сопоставление указанных действий по эффективности, сопоставление различных используемых геологами гипотез и предположений (глава IV).

Сейчас понятия геологии не позволяют однозначным образом записывать те априорные геологические сведения, которые являются очень существенными при постановке, например, геофизических исследований, при выборе моделей для решения

---

[1] На терминологическую путаницу в геологии и последствия, вытекающие из нее, указывали многие выдающиеся геологи (например, А. Н. Заварицкий, Н. С. Шатский, Ю. А. Жемчужников). В различных областях геологии делались и (делаются до сих пор) попытки ликвидировать эту путаницу. Общепринятые в геологии методологические предпосылки такой ликвидации излагаются, например, в работах [58, 65]. Эти предпосылки крайне неудачны. Требуют, чтобы термин «строго выражал сущность данного понятия» [65], «отражал понятия» [58]. С учетом необходимой краткости терминов такие требования оказываются практически невыполнимы для сколько-нибудь сложных понятий. Гораздо выгоднее рассматривать термин как символ. Требования, которые следует предъявлять к понятиям и терминам, должны существенно различаться [21]. Понятия должны удовлетворять только одному требованию: фиксировать множества объектов исследования, термин же должен удовлетворять таким требованиям: однозначное соответствие с понятием, краткость, удобство сбора, хранения и обработки сведений [109]. Как правило, считают, что ликвидацию терминологической путаницы можно провести, если «договориться» об однозначном способе применения терминов, забывая, что такая однозначность может быть достигнута только при наличии строгих формулировок понятий [52]. По-видимому, неудачи многих терминологических работ в геологии объясняются неудачными методологическими установками, в частности тем, что они велись и ведутся вне формального анализа понятий, вне учета реальных экспериментальных возможностей, по линии, как «наиболее правильно» (?!) назвать то или иное множество объектов.

С течением времени эти терминологические трудности в геологии не убывают, а возрастают. На основе анализа трех выпусков «Материалов по тектонической терминологии» (Изд-во СО АН СССР, 1962—1965 гг.) можно показать, что с 1800 г. по настоящее время способы определения понятий в тектонике остаются, с формальных позиций, неизменными. К 1962 г. таких определений было 8155. Можно показать, что количество определений в тектонике удваивается в среднем за 7,7 лет. К 1985 г. их будет около 65000. Полагая, что количество определений в геологии превышает в 10 раз количество определений в тектонике, к 1985 г. для геологии будем иметь 650000 определений. Значительное число!

прямых геофизических задач, при выборе предположений для решения обратных геофизических задач. Геофизики вынуждены проводить геологическую интерпретацию геофизических данных с помощью таких геологических понятий, которые исключают какую-либо возможность строгих рассуждений.

Наконец, современные понятия геологии таковы, что они практически исключают возможность для математиков, физиков и химиков осознать проблемы геологии.

Из сказанного вытекает, что вопросы формального совершенствования понятий геологии являются сейчас наиболее кардинальными теоретическими вопросами. Необходимость решения их диктуется не только внедрением математических методов и ЭВМ, но и теми внутренними теоретическими трудностями, которые имеются сейчас в геологии, а также требованиями дальнейшего развития геофизики и геохимии.

2. Цель настоящей главы заключается в том, чтобы попытаться формализовать те понятия гелогии, которыми нам приходится оперировать, и, используя их, затем попытаться формально описать основные операции, которые проводит геолог при выделении, описании, изображении своих объектов исследования, а также при их сопоставлении. В этом смысле и будем говорить о формализации основных представлений геологии [2].

3. С общих позиций формализация понятий какой-либо содержательной науки является такой задачей, для решения которой пока нет готовых рецептов. По-видимому, работы философского плана, связанные с научными понятиями, могут быть полезными лишь в смысле ориентации: из этих работ вытекает, что научные понятия носят целевой характер, что формальное совершенство научных понятий является необходимым, но не достаточным условием их научной состоятельности, что для успеха дела необходимо учитывать предшествующий опыт [27, 28, 45]. Видимо, значительно более конкретную помощь может оказать тот опыт по выработке понятий, который имеется в математике и физике и который был обобщен, в частности, в работах [7, 44, 125].

4. Попытаемся сформулировать те общие концепции, на которые будем опираться и которые уже использовались в работах [20, 49, 50, 51, 53, 54, 55]. В настоящее время существует огромный набор различных геологических понятий, которыми

[2] Естественно, не все представления геологии следует формализовать, некоторые, возможно, придется построить заново (глава IV).

нам приходиться оперировать. Для того, чтобы их формализовать, имеется единственный путь: нужно пытаться выделить из этого набора по возможности небольшой набор основных понятий, основных в том смысле, что после принятия их без формальных обоснований и их экспликации [44] можно будет вывести остальные необходимые понятия путем логических операций, в частности классифицирования и систематизирования [95] [3].

Из общих соображений ясно, что выделение таких основных понятий можно провести различными способами. Естественно стараться выбрать основные понятия так, чтобы система логического вывода остальных необходимых понятий была по возможности простой и чтобы она оптимальным образом учитывала уже сложившиеся традиции. Различные конкурирующие наборы основных понятий можно надеяться выделить за счет формального анализа уже существующих понятий.

Приступая к самому процессу формализации, можно опереться на запас абстрактных понятий математики и физики и принять, на первом этапе, некоторые идеальные предположения относительно экспериментальных возможностей, чтобы облегчить себе этот процесс [125]. Реализуя процесс формализации, необходимо с самого начала сформулировать некоторые требования, которые следует предъявить к формулировкам понятий, исходя, так сказать, из принципа «возможности и цели» [7, 44, 125]. Далее следует позаботиться о том, чтобы можно было осуществить процедуру проверки формализованных понятий, так сказать, на работоспособность, в частности попытаться связать эти понятия с уже известными попытками формализации, попытаться с их помощью описать те действия, на основе которых выделяются, описываются, изображаются и сопоставляются объекты исследования, попытаться, используя формализованные понятия, поставить ряд известных и, если удастся, новых задач.

5. Забегая вперед, отметим, что формальному анализу был подвергнут очень широкий круг понятий. Для наших целей здесь оказалось достаточным привести только иллюстративные примеры для «минералов», «пород», «формаций», «фаций» и их различных характеристик и свойств («геометрических» и «вещественных»). Выяснилось, что в качестве основных понятий,

[3] Именно по этой причине оказалось необходимым начать, в некоторых предположениях, с вопросов классификаций и только затем перейти к понятиям.

принимаемых без формальных обоснований, можно взять либо «химический элемент» и «физическое время», либо «геологическое пространство» и «геологическое время». Из соображений, указанных в п. 4, были выбраны «геологическое пространство» и «геологическое время». В качестве понятий, которые выводятся логически после экспликации основных, были взяты понятия о различных «формальных геологических пространствах», «различных границах в формальном геологическом пространстве», «различных геологических телах в формальном геологическом пространстве» и др.

В качестве необходимых требований при формализации с учетом работ [7, 44, 125] были использованы следующие требования, более сильные, чем требования формальной логики [47].

Во-первых, требовалось, чтобы формулировка понятия X указала, хотя бы неявно, как отделить X и что значит описать X.

Во-вторых, требовалось, чтобы процесс отделения X и процесс описания X, в конце концов, были увязаны с экспериментально осуществимыми операциями.

В-третьих, требовались проверка возможности формулировки X посредством анализа и синтеза (из чего состоит X, что образует X) и выбор «оптимального» из этих путей.

Были использованы элементарные понятия и известные результаты, заимствованные из математической физики [77], теории множеств [121], теории метрических пространств [34, 121, 122] и математической логики [24]. Были также привлечены некоторые понятия и результаты из теории конструктов [44, 118, 125].

Относительно экспериментальных возможностей предполагалось, что можно мерить любые характеристики и свойства (включая геологическое время) в сколь угодно плотной сети и сколь угодно точно.

Тем самым была исключена из рассмотрения разница между «физическим временем» и «геологическим временем», что, как известно [11], недопустимо. Для того чтобы исправить этот существенный недостаток, вопрос о «геологическом времени» рассматривается особо (глава IV, § 1).

В целях проверки полученных формализованных понятий рассматривается их связь с кристаллографией, геофизикой и с известными соображениями о «геометризации геологии» [99]; дается формальное описание тех действий геолога, которые он проводит при выделении, описании, изображении и сопоставлении таких объектов исследования, как колонки, разрезы, районы, области; показано, что предлагаемая система понятий позволяет формализовать основные задачи, в частности, «структурного» и «фациального» анализов (что, в свою очередь, дает возможность отделить те задачи «структурного» и «фациального» анализов, которые имеют решение, от тех «задач» о «структурах» и «фациях», которые пока не имеют решения, выяснить, какой математический аппарат может быть привлечен для решения задач «структурного» и «фациального» анализов, каковы возможности автоматизации процессов их решения); предпринята попытка показать, что данные формализованные понятия позволяют ставить новые задачи, связанные с проблемами сопоставления районов по «изученности».

6. В целях доступности изложения при введении тех или иных формализмов везде, где оказалось возможным, приводятся целевые пояснения, содержательные «оправдания» и иллюстрации.

7. Приводимые ниже результаты отвечают фиксированной идеальной точности экспериментальных измерений, и потому их основная ценность, как представляется, заключается в постановке задач и выработке некоторых подходов к их решению.

8. По-видимому, следует полагать, что крайне несовершенное состояние понятий геологии не является результатом какого-либо обидного для нас процесса, специфического для геологии. Это состояние понятий геологии просто отвечает определенному уровню ее теоретической зрелости. Через такой этап проходит любая область знаний, даже математика. Академик А. Я. Хинчин в своих очерках по истории математики [115] писал: «К началу 19 века возникла своеобразная картина: ни одно из самых фундаментальных понятий анализа не было определено сколько-нибудь точно, вопрос о том, что такое бесконечно малая величина, подвергался бесчисленным дискуссиям, совершенно бесплодным, так как в большинстве случаев ни одна из спорящих сторон не могла предложить ничего, кроме смутных, ни к чему не обязывающих образов...» Однако, в отличие от геологии, упоминание о несовершенстве понятий математики не рассматривалось даже в 19 в. как покушение на ее авторитет. Проблемы выработки понятий были признаны очень важными, и по этим вопросам проводилась (и проводится сейчас) очень интенсивная работа. Можно без всякого преувеличения сказать, что без работ Фреге, Пирса, Рассела, Уайтхеда и Геделя современная математика была бы немыслима. Известно также, какое значение для физики имели работы А. Энштейна по пересмотру понятия одновременности событий, происходящих в разных точках пространства [7].

§ 1. К обоснованию выбора основных понятий геологии. Иллюстрации к существующему состоянию понятий геологии, к существующим способам описания и сопоставления геологических объектов

1. За счет определенных усилий можно собрать существующие определения, в частности, таких понятий геологии, как «минерал», «порода», «формация» и «фация». Обзор известной нам геологической литературы показывает, что имеется «различных» 39 определений понятия «минерал», 49 определений понятия «порода», 63 определения понятия «формация» и 112 определений понятия «фация». Поскольку их подробный формальный анализ не дает ничего нового по сравнению с полученным в статье [74], здесь не будем его проводить. Отметим лишь следующее. Существующие определения понятий «минерал», «порода», «формация» можно разбить, исключая те определения, осознать которые не представляется возможным, на два типа:

во-первых, те, которые получаются, так сказать, путем анализа, когда указывается, из чего могут быть выделены, что слагают или образуют «минералы», «породы», «формации» (при этом иногда дополнительно указывается, из чего они состоят);

во-вторых, те, которые получаются, так сказать, путем синтеза, когда указывается, из чего слагаются, состоят или образуются «минералы», «породы», «формации» (при этом иногда дополнительно указывается, что они составляют).

Каждый из этих двух типов можно разбить на три подтипа,

генетический, когда указываются особенности процесса происхождения или образования;

морфологический, когда указываются особенности объектов как таковых;

Таблица 3.1.1

Типы и подтипы определений

Полученные синтезом (из чего состоят)			Полученные анализом (что составляют)		
Генетические	Морфологические	Генетико-морфологические	Генетические	Морфологические	Генетико-морфологические
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)

генетико-морфологический, когда указываются и особенности процесса происхождения или образования, и особенности объектов как таковых.

Ниже даются иллюстративные примеры таких определений понятий «минерал», «порода», «формация» в соответствии с табл. 3.1.1.

«МИНЕРАЛ»

(1) Вернадский В. И. «Минералы — продукты химических реакций, протекших естественным путем в земной коре» [15].

Усачев А. А. «Минералами называются природные химические соединения или самородные элементы, возникающие в земной коре и на ее поверхности в результате различных физико-химических процессов» [106].

(2) Уклонский А. С. «Минералом следует называть закономерное сочетание атомов или ионов в пространственную решетку, устойчивое при определенной температуре, среде и давлении, обладающее присущими ему физическими и химическими свойствами, которые можно определить при помощи современных методов исследования» [105].

Григорьев Д. П. «Конституция, т. е. взаимно связанные состав и структура, есть сущность каждого минерала: атомы, соединившиеся в соответствующую структуру, это и есть минерал...» [29].

(3) Вернадский В. И. «Мы называем минералом физически или химически индивидуализированный продукт земных химических реакций, состоящий из химических молекул» [16].

Миловский А. В. «Минералами называются однородные по составу и строению природные вещества, образовавшиеся в результате физико-химических процессов, протекающих в земной коре» [67].

Словарь по геологии нефти. «Минерал — физически и химически более или менее однородное природное вещество, образовавшееся в земной коре или на поверхности земли в результате различных физико-химических процессов» [94].

(4) Не обнаружено.

(5) Болдырев А. К. «Минералом называется химически и физически вполне или приблизительно однородная часть земной коры, у которой химический состав и главные физические свойства в разных ее точках постоянны или колеблются в определенных сравнительно узких пределах» [6].

Годлевский М. Н. «Минерал есть часть земной коры, обладающая той однородностью, которая свойственна отдельным фазам физико-химических систем» [26].

Пермяков И. Г. и др. «Минералом называется всякое встречающееся в земной коре физически и химически приблизительно однородное природное тело» [75].

Бетехтин А. Г. «В настоящее время минералами называют составные части горных пород и руд, отличающиеся друг от друга по химическому составу и физическим свойствам (цвету, блеску, твердости и т. д.)» [4].

Усачева А. А. «По своему химическому составу и физическим свойствам они (минералы) представляют относительно однородные тела и являются составными частями горных „пород“» [106].

(6) Niggli P. «Минералами являются все капельные (жидкие) или твердые неорганические, однородные в физико-химическом смысле вещества, находимые в земной коре» [134].

Соболев В. С. «Минералом мы будем называть твердые однородные (в физико-химическом смысле) составные части земной коры, образовавшиеся в результате геохимических процессов» [97].

Поваренных А. С. «Минерал есть однородная кристаллическая составная часть земной коры, возникшая в результате природных физико-химических процессов, устойчивость которой в некотором термодинамическом интервале определяется непрерывным изменением химического состава ее в границах, допускаемых типом ее структуры» [76].

«ПОРОДА»

(1) Заварицкий А. Н. «Горные породы с геохимической точки зрения — естественные агрегаты минералов (и частью стекла), состоящих преимущественно из петрогенных элементов» [39].

(2) Кайзер Э. «Все породы являются смесями (агрегатами)... минералов» [43].

Левинсон-Лессинг Ф. Ю. и Струве Э. А. «Горные породы — минеральные агрегаты, обладающие более или менее постоянным составом и структурой. Составные части литосферы» [60].

Лодочников В. Н. «Породообразующие минералы суть физико-химические единицы, породы представляют собою физико-химические системы, системы из этих единиц» [61].

Пермяков И. Г. и др. «Горными породами... называются значительные по размерам минеральные скопления, строение и состав которых отличаются более или менее однородным характером» [75].

Словарь по геологии нефти. «Горная порода — минеральная масса более или менее постоянного состава и структуры, обычно состоящая из нескольких минералов, иногда из одного минерала, и участвующая в строении земной коры» [94].

Виттенбург П. В. «Горные породы представляют собой минеральные агрегаты, слагающие земную кору» [19].

(3) Миловский А. В. «...Горная порода — это агрегат более или менее количественно и качественно постоянных минеральных зерен, отличающихся определенным строением, физико-химическими свойствами и геологическими условиями образования» [67].

(4) Не обнаружено.

(5) Болдырев А. К. «Горной породой называется часть земной коры, обладающая такими свойствами: 1) она представляет агрегат (совокупность) одного или чаще нескольких более или менее равномерно распределенных минералов; 2) отличается постоянством существенного минералогического состава; 3) определенностью среднего валового химического состава, колеблющегося лишь в сравнительно узких пределах; 4) определенностью структуры (т. е. строения слагающих ее минералов); 5) при одноминеральном составе горная порода должна занимать большой объем, являясь существенной по объему составной частью земной коры...» [6].

Розенбуш Г. «Горными породами называют геологически самостоятельные части земной коры более или менее постоянного химического и минералогического состава...» [88].

(6) Вернадский В. И. «...Участки литосферы, отличающиеся друг от друга по своему происхождению, химическому и минералогическому составу и физическому характеру, называются горными породами» [16].

«ФОРМАЦИИ»

(1) Шатский Н. С. «Формациями мы называем такие естественно выделяемые комплексы пород, отдельные члены (слои, толщи, фации и т. д.) которых тесно парагенетически связаны друг с другом как в вертикальном возрастном отношении, так и в горизонтальном пространственном отношении...» [116].

Херасков Н. П. «Формациями называются естественные ассоциации горных пород и связанных с ними минеральных образований, отдельные члены которых (породы, слои, толщи и т. д.) в результате парагенетических отношений тесно связаны друг с другом как в пространственном, так и в возрастном отношении» [114].

Усов М. А. «Толща осадков, образовавшихся в данном районе при сходных условиях и в непосредственной последовательности еще в XVIII веке, получила название формации» [107].

Крашенинников Г. Ф. «Формация — это геологическое тело, представленное комплексом генетических типов отложений, парагенетически тесно связанных друг с другом и образовавшихся в единой тектонической и климатической обстановке» [56].

Наливкин Д. В. «Формацией называется совокупность фаций, образующихся в одинаковых условиях» [69].

(2) Словарь по геологии нефти. «Формация — комплекс горных пород, в котором отдельные толщи, фации, слои, горизонты и т. д. тесно связаны между собой как в возрастном, так и в пространственном отношении» [94].

(3) Вассоевич Н. Б. (с ссылкой на Ч. Ляйэля). «Формация»... «выражает в геологии всякую группу пород, имеющих нечто общее по происхождению, времени образования или составу» [13].

(4) Не обнаружено.

(5) Не обнаружено.

(6) Не обнаружено.

«ФАЦИИ»

1 вариант. «Фация$\equiv$совокупность изменений свойств».

Грессли А. «Фация — это совокупность видоизменений отложений, выражающаяся в том или ином петрографическом, геогностическом или собственно палеонтологическом их отличии» [63].

Иностранцев А. А. «Под именем фаций, типов, областей и провинций понимают различие в горизонтальном направлении одновременных образований как в палеонтологическом, так и в петрографическом отношении» [41].

2 вариант. «Фация$\equiv$совокупность свойств».

Ог Э. «Под именем геологической фации мы понимаем совокупность литологических и палеонтологических особенностей слоя в определенном месте» [73].

Борисяк А. А. «Под именем фация понимают обычно физические свойства данной области или данного участка поверхности земли (безразлично, суши или дна моря), обуславливающие определенное распределение животных и растений; фация характеризуется, следовательно, данными физическими условиями, фауной и флорой. Фация характеризуется литологическими свойствами данного пласта и его палеонтологическими остатками» [9].

Мазарович А. Н. «Фация — это сумма петрографических и органических признаков, определяющих индивидуальность участков земной поверхности с их свойственным характером отложения и населения». «Иначе, фацией мы называем определенный участок, в котором идет отложение свойственных ему пород и который населен организмами, всецело зависимыми от местных условий» [62].

Усов М. А. «Фация есть совокупность свойств горной породы, образовавшейся при определенном комплексе условий, которые наложили отпечаток на ее физиономию» [108].

Теодорович Г. И. «В 1947 г., обновляя первоначальное определение фации, мы характеризовали ее как закономерный комплекс петрографических, палеонтологических и геохимических особенностей отложений, выражающий палеогеографическую и геохимическую обстановку осадконакопления и диагенеза осадка» [104].

Жемчужников Ю. А. «Под фацией мы подразумеваем совокупность признаков осадка и условий их образования» [35].

3 вариант. «Фация≡обстановка, условия образования».

Хаин В. Е. «Фация, в наиболее широком понимании,— отражение физико-географических и геотектонических условий образования осадка и предыстории его компонентов в составе и других признаках возникшей из этого осадка и ныне наблюдаемой горной породы» [112].

Раузер-Черноусова Д. М. «Фация — это не порода, а отвлеченное понятие, включающее анализ динамики изменения условий среды во времени и в пространстве». «Под фацией мы будем понимать первичные палеонтологические, палеоэкологические, петрографические и геохимические свойства однородного пласта, слоя, поверхности слоя, указывающие на конкретные условия образования. Геологическая фация выражается пластом или слоем» [83].

Жемчужников Ю. А. «Фация — это обстановка осадконакопления и образования определенного слоя (пласта, горизонта), выводимая на основании литологической его характеристики, палеонтологического содержания, геохимических различий и других признаков» [68].

Р у х и н Л. Б. «Значительно правильнее понимать под фациями совокупность признаков осадков и условий их образования. Тогда в названии каждой фации должно отражаться не только название осадков, но обязательно и условия его образования. Например, нужно говорить не просто о доломитовых фациях, а о лагунных или морских доломитовых фациях, не об алевритовых фациях, а об озерных алевритовых фациях и т. д.» [89].

К а з а к о в А. В. «Геологическая фация прежде всего есть типовой комплекс физико-географических и океанографических условий накопления и формирования осадков на фоне определенного биоценоза» [42].

4 вариант. «Фация≡совокупность объектов, часть объектов».

К р а ш е н и н н и к о в Г. Ф. «Фация — это геологическое тело, представленное одной или несколькими породами, образовавшимися в одной физико-географической обстановке, отличной от обстановки образования соседних одновозрастных пород» [56].

Р у х и н Л. Б. «Под фацией... понимаются осадки, отложенные на определенной площади в одних и тех же условиях, отличных от тех, которые господствовали в соседних районах» [90].

Г е о л о г и ч е с к и й с л о в а р ь. «Минеральная фация — по Эскола, совокупность метаморфических или магматических пород, образовавшихся в условиях одинаковых температур и давлений» [23].

Ш а т с к и й Н. С. «...С точки зрения геолога, фацией любого из конкретных осадочных образований... является одновозрастная и чаще смежная с ним другая горная порода, другой генетический комплекс, другая формация, но всегда стратиграфически относящаяся к тому же слою, свите, системе и т. д.» [117].

П о п о в В. И. «Фация представляет разновидность петрографической формации, соответствующую определенным физико-геологическим условиям образования, господствующим у поверхности или же в глубине земной коры...» [78].

М о о r R. С. «Осадочная фация определяется как пространственно обособленная часть конкретной стратиграфической единицы, имеющая характерные черты, существенно отличающие ее от других частей данной единицы» [133].

М а р к о в с к и й Б. П. «Фация есть участок поверхности земной коры с определенным комплексом физико-географических условий, определяющих как неорганические, так и органические процессы на данном участке земной поверхности в данный отрезок времени» [64].

Кленова М. В. «В геологии моря под фацией мы разумеем участок морского дна с одинаковыми физико-химическими и биохимическими условиями, имеющий один и тот же источник питания, т. е. одинаковый генезис как органогенных, так и минерагенных частиц, с одинаковой флорой и фауной, пережившей одну и ту же геологическую историю» [48].

Пустовалов Л. В. «Под ископаемыми геохимическими фациями соответственно следует разуметь пласт или свиту пластов, которые на всем своем протяжении обладают одинаковой изначальной геохимической характеристикой, возникшей в результате условий образования осадочной породы и проявляющейся прежде всего в повсеместном нахождении одного и того же комплекса сингенетичных выделений, которые образуют закономерные ассоциации, обусловленные физико-химическими условиями формирования породы» [80].

Динер К. «Под термином фация понимают отложение, характеризующееся особым способом образования или обладающее особым характером и происшедшее в течение определенного промежутка времени» [33].

Наливкин Д. В. «Ископаемая фация — это часть пласта, пласт или свита пластов, на всем протяжении обладающая одинаковым литологическим составом и заключающая в себе одинаковую фауну и флору». «Современная фация — это часть земной поверхности, на всем своем протяжении обладающая одинаковыми физико-географическими условиями и одинаковой фауной и флорой» [70].

Борисяк А. А. «С точки зрения исторической геологии, всякий пласт земной коры представляет определенную фацию, и поэтому учение о фациях является одним из ее краеугольных камней» [8].

2. Можно пытаться извлечь пользу из предшествующего опыта, если провести его некоторую отбраковку. По-видимому, во-первых, следует исключить из рассмотрения «фации» в связи с полной запутанностью наших представлений (хотя, видимо, это понятие так или иначе должно служить целям выделения отдельных областей, участков, зон [63]). Во-вторых, следует отбросить все определения генетические и генетико-морфологические, поскольку они не опираются на реальные экспериментальные возможности. В-третьих, следует исключить из рассмотрения те определения, которые даются изолированно, вне связи с тем, что составляет и из чего состоит определяемое множество объектов. В-четвертых, следует отбросить определения, связанные с использованием тех представлений, которые сами являются крайне запутанными, например определение «формации» через «фацию». Таким образом, остаются только определения понятий «минерал», «порода», «формация» подтипов (2) и (5).

Опираясь на такой опыт, можно полагать, что у нас имеются две возможности для выбора основных исходных понятий: либо «химический элемент» и «физическое время», либо «земная кора» («геологическое пространство») и «геологическое время». Используя первые, придется двигаться от химических элементов к «минералам», «породам», «формациям» и т. д. путем синтеза. Ясно, что это приводит ко многим формальным сложностям комбинаторного характера. Выбирая второе, придется двигаться от «геологического пространства» к «формациям», «породам», «минералам» путем анализа. Формально этот путь, видимо, проще. Он, если так можно выразиться, и более геологичен. Наиболее целесообразно поступить, вероятно, так: во-первых, зафиксировать «геологическое пространство» и «геологическое время» и спуститься до «пород» и «минералов», во-вторых, зафиксировать «химический элемент» и «физическое время» и подняться до «минералов» и «пород». Это позволит «сшить» оба пути анализа и синтеза.

3. За счет больших затрат времени можно внести некоторую ясность и в вопросы геологического описания объектов исследования, например «минералов», «пород», «формаций». В случае «минералов» и «пород», где имеется некоторая, хотя бы интуитивная, очевидность в определениях, описание проводится за счет «свойств» и «характеристик». Анализ показывает, что эти «свойства» и «характеристики» можно разбить в соответствии с табл. 3.1.2. В этой таблице к объективно измеряемым относятся такие «свойства» и «характеристики», которые измеряются

Таблица 3.1.2

Виды характеристик

Объективно измеряемые				Субъективно измеряемые	
Геометрические		Вещественные		Геометрическо-вещественные	Генетические
Метрические	Неметрические	Метрические	Неметрические		
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)

с помощью приборов или вычисляются на основании показаний приборов по формальным правилам, все другие относятся к субъективно измеряемым. Под «метрическими» понимаются потенциально метризуемые (глава II, § I, п. 6).

Разбиение, даваемое табл. 3.1.2, можно проиллюстрировать таким перечнем «свойств» и «характеристик», например, для «пород»: 1 — максимальный размер зерна, 2 — гранулометрический состав, 3 — электропроводность, 4 — химический состав, 5 — окрашенность, цвет, запах, выветривание, перекристаллизация, структура, текстура, 6 — условия образования.

Любопытно, что для объективно измеряемых «свойств» и «характеристик» всегда имеет место четкое разделение на геометрические и вещественные. По-видимому, это разделение может служить своеобразным критерием объективности.

Важно отметить, что сейчас в геологии при описании объектов не принято разделять «свойства» и «характеристики» на объективно измеряемые и субъективно измеряемые. Они используются совместно, даже для организации классов и диагностики. Последствия очевидны (§ 6, п. 2).

Далее нам потребуется иметь дело со «структурами» и «текстурами» геологических объектов. Приведем некоторые типичные определения этой важнейшей для описания геологических объектов «характеристики» на случай «пород», опубликованные начиная с 1903 и кончая 1960 г.

Cross W. и др. «Термины структура и текстура в петрографии употребляются обычно, как синонимы, хотя были попытки расчленять их. Нам кажется желательным пользоваться этими терминами в различных смыслах, и мы предлагаем ограничивать пользование термином структура для тех крупных черт породы, которые известны как столбчатая отдельность, шаровая отдельность, плитняковая отдельность, поясовое, брекчиевое и другие сложения». «Мы же под понятием структуры понимаем особенности вещественного сложения породы, представленные минералогическим составом и ролью стекла в основной массе, наблюдаемые как мегаскопически, так и микроскопически. Эти черты сложения выражают взаимоотношения минеральных и стекловатых частиц породы»... [126].

Ог Э. «Структура или текстура горной породы определяется расположением образующих ее минералов» [73].

Holmes A. «Текстура — внешний вид, мегаскопический или макроскопический, наблюдающийся на ровной поверхности гомогенной породы или минерального агрегата, обусловленной степенью кристаллизации (кристалличность), размерами кристаллов (зернистость), а также формой и взаимоотношениями кристаллов или других составных частей». «Структура — термин, применяемый: а) к морфологическим признакам пород, обусловленным трещиноватостью, как-то: столбчатая структура, перлитовая структура, и б) к гетерогенным породам, в которых текстура или состав соседних частиц отличаются один от другого, как-то: сферолитовая структура, шаровая структура, слоистая структура, гнейсовая структура, поясовая структура» [131].

Заварицкий А. Н. «Текстура (осад. пород) зависит от расположения и распределения частей: а) полученных при отложении осадка (сингенетически), б) полученных при диагенезе (эпигенетически) (основной текстурный признак осадочных пород — их сложность)». «Мы должны принять, что в осадочных породах структура зависит, во-первых, от величины составных частей: а) абсолютной, б) относительной и, во-вторых, от формы составных частей: а) полученной ими при отложении осадка (сингенетически), б) полученной ими при диагенезе и метаморфизме (диагенетически)» [38].

Левинсон-Лессинг Ф. Ю. «Те особенности, которые отражают пространственный облик горной породы, ясно выступающий макроскопически, можно назвать сложением или текстурой, сохраняя название строения, или структуры в тесном смысле слова (иначе — микроструктуры), за теми особенностями, которые выступают лишь при микроскопическом исследовании, как-то: морфологические признаки отдельных частей и характер сочетания этих составных частей» [59].

Грубенманн У. и Ниггли П. «В петрографии обычно понятия «структура» и «текстура» не отделяются, так что оба названия почти принимаются за синонимы, но нередко также их и разделяют. В таком случае под структурой понимают сложение породы в смысле развития формы и относительных величин составных частей; структура особенно обусловлена порядком процессов минералообразования во времени; наряду с этим текстуру понимают как стереометрическое сложение, вызванное определенным пространственным расположением составных частей...» «Текстуры менее тесно связаны с вещественной сущностью породы, а зависят большею частью от внешних условий» [30].

Швецов М. С. «Под структурами мы будем подразумевать форму и величину частичек, слагающих породу, под текстурой — их расположение... Структура и текстура представляют как бы ткань породы, взятой в любом небольшом кусочке. От таких особенностей породы надо отличать те, которые создают строение или ткань не каждого отдельного куска породы, а лишь целых групп пластов или даже свит. Эти особенности можно назвать макротекстурами или текстурами слоев и свит» [119].

Розенбуш Г. «Текстура — характер их (минералов) сочетания в породе». «Структура — форма проявления отдельных минералов» [88].

Танатар И. И. «Если мы за определяющий фактор структуры примем химсостав и обусловленную им последовательность кристаллизации и форму минералов, как тесно связанную с энергией кристаллической решетки, то это в основном и будет отвечать господствующим в европейской литературе названиям структур: гранитовая, аплитовая, диабазовая или офитовая, долеритовая, трахитовая, андезитовая и т. д. Если примем во внимание, что последовательность кристаллизации, а также и дифференциации, в основном определяются внутренней энергией кристаллических решеток выделяющихся минералов, то под структурой пород мы будем подразумевать все те особенности сложения, которые определяются этой внутренней энергией кристаллической решетки или минералогическим составом породы. Все же особенности сложения, которые определяются внешними факторами: 1) быстротой остывания, влияющей на степень кристалличности и зернистости, а также на форму и размер отдельностей; 2) давлением, влияющим на ориентировку кристаллов при пьезокристаллизации; 3) выделениями газов, создающими пузыристые, пористые, пемзовидные, шлаковидные особенности сложения; 4) течениями в лаве; 5) ассимиляцией и 6) охлаждением, все эти особенности сложения мы будем относить к текстурным признакам» [103].

Пустовалов Л. В. «Под структурой осадочных пород обычно понимают внешние особенности отдельных минеральных зерен, слагающих данную породу; структура зависит, таким образом, от: а) размера составных частей породы, б) от формы минеральных зерен и в) характера их поверхности. В зависимости от того, обнаруживаются ли структурные элементы невооруженным глазом или только под микроскопом, можно говорить о макроструктуре и микроструктуре». «Под текстурой разумеют характер взаимного расположения зерен, их пространственные соотношения между собою» [81].

Соболев В. С. «Текстурные признаки горной породы связаны с относительным движением фаз в процессе ее образования». «Структурные признаки горных пород связаны с самим процессом кристаллизации и разрушения минералов, т. е. с движением атомов, ионов и молекул в отдельных фазах системы» [98].

Старицкий Ю. Г. «Текстурой (сложением) называется совокупность качественных признаков породы, определяемых формой, размерами и взаимоотношениями минеральных агрегатов различного происхождения и обусловленных геологическими условиями образования породы». «Структурой (строением) называется совокупность качественных признаков минерального агрегата, определяемых формой, размерами и взаимоотношениями минеральных зерен общего происхождения и обусловленных физико-химическими условиями образования минерального агрегата» [101].

Заварицкий А. Н. «Под структурой подразумеваются те особенности строения горной породы, которые обуславливаются размерами, формой и взаимными отношениями составных частей пород (минералов, а также стекла)». «Текстура определяется распространением и расположением этих частей (см. структуру) в пространстве» [39].

Усачева А. А. «Текстурой называется сложение пород, характеризующееся расположением зерен минералов в породе и степенью сплошности ее». «Структурой называется строение пород, обусловленное формой и размерами отдельных минеральных зерен и степенью кристалличности вещества породы» [106].

Ботвинкина Л. Н. и др. «Термин текстура — взаимное расположение частиц друг относительно друга». «Термином структура пород в советской литологии обозначают, как известно, размерность и форму слагающих породы частиц (зерен)» [10].

Вассоевич Н. Б. «Структурой осадочной горной породы называют совокупность таких черт ее внутреннего строения, которые характеризуют морфологические особенности отдельных составных частей этой породы. Например, к структурным признакам обломочных пород относятся все те признаки, которые определяются размерами, формой и характером поверхности отдельных зерен, их относительным количеством». «Текстурой осадочной горной породы называют совокупность таких черт ее внутреннего строения, которые обусловлены пространственным взаимоотношением отдельных компонентов и их ориентировкой по отношению как к поверхности наслоения, так и к земле» [12].

Бетехтин А. Г. и др. «Под текстурами руд подразумеваются те черты строения их, которые обусловлены формой, размерами и способом сочетания минеральных агрегатов как составных частей руд, отличающихся друг от друга по составу и часто по структуре». «Под структурой руды подразумеваются те же особенности строения минеральных агрегатов, что и для горных пород, т. е. те структурные части их, которые обусловливаются формой, размерами и способом сочетания кристаллических зерен, слагающих данный минеральный агрегат. Лишь для руд осадочного происхождения структурной единицей могут являться также обломочные зерна, органические остатки и проч.» [5].

Ш в е ц о в М. С. «...Мы будем называть те особенности строения пород, которые определяются формой и величиной их составных частей — структурами, а те, которые определяются их расположением — текстурами» [120].

К р у м б е й н В. К. и С л о с с Л. Л. «Более общие признаки осадочных пород — напластование, волноприбойные знаки и конкреции — это осадочные текстуры». «Под структурой понимают особенности зерен (частиц) осадка и соотношение зерен между собой» [95].

Г е о л о г и ч е с к и й с л о в а р ь. «Текстура — совокупность признаков строения горной породы, обусловленных относительным расположением и распределением составных частей породы в занимаемом ими пространстве». «Структура горных пород — совокупность особенностей строения горной породы, обусловленных размерами, формой и взаимоотношениями ее составных частей (минералов и перекристаллизованного остатка — стекла)» [23].

4. В целях выяснения особенностей геологических способов сопоставления объектов[4)] рассмотрим, например, схему определения принадлежности минерала m_k к классу M_i (карбонатов). Можно считать, что в этом случае имеется эмпирически твердо выработанная схема такого определения. Эта схема, во-первых, основана на определении таких характеристик m_k:

(1) наличие кристаллов («есть кристаллы», «нет кристаллов»),

(2) габитус кристаллов («уплощенный», «изометричный», «вытянутый»),

(3) качество огранки («хорошая», «плохая»),

(4) сингония («тригональная», «ромбическая», «не тригональная», «не тригональная, не ромбическая», «не ясная»),

---

4) Под сопоставлением двух объектов a_i и $a_k \in A$ понимается установление принадлежности каждого из них к какому-либо классу A_j из заранее фиксированного разбиения $A : A_1, A_2, \ldots, A_{N(U)}$. Считаются известными необходимые и достаточные условия принадлежности a_i к A_j, сформулированные в системе признаков U. Сопоставление проводится в другой системе признаков U^*. Предположение о необходимых и достаточных условиях в рассматриваемом далее примере (да и вообще в минералогии) не выполняется.

(5) форма кристаллов («ромбоэдры», «не ромбоэдры»),

(6) наличие спайности («есть спайность», «нет спайности»),

(7) направление спайности («по ромбоэдру», «не по ромбоэдру»),

(8) взаимодействие с HCl («реагирует», «не реагирует»),

(9) показатель преломления (от 1,3 до 3,3).

Во-вторых, эта схема основана на использовании определенной последовательности определения характеристик m_k, где привлекаемые на n-ом шаге характеристики зависят от результатов определений на 1, 2, . . ., n — 1 шагах.

Например, на 1-ом шагу определяют наличие кристаллов. Пусть оказалось, что в m_k «е с т ь к р и с т а л л ы». Тогда на втором шагу определяют габитус кристаллов. Пусть оказалось, что он «у п л о щ е н н ы й». Тогда на третьем шагу определяют качество огранки. Пусть она оказалась «х о р о ш е й». Тогда на четвертом шагу определяют вид сингонии. Пусть она оказалась «н е т р и г о н а л ь н о й». Тогда m_k считается «н е к а р б о н а т о м». Если же на четвертом шагу оказалось, что имеет место сингония «т р и г о н а л ь н а я», то делается пятый шаг — определяется «с п а й н о с т ь» и т. д.

Из предыдущего видно, что используются и объективные характеристики (например, взаимодействие с HCl) и субъективные (например, «спайность», «направление спайности»), причем используются и отрицательные характеристики (смотри, например, (4)).

Заметим, что логического анализа всех возможных исходов не проводится.

По-видимому, формальный анализ геологических способов сопоставления объектов может быть полезен не только с точки зрения выявления тех характеристик, на которых он проводится (например, в целях их формализации), но и с точки зрения используемых различных последовательностей определения характеристик в зависимости от различных исходов для построения эффективных схем диагноза (глава II, § 6, п. 4).

§ 2. Геологическое пространство

1. Под геологическим пространством R договоримся понимать часть пространства, занятого планетой Земля, а также любую часть этой части пространства.

Интуитивное представление о геологическом пространстве не является нововведением, им пользовался, например, В. В. Вернадский еще в 1923 г.

Через T обозначим геологическое время, условившись понимать его пока как физическое время со специальной «растянутой» шкалой.

Взяв точку $M \in R$ в качестве центра, построим сферу радиуса ε_M. Эту сферу в момент T_0 можно «в среднем» охарактеризовать значениями различных свойств f_i и приписать эти значения самой точке $M \in R$. В этом смысле можно говорить, что в $M \in R$ определена в момент T_0 совокупность свойств $\{f_i\} = F$.

2. Предположим, что выбрана некоторая процедура P_T измерения T и выбран, с учетом возможностей и целей, некоторый масштаб S_T измерения T. Выберем некоторый конечный список независимо измеряемых в $M \in R$ свойств $f_1, f_2, \ldots, f_n$. Обозначим через $P_{f_1}, P_{f_2}, \ldots, P_{f_n}$ фиксированные процедуры измерения свойств, через $S_{f_1}, S_{f_2}, \ldots, S_{f_n}$ — фиксированные масштабы измерения свойств, через $f_1(M, T_0)$, $f_2(M, T_0), \ldots$, $f_n(M, T_0)$ — значения свойств в $M \in R$ в момент T_0.

Если заданы: $M \in R$, например, в геоцентрической системе координат: x_M, y_M, z_M; $f_1(M, T_0)$, $f_2(M, T_0), \ldots, f_n(M, T_0)$; $P_{f_1}, P_{f_2}, \ldots, P_{f_n}$, P_T и $S_{f_1}, S_{f_2}, \ldots, S_{f_n}$, S_T, то будем говорить, что $M \in R$ является статической формальной точкой R в момент T_0 по списку свойств $f_1, f_2, \ldots, f_n$ с учетом процедур $P_{f_1}, P_{f_2}, \ldots, P_{f_n}$, P_T и масштабов $S_{f_1}, S_{f_2}, \ldots, S_{f_n}$, S_T[5].

Если каждая $M \in R$ является статической формальной точкой, то R будет называться полнозаданным статическим формальным геологическим пространством R^F.

Если только некоторые $M' \in R$ являются статическими формальными точками, а другие $M'' \in R$ не являются таковыми, то R будет называться неполнозаданным статическим формальным геологическим пространством $\bar{R}^F$.

Если все формальные точки R^F или $\bar{R}^F$ являются статическими формальными точками в один и тот же момент T_0, то R^F или $\bar{R}^F$ будет называться гомогенным по времени.

Если же некоторые формальные точки R^F или $\bar{R}^F$ являются статическими формальными точками в один момент T_0, а другие — в другой момент T_0', то R^F или $\bar{R}^F$ будет называться гетерогенным по времени.

Если все формальные точки R^F или $\bar{R}^F$ являются статическими формальными точками по одному и тому же списку

---

[5] Предполагается, что само R задается независимо от $f_1, f_2, \ldots, f_n$, как часть эвклидова пространства, в каждой точке которого определены значения функций $f_1^*, f_2^*, \ldots, f_k^*$.

свойств $f_1, f_2, \ldots, f_n$, то R^F или $\bar{R}^F$ будет называться гомогенным по свойствам.

Если же некоторые формальные точки R^F или $\bar{R}^F$ являются статическими формальными точками по одному списку свойств $f_1, f_2, \ldots, f_n$, а другие — по другому списку свойств $f_1', f_2', \ldots$ $\ldots, f_m'$, то R^F или $\bar{R}^F$ будет называться гетерогенным по свойствам, которые входят в один список и не входят в другой, и гомогенным по свойствам, которые входят в оба списка. Иначе, такие R^F или $\bar{R}^F$ будут называться частично гомогенными по свойствам.

Если все формальные точки $\bar{R}^F$ являются статическими формальными точками по таким спискам свойств, что никакие два списка свойств не имеют ни одного общего свойства, то $\bar{R}^F$ будет называться гетерогенным по свойствам.

Если все формальные точки R^F или $\bar{R}^F$ являются статическими формальными точками с учетом одного и того же масштаба S_T, то R^F и $\bar{R}^F$ будут называться гомогенными по масштабу S_T.

Если же некоторые формальные точки R^F или $\bar{R}^F$ являются статическими формальными точками с учетом одного масштаба S_T, а другие — с учетом другого масштаба S_T', то R^F или $\bar{R}^F$ будет называться гетерогенным по масштабу S_T.

Если R^F или $\bar{R}^F$ является гомогенным по некоторому свойству f_i и все формальные точки R^F или $\bar{R}^F$ являются статическими формальными точками с учетом одного и того же масштаба S_{f_i}, то R^F или $\bar{R}^F$ будет называться гомогенным по масштабу S_{f_i}.

Если R^F или $\bar{R}^F$ является гомогенным по некоторому свойству f_i и некоторые формальные точки R^F или $\bar{R}^F$ являются статическими формальным точками с учетом одного масштаба S_{f_i}', а другие — с учетом другого масштаба S_{f_i}, то R^F или $\bar{R}^F$ будет называться гетерогенным по масштабу S_{f_i}.

Рассмотрим формальные точки $\bar{R}^F$. Совокупность этих точек можно толковать как систему точек, каждая из которых занимает определенное положение, например, в геоцентрической системе координат. Если путем последовательных сдвигов этой системы точек вправо и влево, вверх и вниз [25, 32] можно получить такую систему точек, что будет выполнено:

(1) система содержит бесконечное множество точек,

(2) число точек, лежащих внутри шара (круга, отрезка) радиуса r, пропорционально r^3 (r^2, r);

(3) во всякой конечной области находится конечное число точек.

(4) расположение системы точек относительно любой точки одинаково,

то $\bar{R}^F$ будет называться правильным и обозначаться через $\tilde{R}^F$. На основе предыдущего можно провести классификацию статических формальных геологических пространств — выделить три типа: R^F — полнозаданные [6], $\tilde{R}^F$ — неполнозаданные правильные, $\bar{R}^F$ — неполнозаданные неправильные — и каждый тип разбить на 20 подтипов (табл. 3.2.1 и 3.2.2.) [7].

Таблица 3.2.1

Классификация пространств

Гомогенные по T		Гетерогенные по T	
Гомогенные по S_T	Гетерогенные по S_T	Гомогенные по S_T	Гетерогенные по S_T
k_1	k_2	k_3	k_4

Таблица 3.2.2

Классификация пространств

<table>
<tr><td rowspan="5">k_j
$j = 1, 2, 3, 4$</td><td rowspan="2">Гомогенные по свойствам</td><td>Гомогенные по всем S_{f_i}</td><td>l_1</td></tr>
<tr><td>Гетерогенные хотя бы по одному S_{f_i}</td><td>l_2</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Частично гомогенные по свойствам</td><td>Гомогенные по всем общим S_{f_i}</td><td>l_3</td></tr>
<tr><td>Гетерогенные хотя бы по одному общему S_{f_i}</td><td>l_4</td></tr>
<tr><td colspan="2">Гетерогенные по свойствам</td><td>l_5</td></tr>
</table>

Примечание. n — номер подтипа, $n = 5(j-1) + l_m$, $m = 1, 2, 3, 4, 5$.

[6] По определению, R^F является неправильным, так как для него не выполняется, например, (3).

[7] Для R^F некоторые классы в табл. 3.2.2 не имеют смысла, в частности класс 5.

Рассматривая какое-нибудь R^F, $\widetilde{R}^F$ или $\bar{R}^F$, принадлежащее любому подтипу (см. табл. 3.2.1. и 3.2.2.), безотносительно к тому, какие именно свойства $f_1, f_2, \ldots, f_n$ имелись в виду, подобно тому, как поступали ранее, условимся говорить о статическом обобщенном геологическом пространстве. Название же статического формального геологического пространства закрепим в дальнейшем на тот случай, когда фиксировано, какие именно свойства $f_1, f_2, \ldots, f_n$ имеются в виду. Исходя из этого, можно специализировать R^F, $\widetilde{R}^F$, $\bar{R}^F$ любого подтипа в зависимости от специального выбора списка свойств $f_1, f_2, \ldots, f_n$. Таким образом, приходим к понятию специализированных статических формальных геологических пространств, например литологического, петрографического, биостратиграфического, сейсмического.

До сих пор свойства $f_1, f_2, \ldots, f_n$ рассматривались как непосредственно измеряемые, имеющие операционный смысл в точке. От этих свойств можно перейти на основе некоторых алгоритмов к другим свойствам $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_k$, которые можно считать функционально независящими между собой, непрерывными в R всюду или почти всюду, за исключением, может быть, множества меры нуль [34, 121, 122], имеющими смысл, возможно, только на подпространствах R. Это позволяет прийти к более широкому понятию статических геологических пространств [8]. В случае, когда такой переход от $f_1, f_2, \ldots, f_n$ к $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_k$ осуществлен, хотя бы частично, условимся заменять слово «формальное» словом «теоретическое».

3. Отрегулируем, с учетом обобщений, символику. Когда имеются в виду различные специализированные статические теоретические геологические пространства, будем писать $R^{\Phi'}$, $\widetilde{R}^{\Phi'}$, $\bar{R}^{\Phi'}$, полагая, что штрих указывает на фиксацию списка свойств $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_k$. Иногда будет удобно вместо штриха использовать значок i снизу слева, $i = 1, 2\ldots$ Когда имеются в виду различные статические обобщенные геологические пространства, будем писать R^Φ, $\widetilde{R}^\Phi$, $\bar{R}^\Phi$, имея в виду, что относительно списка свойств $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_k$ ничего не предполагается, за исключением того, что он конечен. Подтип пространства (см.табл. 3.2.1) можно условиться фиксировать с помощью значка n сверху слева, $n = 1, 2, \ldots, 20$. Если иметь в виду R, R^Φ или $R^{\Phi'}$, то можно условиться фиксировать «мерность» пространства [122] с помощью значка l снизу справа, $l = 3, 2, 1, 0$:

[8]) Такое расширение, как легко убедиться, не противоречит предыдущему, в частности, сохраняет свой смысл табл. 3.2.1.

Введение формальной точки обусловлено дискретностью наблюдений, связью их с определенными свойствами и их временной привязкой, а также формальными удобствами.

Детальное обсуждение процедур и масштабов было необходимо для того, чтобы подчеркнуть, что удовлетворительная теория не может базироваться на «возможных» и «воображаемых» свойствах (например, генезисе), не может не учитывать точности реальных процедур измерения, масштабов.

Переход от f_i к φ_i был необходим для того, чтобы учесть модельность наших представлений о свойствах. Например, в сейсмике непосредственно измеряют только времена прихода волн и, с точностью до искажений, их форму, а построения проводят в пространстве координат, скоростей распространения волн и плотностей.

Введение статического пространства обусловлено экспериментальными возможностями.

Упоминание о динамическом пространстве было необходимо, чтобы подчеркнуть реальные возможности изучения генезиса и истории.

Введение неполнозаданных пространств диктуется, опять-таки, экспериментальными возможностями.

Введение правильного неполнозаданного пространства связано с тем, что исследования ведутся не только в дискретной сети, но и в правильной сети, везде, где позволяют условия. Кроме того, это позволяет в дальнейшем учесть опыт кристаллографии [68, 111] и облегчает процедуры интерполяции и экстраполяции.

Введение полнозаданных пространств обусловлено тем, что только такие пространства достаточно хорошо отвечают реальным объектам, только в таких пространствах возможны, например, геофизические, геохимические, структурные, фациальные и др. теоретические построения. В неполнозаданных пространствах, которые «наблюдаются», не имеют смысла даже такие понятия, как форма, объем, в том плане, как ими оперируют в геологии. Переход от неполнозаданных пространств к полнозаданным, о котором будет сказано далее, является, по существу, переходом от наблюдаемых фактов к модели. Этот переход хорошо иллюстрируется переходом от процесса картирования к построению карт.

Введение специализированных пространств вполне отвечает сложившимся традициям.

Введение обобщенных пространств следует считать основой предлагаемого подхода, оно обусловлено следующим.

Во-первых, тем, что в них можно выработать понятия, обладающие такой общностью, которая позволит с единых позиций рассмотреть существующие в различных теоретически не связанных между собой областях геологии приемы теоретических построений (например, структурные, фациальные).

Во-вторых, на основе таких понятий можно будет ставить задачу о выработке единого языка для всех специальностей геологии, для тех вопросов, для которых это имеет смысл. При этом имеется возможность опереться на уже разработанные языки теории множеств, теории метрических пространств, математической логики, функционального анализа.

В-третьих, на основе предыдущего можно будет провести взаимное теоретическое обогащение различных специальных областей геологии путем переноса приемов из областей, формально хорошо разработанных, в области, формально менее разработанные. Например, можно перенести структурные приемы из кристаллографии и минералогии в петрографию, литологию, структурную геологию; фациальные приемы из минералогии в петрографию, в литологию; приемы построения и прослеживания границ из геофизики в структурную геологию.

В-четвертых, впоследствии можно будет удовлетворительно сформулировать задачи и выработать методы теоретической геологии, которая должна, опираясь прежде всего на конкретный опыт различных специальностей геологии, заниматься вопросами, так сказать, обобщенного характера, общими для всех специальностей геологии.

В-пятых, на основе предыдущего можно будет указать наиболее эффективные пути внедрения математических методов и ЭВМ в геологию, избегая кустарщины.

Обратимся теперь к табл. 3.2.1. Введение пространств, гомогенных и гетерогенных по свойствам и масштабам, диктуется, опять-таки, экспериментальными возможностями. Наши возможности измерения, например, в приповерхностных и глубинных частях Земли различны. Введение пространств, гомогенных и гетерогенных по времени и временному масштабу, обусловлено требованиями геоморфологии и неотектоники, а также теоретическими соображениями: при попытках изучения динамических пространств с помощью последовательности статических пространств надо предусмотреть разбиение пространств на части в различные моменты времени и с различными временными масштабами. Можно убедиться, что табл. 3.2.1. значительно облегчает, например, анализ различных карт, разрезов, колонок.

6. Процедуры перехода от различных подтипов неполнозаданных статических пространств к полнозаданным статическим

R, R^{Φ} или $R^{\Phi'}$ могут быть трехмерными (область), двухмерными (поверхность), одномерными (линия), нульмерными (конечное или счетное множество точек)[9]. Таким образом, будем иметь дело с символами

$$\begin{gathered} {}^{n}R_{l}^{\Phi},\ {}^{n}\widetilde{R}_{0}^{\Phi},\ {}^{n}\overline{R}_{0}^{\Phi}, \\ {}_{i}^{n}R_{l}^{\Phi},\ {}_{i}^{n}\widetilde{R}_{0}^{\Phi},\ {}_{i}^{n}\overline{R}_{0}^{\Phi}, \\ ({}^{n}R_{l}^{\Phi'},\ {}^{n}\widetilde{R}_{0}^{\Phi'},\ {}^{n}\overline{R}_{0}^{\Phi'}). \end{gathered} \tag{3.2.1}$$

Например, символ ${}^{5}R_{2}^{\Phi}$ будет означать, что имеется в виду полнозаданное статическое обобщенное геологическое двумерное пространство, гомогенное по T и S_T и гетерогенное по свойствам φ_i, символ ${}_{q}^{1}\widetilde{R}_{0}^{\Phi}$ (${}^{1}\widetilde{R}_{0}^{\Phi'}$) будет означать, что имеется в виду неполнозаданное правильное статическое теоретическое, положим литологическое, нульмерное геологическое пространство, гомогенное по S_T, гомогенное по T, гомогенное по свойствам φ_i и гомогенное по S_{φ_i}.

4. Если нам задан промежуток геологического времени (T', T''), задано «положение» $M \in R$, например, в геоцентрической системе координат: $x_M = x_M(T)$, $y_M = y_M(T)$, $z_M = z_M(T)$, $T' \leqslant T \leqslant T''$, заданы значения $\varphi_1(M, T)$, $\varphi_2(M, T), \ldots$ $\ldots, \varphi_k(M, T)$, $T' \leqslant T \leqslant T''$, а также заданы P_T, P_{φ_1}, $P_{\varphi_2}, \ldots$ $\ldots, P_{\varphi_k}$ и S_T, S_{φ_1}, $S_{\varphi_2}, \ldots, S_{\varphi_k}$, то будем говорить, что $M \in R$ является динамической формальной точкой в R, в промежутке (T', T''), по списку свойств $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_k$, с учетом процедур $P_{\varphi_1}, P_{\varphi_2}, \ldots, P_{\varphi_k}$ и с учетом масштабов S_T, $S_{\varphi_1}, \ldots, S_{\varphi_k}$.

Опираясь на это понятие, вполне аналогично предыдущему, можно было бы ввести понятия различных динамических геологических пространств. Однако такую систему формализмов условимся пока не вводить, так как сейчас не видно какого-либо реального пути для изучения таких пространств, исключая представление динамических пространств через последовательность статических пространств.

5. Приведем некоторые содержательные оправдания по поводу предыдущих формальных построений.

Выбор в качестве исходных понятий геологического пространства и геологического времени обусловлен их общностью и интуитивной очевидностью для геолога, геофизика и геохимика. Относительно геологического времени уже была сделана оговорка.

---

[9] По определению, $\widetilde{R}^{\Phi}$, $\overline{R}^{\Phi}$, $\widetilde{R}^{\Phi'}$ и $\overline{R}^{\Phi'}$ считаются нульмерными.

полностью гомогенным пространствам ${}^1R_l^{\Phi}$, ${}^1_iR_l^{\Phi}$ будем называть построением моделей статических геологических пространств. Эти процедуры требуют специальной теории. Будем предполагать пока, что такая теория имеется, и ограничимся установлением некоторых общих положений, символики и терминологии.

Через $S_T(R \to R)$ будем обозначать процедуру выр внивания в R временного масштаба, через $T_0(R \to R)$ — процедуру приведения R к одному моменту времени, через $\varphi(R \to R)$ процедуру приведения R к одному списку свойств, через $S_\varphi(R \to R)$ — процедуру выравнивания в R масштабов для свойств.

Обозначим через ${}_n(R - R)_1$ процедуру приведения ${}^nR$ к полностью гомогенному виду, примем для нее пока, с учетом толкования T, такой порядок:

$$ {}_n(R \to R)_1 : S_T(R \to R),\ T_0(R \to R),\ \varphi(R \to R),\ S_\varphi(R \to R). \tag{3.2.2} $$

Обозначив через $(\bar{R} \to \widetilde{R} \to R)$ процедуру перехода от неполнозаданных пространств к полнозаданным, а через $(R_l \to {}^1R_l^{\Phi})$ — процедуру перехода к полнозаданному статическому полностью гомогенному пространству (процедуру построения модели статического геологического пространства ${}^1R_l^{\Phi}$), примем для последней с учетом (3.2.2) такой порядок:

$$ (R_l \to {}^1R_l^{\Phi}) : {}_n(R \to R)_1,\ (\bar{R} \to \widetilde{R} \to R). \tag{3.2.3} $$

Ранее отмечалось, что само R предполагается заданным независимо от списка Φ и пока не учитывалось, какой список Φ^* имелся в виду при задании R. Если необходимо указать, какой именно список имелся в виду при задании R, то вместо (3.2.2) и (3.2.3) условимся писать

$$ {}_n(R \to R)_1^{\Phi^*} : S_T(R \to R)^{\Phi^*},\ T_0(R \to R)^{\Phi^*},\ \varphi(R \to R)^{\Phi^*}, $$
$$ S_\varphi(R \to R)^{\Phi^*}, \tag{3.2.2$'$} $$

$$ (R_l \to {}^1R_l^{\Phi})^{\Phi^*} : {}_k(R \to R)_1^{\Phi^*},\ (\bar{R} \to \widetilde{R} \to R)^{\Phi^*}. \tag{3.2.3$'$} $$

Когда это удобно, (3.2.3)$'$ будем называть достроением модели статического геологического пространства ${}^1R_l^{(\Phi^* \cup \Phi)}$. Иногда ${}^1R_l^{\Phi^*}$ будем называть априорной моделью, а ${}^1R_l^{(\Phi^* \cup \Phi)}$ — апосториорной.

7. Очевидно, что в зависимости от конкретного выбора процедур $S_T(R \to R)$, $T_0(R \to R)$, $\varphi(R \to R)$, $S_\varphi(R \to R)$ и $(\bar{R} \to \tilde{R} \to R)$, часть из которых может быть лишней, результат построения $(R \to {}^1R_l^\Phi)$ может быть различным при одном и том же R_l. Иначе говоря, исходя из одних и тех же экспериментальных данных, можно, вообще говоря, получить разные модели (глава IV, § 3). Выбор из множества моделей какой-либо одной должен определяться содержательными целями. Для того чтобы такой выбор разумно осуществить, надо знать, каким образом будет содержательно эксплуатироваться та или иная модель, а для этого надо сначала уточнить те формальные операции, которые будут проводиться в этой модели. По этой причине сейчас не имеет смысла уточнять те процедуры, которые приводят к той или иной модели.

§ 3. Геологические границы

1. Пусть нам удалось получить ${}^1R_l^\Phi$, $l = 3, 2, 1$. Будем считать, что имеем дело со списком свойств $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_k$, моментом T_0 и масштабами S_T, S_{φ_1}, $S_{\varphi_2}, \ldots, S_{\varphi_k}$, которые будем считать как угодно подробными.

Условимся через $\varphi_i^{(l)}$ обозначать l-ую производную от φ_i по координатам. Всякую φ_i или $\varphi_i^{(l)}$ будем называть характеристикой, обозначая ее через ψ_j. Совокупность характеристик ψ_j будем обозначать через $\{\psi_j\}$.

Займемся определением «границ» в ${}^1R_l^\Phi$, которые связаны только со свойствами φ_i, имеющими смысл в точке $M \in {}^1R_l^\Phi$.

Другие «границы», которые обусловлены свойствами φ_i, определенными только на отдельных частях ${}^1R_l^\Phi$, пока рассматривать не будем. К этим другим «границам», как можно убедиться, относятся, например, «структурные», «стратиграфические» и «фациальные границы». Эти «границы» оставляются пока в стороне потому, что они совпадают в отдельных своих частях с теми «границами», которые будут рассматриваться. Будем следовать по такому пути. Вначале дадим общее определение «геологической границы» в ${}^1R_l^\Phi$, а затем определим различные «частные границы» в ${}^1R_l^\Phi$. Руководствоваться будем следующими содержательными соображениями, вытекающими из формального анализа геологической литературы.

Во-первых, можно различать «границы», выделение которых непосредственно обусловлено распределением вещества в ${}^1R_l^\Phi$.

Во-вторых, можно различать «границы», выделение которых непосредственно обусловлено разрывами сплошности в ${}^1R_l^\Phi$.

В-третьих, можно различать «границы», выделение которых опосредственно обусловлено распределением вещества и разрывами сплошности в ${}^1R_l^\Phi$.

В-четвертых, можно различать «границы», выделение которых не зависит от распределения вещества и разрывов сплошности в ${}^1R_l^\Phi$. Кроме того, можно учесть различный формальный характер процедур выделения «границ». Таким образом, классифицирование «границ» будет проводиться только с частных позиций способов их выделения. Для полноты рассмотрения следовало бы учесть и, так сказать, «форму» и «строение» границ, способ их описания, но это удобно сделать только в последующем (§ 9, п. 2).

2. Дадим общее определение геологической границы в ${}^1R_l^\Phi$, $l = 3, 2, 1$.

Под геологической границей в ${}^1R_l^\Phi$ будем понимать любую поверхность (линию, точки), для которой можно указать однозначную процедуру выделения.

Из этого определения вытекает, что геологическая граница в ${}^1R_l^\Phi$ представляет собой геологическое пространство, мерность которого $l - m$, $m = 3, 2, 1$, $l - m \geqslant 0$. Это пространство обладает некоторыми свойствами, которые определяются процедурой выделения.

3. Определим так называемые резкостные геологические границы в ${}^1R_l^\Phi$, $l = 3, 2, 1$.

Под резкостной геологической границей в ${}^1R_l^\Phi$ будем понимать поверхность (линию, точки), при переходе через которую терпят разрыв непрерывности какие-либо характеристики ψ_i. Обозначать такие границы в ${}^1R_l^\Phi$ будем через ${}^1\Gamma_{l-m}^\Phi$, $m = 3, 2, 1$, $l - m \geqslant 0$. Таким образом, в данном случае то геологическое пространство, которое представляет собой ${}^1\Gamma_{l-m}^\Phi$, обладает тем особым свойством, что в точках этого пространства терпят разрыв непрерывности некоторые ψ_i[10]. Этот тип резкостных геологических границ в ${}^1R_l^\Phi$ разобьем на подтипы.

[10] Будет считаться, что если $M' \in {}^1\Gamma_{l-m}^\Phi$, то для ψ_i, терпящих разрыв непрерывности, имеет место

$$\psi_i(M', T_0) = \frac{1}{2}[\psi_i(M' + 0, T_0) + \psi_i(M' - 0, T_0)].$$

Под несоставной геологической границей в ${}^1R_l^\Phi$ будем понимать поверхность (линию, точки), при переходе через которую терпят разрыв непрерывности какие-либо характеристики ψ_i, притом одни и те же во всех точках этой поверхности (линии, точках), и вдоль которой остаются непрерывными, по крайней мере с одной стороны, хотя бы те характеристики ψ_i, которые терпят разрыв непрерывности при переходе через эту поверхность (линию, точки). Обозначать такие границы будем через ${}^1\Gamma_{l-m}^\Phi\ \{\psi\}$.

Этот подтип несоставных геологических границ обладает такой важной особенностью: можно указать единый перечень экспериментальных процедур [11] такой, что с помощью любой процедуры из этого перечня можно выделить ${}^1\Gamma_{l-m}^\Phi\ \{\psi\}$ целиком. Относительно границ этого подтипа можно утверждать следующее: если такие границы выделяются на основе некоторой процедуры, то они выделяются целиком.

Пусть имеется ${}^1\Gamma_{l-m}^\Phi$ и пусть $\{\psi\}_j$, $j = 1, 2, .., p$ — совокупности характеристик, которые необходимы для выделения ${}^1\Gamma_{l-m}^\Phi$ по частям (считается, что каждая часть ${}^1\Gamma_{l-m}^\Phi$ есть ${}^1\Gamma_{l-m}^\Phi\{\psi\}_j$).

Если найдется хотя бы одна такая ψ_k, которая входит во все $\{\psi\}_j$, то ${}^1\Gamma_{l-m}^\Phi$ будет называться составной геологической границей. Обозначать такие границы будем через ${}^1\check{\Gamma}_{l-m}^\Phi\{\psi\}$.

Если же не найдется ни одной такой ψ_k, которая входит во все $\{\psi\}_j$, то ${}^1\Gamma_{l-m}^\Phi$ будет называться сугубо составной геологической границей. Обозначать такие границы будем через ${}^1\hat{\Gamma}_{l-m}^\Phi\{\psi\}$.

Подтип составных геологических границ обладает такой особенностью, что любая ${}^1\check{\Gamma}_{l-m}^\Phi\{\psi\}$ может быть сделана несоставной, если из списка свойств $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_k$ выбросить некоторые φ_i. Для сугубо составных геологических границ такой процедуры проделать нельзя.

4. Определим тип так называемых дизъюнктивных геологических границ. Следуя работам [1, 3] и считая известным [84] понятие разрыва сплошности, определим поверхность (линию, точки) разрыва сплошности ${}^1R_l^\Phi$, $l = 3, 2, 1$, как дизъюнктивную геологическую границу. Обозначать такие границы будем через ${}^1\Gamma_{l-m}^\Phi\{d\}$.

Формально будет считаться, что в точках разрыва сплошности ψ_j принимает комплексное значение $\psi_j = \psi_j' + i\psi_j''$. В смы-

---

[11] Этот перечень в частном случае может сводиться к одной процедуре.

сле процедур выделения такие границы будут считаться несоставными.

5. С учетом работ [91, 99] перейдем к организации посредством перечисления подтипов еще одного типа границ в ${}^1R_l^\Phi$, $l = 3, 2, 1$. так называемых условных геологических границ.

Под условной геологической границей первого подтипа в ${}^1R_l^\Phi$ будем понимать поверхность (линию, точки), на которой некоторые ψ_k принимают некоторые фиксированные значения. Обозначать такие границы будем через ${}^1\gamma_{l-m}^\Phi\{\psi = c\}$.

Если в ${}^1R_l^\Phi$ задана какая-нибудь ${}^1\Gamma_{l-m}^\Phi$, то в точках $M \in {}^1\Gamma_{l-m}^\Phi$ можно определить различные функции, имеющие определенный геометрический смысл (например, расстояние от некоторой фиксированной поверхности (линии, точки) до $M \in {}^1\Gamma_{l-m}^\Phi$, радиус кривизны в $M \in {}^1\Gamma_{l-m}^\Phi$, показатель выпуклости — вогнутости в $M \in {}^1\Gamma_{l-m}^\Phi$ и др.). Будем обозначать такие функции через $h\ (M)$. Точки $M' \in {}^1\Gamma_{l-m}^\Phi$, в которых $h\ (M)$ (или ее какая-либо производная) принимает фиксированное значение c, будем называть разделительными точками ${}^1\Gamma_{l-m}^\Phi$, обозначая их через $M'\ ({}^1\Gamma_{l-m}^\Phi, h, c)$. Если задана совокупность $\{{}^1\Gamma_{l-m}^\Phi\}$, то, задавшись некоторой одной $h\ (M)$, $M \in \{{}^1\Gamma_{l-m}^\Phi\}$ и некоторыми (возможно, различными для различных ${}^1\Gamma_{l-m}^\Phi \in \{{}^1\Gamma_{l-m}^\Phi\}$) фиксированными значениями $h\ (M)$ (или ее какой-либо производной), можно получить совокупность разделительных точек $M'\ (\{{}^1\Gamma_{l-m}^\Phi\},\ h)$.

Всякую поверхность (линию, точки), построенную в ${}^1R_l^\Phi$ на основе некоторой однозначной операции Π_h, при условии, что все $M \in M'(\{{}^1\Gamma_{l-m}^\Phi\}, h)$ принадлежат этой поверхности (линии, точкам), будем называть условной геологической границей второго подтипа. Обозначать такие границы будем через ${}^1\gamma_{l-m}^\Phi\{\Gamma, \Pi_h\}$.

6. Наконец, введем еще один тип геологических границ, так называемых произвольных геологических границ. Под произвольной геологической границей будем понимать поверхность (линию, точки), которую можно выделить в ${}^1R_l^\Phi$, $l = 3, 2, 1$, на основе некоторой однозначной процедуры, не связанной с ψ_i. Удобно ввести два подтипа таких границ: первый, когда процедура выделения опирается на условия, не зависящие от исследователя (например, политико-административные), и второй, когда процедура выделения опирается на условия, зависящие от исследователя. Для этих двух подтипов границ в ${}^1R_l^\Phi$ примем обозначения: $\gamma(1)$, $\gamma\ (2)$.

7. На основе пп. 3, 4, 5, 6 получим показанную в табл. 3.3.1 систематизацию геологических границ в ${}^1R_l^\Phi$, $l = 3,2,1$, по типам и подтипам, если введем еще один тип так называемых комбинаторных геологических границ, о котором говорится далее.

8. Условимся понимать под комбинаторными геологическими границами в ${}^1R_l^\Phi$, $l = 3,2,1$, те поверхности (линии, точки), которые представляют собой сочетания границ подтипов 1—8 (табл. 3.3.1).

Таблица 3.3.1

Систематизация геологических границ в ${}^1R_l^\Phi$, $l = 3, 2, 1$

Тип	Резкостные			Дизъюнктивные	Условные		Произвольные		Комбинаторные		
Подтип	Несоставные	Составные	Сугубо составные	Дизъюнктивные	Первого подтипа	Второго подтипа	Первого подтипа	Второго подтипа	Нарушенные несоставные	Нарушенные составные	Нарушенные сугубо составные
№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

Рассмотрим сочетания границ двух подтипов и условимся так определять подтипы комбинаторных границ, полученных за счет такого сочетания:

$$
\begin{array}{lll}
1+1=1 \text{ или } 2 & 2+2=2 \text{ или } 3 & 3+3=3 \\
1+2=2 & 2+3=3 & 3+4=11 \\
1+3=3 & 2+4=10 & 3+5=5 \\
1+4=9 & 2+5=5 & 3+6=6 \\
1+5=5 & 2+6=6 & 3+7=7 \\
1+6=6 & 2+7=7 & 3+8=8 \\
1+7=7 & 2+8=8 & \\
1+8=8 & & \\
\\
4+4=4 & 5+5=5 & 6+6=6 \\
4+5=5 & 5+6=6 & 6+7=7 \\
4+6=6 & 5+7=7 & 6+8=8 \\
4+7=7 & 5+8=8 & \\
4+8=8 & & \\
\\
7+7=7 & 8+8=8 & \\
7+8=8 & &
\end{array}
\qquad (3.3.1)
$$

В (3.3.1) обозначено:

$9 \equiv$ нарушенные несоставные ${}^1\Gamma^{\Phi}_{l-m}\{\psi,\ d\}$,

$10 \equiv$ нарушенные составные ${}^1\check{\Gamma}^{\Phi}_{l-m}\{\psi,\ d\}$,

$11 \equiv$ нарушенные сугубо составные ${}^1\hat{\Gamma}^{\Phi}_{l-m}\{\psi,\ d\}$.

На основе (3.3.1) можно указать правила определения подтипа геологической границы, представляющей собой сочетание любого конечного числа границ различных подтипов. Действительно, пусть требуется определить подтип геологической границы, которая представляет такое сочетание:

$$i_1 + i_2 + \ldots + i_n. \tag{3.3.2}$$

Без ущерба для общности можно считать, что в (3.3.2) все $i_j \leqslant 8$. Используя соотношение $i_j + i_k = i_k + i_j$, можно так упорядочить (3.3.2), что будет выполнено

$$i_1 \leqslant i_2 \leqslant \ldots \leqslant i_n. \tag{3.3.3}$$

Из (3.3.3) можно выбросить одинаковые и получить (3.3.4)

$$i_1' < i_2' < \ldots < i_l'. \tag{3.3.4}$$

После этого в (3.3.4) можно на основе (3.3.1) заменить $i_1' + i_2'$ на i_1'' и получить

$$i_1'' < i_2'' < \ldots < i_{l-1}''. \tag{3.3.5}$$

Повторяя такую процедуру несколько раз, можно однозначно определить подтип данной границы, сопоставить (3.3.2) одно из чисел от 1 до 11.

9. В некоторых частных задачах оказывается необходимым с точки зрения процедур выделения границ учесть резкость геологических границ по ψ_j. Рассмотрим, например, ${}^1\Gamma^{\Phi}_{l-m}\{\psi\}$, полагая, что $\{\psi\}$ сводится к ψ_{i_1} и ψ_{i_2}, причем $\psi_{i_1} = \varphi_{i_1}$, а $\psi_{i_2} = \varphi_{i_2}{}^{(k)}$. В этом случае будем говорить, что ${}^1\Gamma^{\Phi}_{l-m}\{\psi\}$ является границей резкости ноль по φ_{i_1} и резкости k по φ_{i_2}.

10. Дадим формальные пояснения, попытаемся содержательно оправдать предыдущие построения и приведем некоторые иллюстративные примеры.

Пусть мы имеем дело с ${}^1R^{\Phi}_2$, к которому будем относить все $M(x,\ y)$, для которых выполнено $x^2 + y^2 \leqslant r^2 + \varepsilon$ (рис. 3.3.1). Будем считать, что список свойств сводится к f_1, f_2, f_3, f_4, а расположение границ дается на рис. 3.3.1. Условные обозначения на рис. 3.3.1 поясняются рис. 3.3.2.

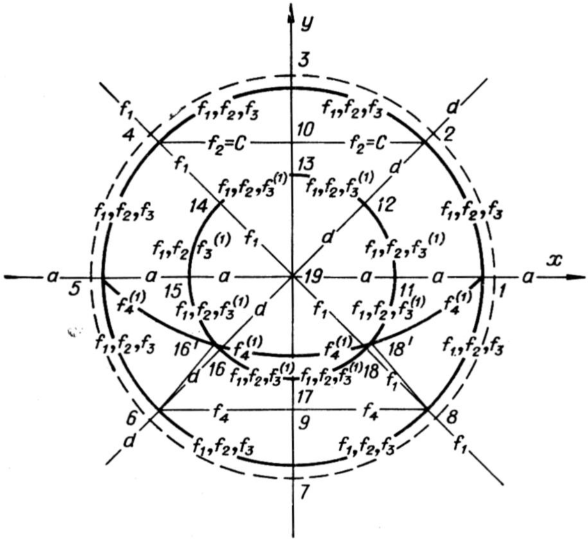

Рис. 3.3.1

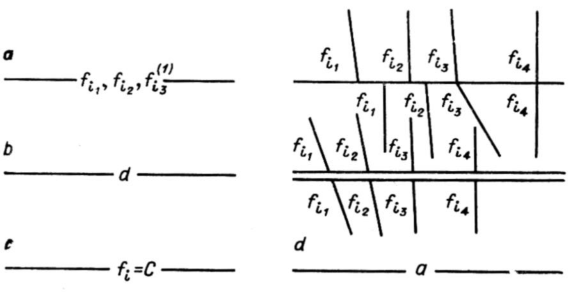

Рис. 3.3.2.

a — скачок f_{i_1}, f_{i_2} $f_{i_3}^{(1)}$, непрерывна f_{i_4}; *b* — разрыв сплошности; *c* — линия постоянства f_i; *d* — административная граница.

Отметим, что при построении ${}^1\gamma_1^{\Phi}$ (Г, Π_h) были приняты во внимание две границы:

$$1—8—9—6—5 \text{ и } 1—18'—18—17—16—16'—5.$$

На этих границах выделялись разделительные точки, где имеет место скачок кривизны (на первой — 8 и 6, на второй 18′ и 16′). В качестве процедуры Π_h рассматривалась процедура отыскания для разделительных точек первой границы ближайшей разделительной точки на второй границе и соединение этих точек прямой линией.

Используя определения и рис. 3.3.2, на рис. 3.3.1 легко найти все границы, о которых речь шла выше.

Резкостные геологические границы представляют собой естественное обобщение тех границ, которые используются в геофизике, положим в сейсмике, где границы выделяются на основе скачков скоростей распространения волн (нулевая резкость) или на основе скачков первых производных от скоростей распространения волн (первая резкость). При некоторых оговорках примером резкостной границы может служить и «поверхность напластования», разделяющая два слоя различного литологического состава. Как известно, сейчас оперируют, как правило, несоставными резкостными границами, притом по одному свойству. Естественно было учесть, что, например, «поверхность напластования» может совпадать, положим, с поверхностью скачка скорости распространения волн, и притом только в некоторой своей части. С этой целью и были введены составные резкостные границы. Может оказаться, что, положим, некоторая поверхность в одной своей части является «поверхностью напластования», а в другой — поверхностью скачка скоростей распространения волн. Чтобы учесть такие случаи, были введены сугубо составные резкостные границы.

Дизъюнктивные геологические границы были введены как аналоги «трещин», «трещин со смещениями», «разломов».

Условные геологические границы первого подтипа в частном случае отвечают «поверхностям (линиям) равного содержания». Как известно, такие границы проводят в зависимости от распределения вещества с учетом тех или иных производственных и экономических соображений.

Условные геологические границы второго подтипа являются аналогами, в частности, тех границ, с помощью которых выделяются «антиклинальные складки» и «синклинальные складки», а также «антиклинальные складки в пределах изогипсы одного из составляющих ее слоев».

Произвольные геологические границы первого подтипа включают в себя те границы, которые используются, положим, при выделении «зон влияния скважин».

Произвольные геологические границы второго подтипа включают в себя, положим, границы административных районов.

При определении подтипов комбинаторных геологических границ было использовано следующее соображение. Можно считать, что «сложность выделения» подтипов границ 1, 2,..., 8 (см. табл. 3.3.1) растет с ростом номера подтипа. Естественно было считать, что «сложность выделения» комбинаторной границы определяется наибольшим номером. Выделение особо подтипов нарушенных границ обусловлено их большой содержательной ролью [1, 3]. Примером нарушенной несоставной границы является поверхность скачка скоростей распространения волн, «разбитая сбросами».

11. Если условиться каждой несоставной резкостной границе приписывать природу, в зависимости от природы тех характеристик ψ_i, которые терпят разрыв непрерывности при переходе через эту границу, иначе говоря, в зависимости от φ_i, то можно говорить, например, о сейсмических по природе, о литологических по природе, о сейсмических и литологических по природе резкостных несоставных границах. Если в Φ содержится k свойств φ_i, различных по природе, то в ${}^1R_l^\Phi$, $l = 3, 2, 1$, очевидно, возможны максимум $2^k - 1$ различных по природе границ. Полезно ввести понятие о согласовании свойств φ_i и φ_j в ${}^1R_l^\Phi$.

Будем говорить, что в ${}^1R_l^\Phi$ φ_i и φ_j взаимносогласны, $\varphi_i \leftrightarrow \varphi_j|_{{}^1R_l^\Phi}$, если в ${}^1R_l^\Phi$ не существует границ по природе φ_i или по природе φ_j, но существуют границы по природе φ_i и φ_j.

Будем говорить, что в ${}^1R_l^\Phi$ φ_i согласно с φ_j, $\varphi_j \rightarrowtail \varphi_i|_{{}^1R_l^\Phi}$, если в ${}^1R_l^\Phi$ не существует границ по природе φ_i, но существуют границы по природе φ_j и границы по природе φ_i и φ_j. Будем говорить, что φ_i и φ_j разногласны в ${}^1R_l^\Phi$, $\varphi_i \rightarrowtail\!\!\!\!\leftarrow \varphi_j|_{{}^1R_l^\Phi}$, если в ${}^1R_l^\Phi$ не существует границ по природе φ_i и φ_j, но существуют границы по природе φ_i и границы по природе φ_j.

Во всех остальных случаях будем говорить, что φ_i и φ_j в ${}^1R_l^\Phi$ несогласны, $\varphi_i - \varphi_j|_{{}^1R_l^\Phi}$.

В ${}^1R_l^\Phi$ может быть $2^k - 1$ различных по природе границ, если $\varphi_i - \varphi_j|_{{}^1R_l^\Phi}$, φ_i, $\varphi_j \in \Phi$.

§ 4. Геологические тела

1. Будем иметь в виду те же самые предположения, о которых шла речь в начале § 3. В целях экономии введем символ $\varkappa_{l-m}^i$, $i = 1, 2, \ldots, 11$, с помощью которого условимся изображать различные границы в ${}^1R_l^\Phi$, $l = 3, 2, 1$ (см. табл. 3.3.1).

2. Определим геологическое тело в ${}^1R_l^\Phi$, $l = 3, 2, 1$, как связную область [34, 122] внутри ${}^1R_l^\Phi$, ограниченную со всех сторон $\varkappa_{l-1}^i$.

По определению, геологическое тело в ${}^1R_l^{\Phi}$ является геологическим пространством той же мерности, что и исходное ${}^1R_l^{\Phi}$.

3. Используя соображения, например, статьи [127, 135], введем в рассмотрение $\{\alpha_l\}$ — совокупность эталонных форм в ${}^1R_l^{\Phi}$, $l = 3,2,1$. Будем считать, что для части однородного пространства R_l, ограниченной любой $\alpha_l' \in \{\alpha_l\}$, можно указать в конечном виде [25]:

во-первых, формулы для вычисления объема (площади, длины),

во-вторых, формулы для вычисления координат центра масс,

в-третьих, формулы для определения ориентации относительно некоторого репера, используя выпуклую оболочку для α_l' [25][12].

Будем считать заданной некоторую однозначную процедуру $\Pi_{\alpha_l^*}$ — процедуру представления любой геометрической формы α_l^* в ${}^1R_l^{\Phi}$ через $\alpha_l' \in \{\alpha_l\}$, которая позволяет дать, используя соответствующие формулы для $\alpha_l' \in \{\alpha_l\}$, в конечном виде для части однородного пространства R_l, ограниченной α_l^*:

во-первых, формулы для вычисления объема (площади, длины) с точностью до меры заполнения $\varkappa_l$;

во-вторых, формулы для вычисления координат центра масс с точностью до ε_l;

в-третьих, формулы для вычисления ориентации относительно некоторого репера с точностью до ϑ_l.

При фиксированных $\{\alpha_l\}$, $\varkappa_l$, ε_l, ϑ_l, $l = 3,2,1$, и фиксированной $\Pi_{\alpha_l^*}$ всевозможные геометрические формы α_l^* в ${}^1R_l^{\Phi}$, $l = 3,2,1$, можно разбить на два класса:

$\{\alpha_l^+\}$ — представимые через какую-либо одну эталонную форму $\alpha_l' \in \{\alpha_l\}$;

$\{\alpha_l^-\}$ — представимые через набор эталонных форм $\alpha_l' \in \{\alpha_l\}$. Сейчас неважно, каков конкретный вид $\{\alpha_l\}$, как выбраны $\varkappa_l$, ε_l, ϑ_l и какова именно $\Pi_{\alpha_l^*}$. Эта конкретизация возможна, видимо, только с учетом конкретного выбора ${}^1R_l^{\Phi}$, конкретного списка свойств $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_k$, конкретных масштабов S_{φ_1}, S_{φ_2}, S_{φ_k}, а также с учетом минимальных по размеру тел в ${}^1R_l^{\Phi}$, которые условились принимать в расчет. Сейчас важно установить общие для всех ${}_i^1R_l^{\Phi}$ необходимые и достаточные требования,

[12]) Если выпуклая оболочка α_l' «изометрична», то α_l' можно условиться приписывать какое-либо фиксированное направление.

которые должны быть наложены на процедуры представления форм тел в ${}^1_iR_l^\Phi$.

4. Пусть C — геологическое тело в ${}^1R_l^\Phi$, $l = 3, 2, 1$, а $\alpha(C)$ — форма C.

Геологическое тело C в ${}^1R_l^\Phi$ будет называться простым по форме, если $\alpha(C) \in \{\alpha_l^+\}$, если же $\alpha(C) \in \{\alpha_l^-\}$, то оно будет называться сложным по форме.

Геологическое тело C в ${}^1R_l^\Phi$ будет называться простым по содержанию, если внутри C на основе списка свойств φ_1, $\varphi_2, \ldots, \varphi_k$ нельзя провести никаких границ ${}^1\Gamma_{l-m}^\Phi\{\varphi_i^{(k)}\}$, $m = 1, 2, 3$, $l - m \geqslant 0$, $k = 0{,}1$. Если же внутри C можно провести хотя бы одну такую границу, оно будет называться сложным по содержанию.

Геологическое тело C в ${}^1R_l^\Phi$ будет называться монолитным, если внутри него не имеется никаких границ ${}^1\Gamma_{l-m}^\Phi\{d\}$, если же внутри него имеется хотя бы одна такая граница, то оно будет называться нарушенным.

5. Систематизируем предыдущее, установим символику, дадим формальные пояснения, попытаемся содержательно оправдать построения и приведем некоторые иллюстративные примеры.

В ${}^1R_l^\Phi$, $l = 3, 2, 1$, геологические тела можно разбить на 11 типов в соответствии с подтипом их границ $\varkappa_{l-1}^i$, (см. табл. 3.3.1). Каждый из этих типов, в свою очередь, можно разбить на 12 подтипов (табл. 3.4.1). В табл. 3.4.1 в целях, которые будут ясны из дальнейшего, простые по содержанию тела названы элементарными и, кроме того, из сложных по содержанию тел выделены тела, которые могут быть сделаны элементарными, если исключить из рассмотрения некоторые из свойств φ_j, они названы сложными, и тела, которые не могут быть сделаны элементарными путем исключения из рассмотрения некоторых свойств φ_j, они названы сугубо сложными (см. § 3, п. 3).

Таким образом, получаем в ${}^1R_l^\Phi$ $11 \times 12 = 132$ подтипа геологических тел.

Геологические тела в ${}^1R_l^\Phi$ с произвольными границами будем изображать с помощью символов $C(i, k)$, с условными — $B(i, k)$, а прочие — $A(i, k)$.

В $A(i, k)$ значок i может принимать значения 1, 2, 3, 4, 9, 10, 11 (см. табл. 3.3.1), в $B(i, k)$ этот значок может принимать значения 5, 6, в $C(i, k)$ он же может принимать значения 7, 8. Значок же k может принимать значения 1, 2,..., 12 (см. табл. 3.4.1).

Таблица 3.4.1

Классификация подтипов геологических тел в ${}^1R_l^\Phi$, $l = 3, 2, 1$

Простые по содержанию				Сложные по содержанию							
Элементарные				Сложные				Сугубо сложные			
Простые по форме		Сложные по форме		Простые по форме		Сложные по форме		Простые по форме		Сложные по форме	
Монолитные	Нарушенные	Монолитные	Нарушенные	Монолитные	Нарушенные	Монолитные	Нарушенные	Монолитные	Нарушенные	Монолитные	Нарушенные
m_1	m_2	m_3	m_4	m_5	m_6	m_7	m_8	m_9	m_{10}	m_{11}	m_{12}

На рис. 3.4.1 приведены различные $A\ (i,\ k)$, исключая нарушенные [13]. Предполагается, что в качестве эталонных форм в ${}^1R_2^\Phi$ на рис. 3.4.1 выбрано множество треугольников, а в качестве процедуры $\Pi^*_{\alpha_2}$ выбрана процедура сшивания треугольников по любой целой стороне, $x_2 = 0$, $\varepsilon_2 = 0$, $\vartheta_2 = 0$. Обозначения границ даны в соответствии с рис. 3.3.2.

Обсуждение процедуры описания форм геологических тел было затронуто потому, что эта характеристика тел наиболее часто употребляется в геологии, и в применении этой характеристики, с формальных позиций, допускается произвол [135]. По-видимому, лучшей работой, связанной с классификацией геологических тел по форме, до сих пор является статья [127]. Никаких формальных усовершенствований в литологии, петрографии, структурной геологии и стратиграфии по сравнению с работой [127] обнаружить не удалось. Опыт статьи [127] можно пытаться формально обобщить, по-видимому, так. Рассматриваются элементарные геометрические формы, например шары, конусы, эллипсоиды, цилиндры (круги, треугольники, эллипсы, четырехугольники; отрезки окружности, отрезки эллипсов,

[13] Для того, чтобы получить нарушенные $A\ (i,\ k)$, достаточно внутри приведенных тел построить ${}^1\Gamma_l^\Phi\{d\}$, $l = 1{,}0$.

прямые). Используются понятия пустого и непустого пересечения элементарных геометрических форм [25] и предполагается, что за счет этой процедуры можно представлять любые формы геологических тел.

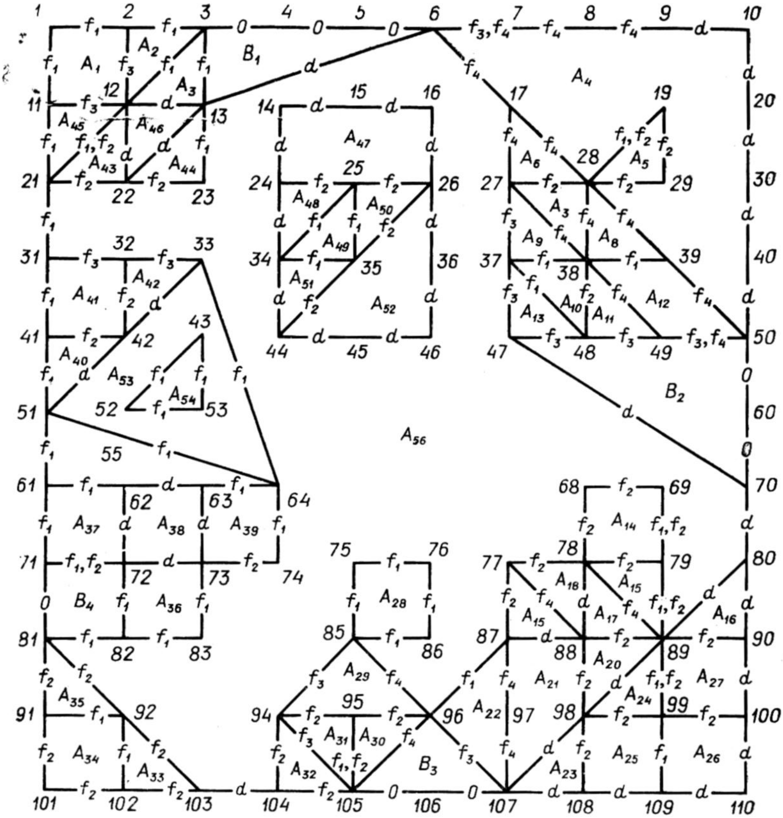

Рис. 3.4.1.

Отметим, что иногда в структурной геологии [1] в качестве эталонных геометрических форм используются «жилы», «слои», «складки», «массивы» (без каких-либо формальных уточнений), а в качестве процедуры представления других форм используют либо соображения о «деформации» эталонных форм, либо процедуры построения границ ${}^{1}\gamma_{l-1}^{\Phi}$ (Г, Π_n) с целью разбиения произвольной формы на эталонные (например, на складки), причем эти процедуры оказываются лишенными однозначного смысла [20, 52].

В рудной геологии [91, 99] в качестве эталонных форм используют эллипсоиды (эллипсы), а в качестве процедуры представления других форм используют процедуры построения выпуклых оболочек [25].

Представляется, что эталонный подход, который сейчас используется в геологии, является неудачным не только потому, что он реализуется субъективно, но и потому, что:

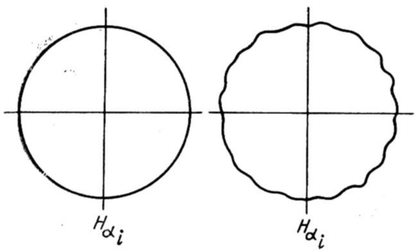

Рис. 3.4.2.

во-первых, он не учитывает наши экспериментальные возможности (оконтуривание геологических тел проводится в дискретной сети, как правило, очень редкой);

во-вторых, его формальная реализация оказывается очень затруднительной и громоздкой, неудобной для использования ЭВМ;

в-третьих, он оказывается излишне подробным, так как предполагает учет дифференциальных свойств границ, в то время как из многих содержательных геологических соображений такой учет не нужен. Например, с точки зрения вероятности обнаружения одной и той же разведочной сетью фигуры на рис. 3.4.2 не различаются между собой, хотя резко различаются дифференциальными свойствами границ.

Использование же выпуклых оболочек оказывается, по-видимому, слишком грубым. Отождествляются такие формы, которые оказываются совершенно различными из многих содержательных геологических соображений, например с точки зрения вероятности обнаружения одной и той же разведочной сетью.

В связи со сказанным вопрос об описании форм геологических тел представляется весьма важным и первоочередным. При этом требования, о которых говорилось в п. 3, следует признать только необходимыми, но еще недостаточными. По-видимому, надо искать новый подход, опирающийся на интегральную геометрию [92].

Классификация подтипов геологических тел была проведена на основе способов их выделения (табл. 3.3.1) и способов их описания (табл. 3.4.1). Ясно, что различные классы 1, 2, ..., 12 (табл. 3.4.1) требуют различного подхода в описании. Достаточно сравнить, например, классы 1 и 12. Важно подчеркнуть принципиальную относительность понятий сложного и простого по форме и содержанию геологического тела. Эти понятия теряют смысл, если не оговорены эталонные формы и не оговорен список свойств.

Рассмотрим «песчано-глинистую линзу», выделим у нее «кровлю» и «подошву». Если «кровля» и «подошва» представляют собой литолого-сейсмические границы, то эта «линза» — $A\ (1, k)$, если «кровля» представляет собой литологическую границу, а «подошва» — литолого-сейсмическую границу, то эта «линза» — $A\ (2, k)$, если «кровля» представляет собой литологическую границу, а «подошва» — сейсмическую, то эта «линза» — $A\ (3, k)$, если эта «линза» разбита «сбросом» от «кровли» до «подошвы», то каждая ее часть будет представлять собой, в трех вышеупомянутых случаях, $A\ (9, k)$, $A\ (10, k)$, $A\ (11, k)$. Примерами $A\ (4, k)$ могут служить «отдельности» и «полностью ограниченные разломами блоки». Примерами $B\ (5, k)$ могут служить «рудная залежь», «температурная зона», примерами $B\ (6, k)$ — «антиклинали», «синклинали», «моноклинали», «террасы». Примером $A\ (i, k)$, $k = 9,\ 10,\ 11,\ 12$, может служить «флишевый ритм».

§ 5. Элементаризация и разбиение геологического пространства

1. Пусть задано ${}^1R_l^{\Phi}$, $l = 3, 2, 1$. Используя список свойств $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_k$, можно провести в ${}^1R_l^{\Phi}$ различные геологические границы, с помощью которых ${}^1R_l^{\Phi}$ как-то разобьется на геологические тела. Рассмотрим некоторые частные случаи такого разбиения, имеющие важный геологический смысл.

2. Имеет место лемма об элементаризации:

Всякое заданное ${}^1R_l^{\Phi}$, $l = 3, 2, 1$, посредством проведения геологических границ ${}^1\Gamma_{l-m}^{\Phi}$, $m = 1, 2, 3$, $l - m \geqslant 0$, связанных со списком $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_k$, может быть однозначно представлено в виде совокупности q целиком принадлежащих ${}^1R_l^{\Phi}$ элементарных геологических тел $\{\bar{A}\}$, $q \geqslant 0$.

Доказательство. Проведем в ${}^1R_l^{\Phi}$ различные геологические границы ${}^1\Gamma_{l-m}^{\Phi}$ и совокупность этих границ обозначим через $\{{}^1\Gamma_{l-m}^{\Phi}\}$. Возьмем некоторую точку $M_1 \in {}^1R_l^{\Phi} \setminus \{{}^1\Gamma_{l-m}^{\Phi}\}$[14].

[14] Эта запись означает, что M_1 принадлежит ${}^1R_l^{\Phi}$, но не принадлежит ни одной границе ${}^1\Gamma_{l-m}^{\Phi}$.

Очевидно, что M_1 может принадлежать одному и только одному элементарному телу $\overline{D}$, $\overline{D} = \overline{A}$, $\overline{B}$, $\overline{C}$ (§ 4, п. 5), которое целиком принадлежит ${}^1R_l^{\Phi}$. Выделим это первое $\overline{D}$ (1). Возьмем некоторую другую точку $M_2 \in {}^1R_l^{\Phi} \setminus \{{}^1\Gamma_{l-m}^{\Phi}\}$, D (1) и выделим второе $\overline{D}$ (2), которое целиком принадлежит ${}^1R_l^{\Phi}$. Путем повторения такой процедуры получим конечную совокупность $\{\overline{D}\}$, которую можно представить в виде $\{\overline{D}\} = \{\overline{A}\} \cup \{\overline{B}\} \cup \{\overline{C}\}$. Выбросим из рассмотрения $\{\overline{B}\}$ и $\{\overline{C}\}$, которые могут появиться за счет задания ${}^1R_l^{\Phi}$, и получим представление ${}^1R_l^{\Phi}$ как совокупности $\{\overline{A}\}$. Из самой процедуры вытекает, что $\{\overline{A}\}$ зависит только от процедур проведения ${}^1\Gamma_{l-m}^{\Phi}$ и задания ${}^1R_l^{\Phi}$, но не зависит от произвола в выборе $M_1, M_2, \ldots, M_N$. В силу однозначности проведения ${}^1\Gamma_{l-m}^{\Phi}$ (§ 3, п. 3) лемму можно считать доказанной.

Эту процедуру представления ${}^1R_l^{\Phi}$ в виде $\{\overline{A}\}$ будем называть элементаризацией ${}^1R_l^{\Phi}$.

Рассмотрим $\overline{A}_i \in \{\overline{A}\}$. Предположим, что всякому $\overline{A}_i \in \{\overline{A}\}$ можно приписать параметр $\lambda(\overline{A}_i)$, характеризующий «размер» $\overline{A}_i$. Пусть λ_m^l — некоторая константа. Если из $\{\overline{A}\}$ выбросить все $\overline{A}_i$, для которых $\lambda(\overline{A}_i) < \lambda_m^l$, то получим $\{\overline{A}\}_{\lambda_m^l}$. Процедуру представления ${}^1R_l^{\Phi}$ в виде $\{\overline{A}\}_{\lambda_m^l}$ будем называть элементаризацией ${}^1R_l^{\Phi}$ вплоть до λ_m^l [15]. В частном случае $\{\overline{A}\}_{\lambda_m^l}$ может оказаться и пустой.

На рис. 3.4.1 проиллюстрирована элементаризация ${}^1R_2^{\Phi}$ с учетом списка свойств f_1, f_2, f_3, f_4 и наличия границ ${}^1\Gamma_{2-m}^{\Phi}$, $m = 1, 2$. Как видно из рис. 3.4.1, в данном случае имеется 56 тел $\overline{A}$.

3. Пусть в ${}^1R_l^{\Phi}$, $l = 3, 2, 1$, задана некоторая граница $\varkappa_{l-m}^i$, $m = 1, 2, 3$, $l - m \geqslant 0$, $i = 1, 2, \ldots, 11$ (табл. 3.3.1). Как уже отмечалось (§ 3, п. 2), всякая $\varkappa_{l-m}^i$ может быть рассмотрена как ${}^1R_{l-m}^{\Phi}$. Следовательно, на основе предыдущей леммы всякую $\varkappa_{l-m}^i$ можно элементаризовать, представить в виде совокупности $\{\overline{A}\}$. Если в ${}^1R_l^{\Phi}$ проведена элементаризация как самого ${}^1R_l^{\Phi}$, так и всех границ $\varkappa_{l-m}^i$ в нем, будем говорить, что в ${}^1R_l^{\Phi}$ проведена полная элементаризация. Ясно, что можно

[15] При этом, например, при графическом изображении элементаризованного ${}^1R_l^{\Phi}$, возникает проблема «зашивания дыр», отвечающих выброшенным $\overline{A}$.

говорить и о полной элементаризации ${}^1R_l^\Phi$ вплоть до λ_m^l, $l = 3, 2, 1$.

4. Из содержательных соображений может оказаться полезным разбиение данного ${}^1R_l^\Phi$, $l = 3, 2, 1$, на неэлементарные геологические тела $\tilde{A}$. Легко видеть, что такое разбиение можно провести, вообще говоря, различными способами.

В содержательных целях наибольший интерес представляет такое разбиение ${}^1R_l^\Phi$, при котором каждое полученное $\tilde{A}$ могло бы быть сделано элементарным, если из списка свойств φ_1, $\varphi_2, \ldots, \varphi_k$ исключить некоторые φ_i, иначе говоря, разбиение ${}^1R_l^\Phi$ на сложные тела $\hat{A}$. Частным случаем такого разбиения ${}^1R_l^\Phi$ является разбиение, предопределенное элементаризацией, которое введем так.

Рассмотрим ${}^1R_l^\Phi$ вначале только с учетом списка свойств $\varphi_{i_1}, \varphi_{i_2}, \ldots, \varphi_{i_j}$. Проведем его элементаризацию по этому списку вплоть до $\lambda_m^l\,(i_1, i_2, \ldots, i_j)$. Закрепив полученное представление ${}^1R_l^\Phi$ в виде $\{\bar{A}'\}$, каждое $\bar{A}'_q \in \{\bar{A}'\}_{\lambda_m^l}$, которое тоже является ${}^1R_l^\Phi$ (§ 4, п. 2), элементаризуем по списку свойств $\varphi_{i^q_{j+1}}, \varphi_{i^q_{j+2}}, \ldots$ $\ldots, \varphi_{i^q_{k(q)}}$ вплоть до $\lambda_m^l\,(i^q_{j+1}, i^q_{j+2}, \ldots, i^q_{k(q)}) \leqslant \lambda_m^l\,(i_1, i_2, \ldots, i_j)$. За счет этого получим представление $\overline{A'_q}$ в виде $\{\overline{A}_q\}_{\lambda_m^l}$. Это позволяет представить ${}^1R_l^\Phi$ в виде $\{A_q\}_{\lambda_m^l}$. Такое представление ${}^1R_l^\Phi$ назовем разбиением ${}^1R_l^\Phi$, предопределенным элементаризацией по списку $\varphi_{i_1}, \varphi_{i_2}, \ldots, \varphi_{i_j}$. В случае, если для всех q выбирается один и тот же список $\varphi_{i_{j+1}}, \varphi_{i_{j+2}}, \ldots, \varphi_{i_p}$, будем говорить об однородном разбиении, предопределенном элементаризацией по списку $\varphi_{i_1}, \varphi_{i_2}, \ldots, \varphi_{i_j}$. По определению, такое разбиение ${}^1R_l^\Phi$ будет считаться определенным, если:

(a) указан список $\varphi_{i_1}, \varphi_{i_2}, \ldots, \varphi_{i_j}$ и $\lambda_m^l\,(i_1, i_2, \ldots, i_j)$.

(b) для каждого $\overline{A}'_q$ указан список $\varphi_{i^q_{j+1}}, \varphi_{i^q_{j+2}}, \ldots, \varphi_{i^q_{k(q)}}$ и $\lambda_m^l\,(i^q_{j+1}, i^q_{j+2}, \ldots, i^q_{k(q)})$.

5. Можно убедиться, что процедуры элементаризации и разбиения ${}^1R_l^\Phi$, $l = 3, 2, 1$, являются основными способами исследования ${}^1R_l^\Phi$, которые используются сейчас в геологии. Наиболее четко это видно из работы [31]. Можно доказать, что элементаризации и разбиения (в различных модификациях)

осуществляются при построении геологических карт, схем, разрезов, колонок. При этом, как правило, эти процедуры формально не определяются, что, естественно, затрудняет их анализ и оценку содержательной ценности геологических карт, схем, разрезов, колонок. Есть основание полагать, что формальное обоснование и развитие используемых сейчас процедур элементаризации и разбиения геологических пространств является одной из основных теоретических проблем геологии, которая может привести к ряду интересных геологических и математических задач.

§ 6. Об описании элементарных геологических тел

1. Как отмечалось, основным геологическим способом исследования ${}^1R_l^{\Phi}$, $l = 3, 2, 1$, является представление ${}^1R_l^{\Phi}$ в виде совокупности геологических тел D, $D = A, B, C$ (§ 5, п. 5). После выделения геологических тел D необходимо описать их с тем, чтобы иметь возможность сопоставить их между собой и перейти к содержательным выводам относительно ${}^1R_l^{\Phi}$ на основе описания ${}^1R_l^{\Phi}$ в целом и его сопоставления с другими ${}^1R_l^{\Phi}$. Прежде чем обратиться к описанию геологических тел, необходимо, хотя бы грубо, представить себе, какие требования разумно предъявлять к такому описанию. Для выяснения этих требований необходимо сделать краткие замечания по методологическому вопросу, который намеренно был опущен в главе I в связи с ее узким назначением.

2. Выше отмечалось, что процедуры выделения геологических тел D в ${}^1R_l^{\Phi}$ формально не разработаны. Аналогичным образом обстоит дело и с процедурами описания D. Всякое описание геологического тела, в том числе традиционное, является, вообще говоря, «формальным»: оно реализуется по некоторым «правилам» через различные «формализмы». Это видно, положим, из работы [102]. Такое описание может быть правильным в том смысле, что оно опирается на формальные понятия и определения и ведется по формальным правилам с учетом реальных экспериментальных и вычислительных возможностей, и оно может быть неправильным в том смысле, что оно опирается на неформализованные понятия и определения и ведется по неформализованным правилам без учета реальных экспериментальных и вычислительных возможностей. Всякое описание геологического тела обязано быть целевым, предназначенным для определенных надобностей. Может оказаться, что пра-

вильное в нашем смысле описание не позволяет достичь определенной цели. Но не может случиться, чтобы неправильное описание позволяло бы достичь, в строгом смысле, хоть какой-либо цели. Однако может быть, что неправильное описание облегчает каким-то образом достижение определенной цели. Должны ли мы заботиться только о достижении целей, полагая, что цели оправдывают средства, или же должны заботиться и о целях, и о средствах их достижения? Ясно, что всегда следует иметь в виду и то, и другое. В этом суть научного подхода. По этой причине формально неправильное описание необходимо считать вообще неправильным, ненаучным. Действительно, если поступить иначе, то тем самым необходимо будет допустить насилие интуиции над разумом. Под научной интуицией следует понимать не то, что толкает нас на неправильные пути для достижения нужных целей, а то, что помогает отыскать правильные пути для достижения этих целей. Неправильные пути — это то, к чему мы вынуждены прибегать за неимением лучшего.

Среди прочих целей, которые преследуются описаниями геологических тел, всегда присутствуют две: объяснение наблюдаемых фактов и построение теории. Сейчас принято считать, что объяснение любого геологического факта является удовлетворительным только тогда, когда оно является «генетическим». Это слишком сильное утверждение для того, чтобы оно было правильным (глава IV, § 2). Теории обязаны базироваться на фактах. Чем больше фактов учитывает теория, тем лучше, но чем больше фактов учитывает теория, тем она сложнее. Сложные теории разумно строить только тогда, когда построены более простые теории. Для построения той или иной теории необходимо столько фактов, сколько она требует: не меньше и не больше [16].

3. Если принять к сведению то, о чем речь шла в п. 2, то естественно предъявить к описанию геологических тел (и вообще геологических объектов исследования) следующие требования:

во-первых, оно должно быть правильным;

во-вторых, оно должно отвечать определенной цели;

[16] Анализ вопросов, связанных с построением классификаций залежей нефти и газа, показал, что сейчас в геологии нефти и газа слишком много фактов (притом сомнительных) для того, чтобы строить такую удовлетворительную классификацию. Из-за несвоевременной постановки такой задачи возникла проблема исключения на первом этапе некоторых фактов. Широко распространенное мнение, что сейчас в геологии «не хватает фактов для построения теорий», является, по-видимому, необоснованным.

в-третьих, оно должно по возможности учитывать имеющийся опыт геологического описания.

Сформулированные требования предполагают, что при фиксированных целях описание не должно содержать ничего формально лишнего, в нем не должны учитываться лишние экспериментальные факты, оно должно быть приспособленным к тем средствам обработки данных, которые сейчас реально имеются и являются наиболее эффективными.

Легко видеть, что указанные требования нуждаются в уточнении, однако этим уточнением можно заняться лишь впоследствии (§ 9, п. 4).

Договоримся пока говорить об описании геологических тел только вплоть до их границ, исключая пока из рассмотрения эти границы в «вещественном смысле».

4. Пусть в ${}^1R_l^\Phi$, $l = 3, 2, 1$, выделено некоторое элементарное геологическое тело $\overline{D}$, $\overline{D} = \overline{A}, \overline{B}, \overline{C}$. Будем подходить к его описанию с двух точек зрения, «геометрической» и «вещественной» (§ 1). С первой точки зрения $\overline{D}$ можно приписать (§ 4, п. 3):

(1) форму $\alpha(\overline{D})$,

(2) с точностью до $\varkappa$ размер $\lambda(\overline{D})$,

(3) с точностью до $\vec{\varepsilon}$ координаты центра масс $\vec{r}_c(\overline{D})$, например, в геоцентрической системе координат, которые вычисляются в предположении однородности $\overline{D}$,

(4) с точностью до ϑ ориентацию $\vec{e}(\overline{D})$.

Будем пока считать, что $\alpha(\overline{D})$ может быть задана эталонным (§ 4, 3) или матричным способом[17]: набросив определенным образом на $\overline{D}$ некоторую правильную сеть, можно отметить те узлы сети $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \ldots, \vec{r}_{h'}$, которые попадают на границу $\overline{D}$, и построить матрицу

$$\{a_{ik}\}$$

$$a_{ik} = \frac{|\overrightarrow{\Delta r}_{ik}|}{|\overrightarrow{\Delta r}|}, \quad \overrightarrow{\Delta r}_{ik} = \vec{r}_i - \vec{r}_k, \quad \overrightarrow{\Delta r} = \max \overrightarrow{\Delta r}_{ik}, \qquad (3.6.1)$$

$$i, k = 1, 2, \ldots, n',$$

которую будем считать приведенной к каноническому виду так, что (3.6.1) не зависит от нумерации точек (§ 10, п. 6). Значение $\lambda(\overline{D})$ может быть задано в любых абсолютных [20, 51] или относительных единицах, например по отношению к $\lambda({}^1R_l^\Phi)$.

[17]) Этот способ, как можно ожидать, будет лучше удовлетворять тем соображениям, которые приводились в § 4, п. 5.

Значения $\vec{r}_c(\overline{D})$, как тройка чисел, отвечающих координатам центра масс тела, и $\vec{e}\ (\overline{D})$, как тройка чисел, характеризующих ориентацию $\overline{D}$, могут быть заданы в любых линейных и угловых единицах.

Если считать, что мы имеем дело с некоторой сетью внутри D, узлы которой $M_1, M_2, \ldots, M_p$, то со второй точки зрения, по вещественному составу, наиболее полное описание $\overline{D}$ будет даваться матрицей

$$\begin{array}{l} \varphi_1(M_1, T_0),\ \varphi_2(M_1, T_0),\ \ldots,\ \varphi_k(M_1, T_0) \\ \varphi_1(M_2, T_0),\ \varphi_2(M_2, T_0),\ \ldots,\ \varphi_k(M_2, T_0) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \varphi_1(M_n, T_0),\ \varphi_2(M_n, T_0),\ \ldots,\ \varphi_k(M_n, T_0) \end{array} \tag{3.6.2}$$

Менее полное описание $\overline{D}$ по вещественному составу можно получить в виде двух статистических вектров-рядов [2, 79, 113]:

$$\begin{array}{l} \nu_1' \vec{\varphi}^{(1)},\ \nu_2' \vec{\varphi}^{(2)},\ \ldots,\ \nu_n' \vec{\varphi}^{(n)}, \\ \\ \nu_1'' \vec{\delta}^{(1)},\ \nu_2'' \vec{\delta}^{(2)},\ \ldots,\ \nu_m'' \vec{\delta}^{(m)}. \end{array} \tag{3.6.3}$$

В (3.6.3) через $\vec{\varphi}^{(q)}$ обозначено q-ое значение вектора $\vec{\varphi}_r$, который определяется формулой

$$\vec{\varphi}_r = \{\varphi_1(M_r, T_0),\ \varphi_2(M_r, T_0),\ \ldots,\ \varphi_k(M_r, T_0)\},$$
$$r = 1, 2, \ldots, p.$$

Через ν_q' обозначена эмпирическая частота встречаемости q - го значения вектора $\vec{\varphi}_r$; через $\vec{\delta}^{(q)}$ обозначено q-ое значение вектора

$$\delta(s, t) = \frac{\vec{\varphi}_s - \vec{\varphi}_t}{L(s, t)}, \quad s \neq t,$$

где $L(s, t)$ — расстояние между узлами сети M_s и M_t; через ν_q'' обозначена эмпирическая частота встречаемости q - го значения последнего вектора [18].

[18]) Естественно, что вместо двух статистических рядов (3.6.3) можно было бы ввести три ряда, если дополнительно использовать разностные аналоги второй производной, четыре ряда, если дополнительно использовать разностные аналоги третьей производной и т. д. Такой подход к описанию (3.6.2) является естественным обобщением описания (3.6.4) с целью приспособить для геологии идеи, изложенные в работе [93].

Если $k = 1$, то (3.6.3) будет давать обычный статистический ряд для φ_1 и статистический ряд перепадов значений φ_1 на единичном интервале (глава IV, § 4, п. 3).

Еще менее полное описание вещественного состава $\overline{D}$ можно получить, если задать только один первый статистический вектор-ряд (3.6.3)

$$\nu_1' \overrightarrow{\overline{\varphi}}^{(1)},\ \nu_2' \overline{\varphi}^{(2)},\ \ldots,\ \nu_n' \overline{\varphi}^{(p)}. \qquad (3.6.4)$$

Наконец, можно ограничиться при описании вещественного состава $\overline{D}$ заданием одного среднего вектора

$$\vec{\varphi}_c = (\vec{\overline{\varphi}}_1,\ \vec{\overline{\varphi}}_2,\ \ldots,\ \vec{\overline{\varphi}}_k), \qquad (3.6.5)$$

где

$$\overline{\varphi}_r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \varphi_r (M_i,\ T_0),$$
$$r = 1, 2, \ldots,\ k.$$

При $k = 1$ (3.6.5) дает обычное среднее значение $\overline{\varphi}_1$.

По-видимому, (3.6.2)—(3.6.5) исчерпывают сейчас все возможные способы описания $\overline{D}$ с вещественной точки зрения, если иметь в виду конечную сеть внутри D и учесть, что с точки зрения различных подсписков свойств φ_{j_1}, φ_{j_2}, ..., φ_{j_l} можно использовать различные способы описания. Например, для φ_1, $\varphi_2, \ldots, \varphi_l$ можно использовать (3.6.2), для φ_{l+1}, $\varphi_{l+2}, \ldots, \varphi_m$ — (3.6.3), для φ_{m+1}, $\varphi_{m+2}, \ldots, \varphi_n$ — (3.6.4), а для φ_{n+1}, $\varphi_{n+2}, \ldots$ $\ldots, \varphi_k$ — (3.6.5).

Для дальнейшего удобно обозначать через P ($\overline{D}$) характеристику $\overline{D}$ с вещественной точки зрения, когда нет смысла указывать, какой из способов (3.6.2)—(3.6.5) имеется в виду.

5. Тщательный анализ тех или иных способов описания $\overline{D}$ с точки зрения требований п. 3 требует специального обсуждения, которое можно провести только после рассмотрения описания неэлементарных геологических тел, а также введения цели.

Традиционные способы геологического описания элементарных геологических тел $\overline{D}$, если иметь в виду тела «геологических размеров», применяются, как отмечалось, на базе эталонных форм (§ 4, п. 3). Вместо λ используют, например, высказывания о «порядке размеров», вместо $\vec{r}_c$ указывается, например, «географическое положение» и «глубина залегания», вместо $\vec{e}$ указывается, например, «простирание» [102].

При описании $\overline{D}$ с точки зрения вещественной традиционно применяется (3.6.4) или (3.6.5) [17, 18, 37, 40, 72, 85, 86, 87, 132], т. е. информационно «самые бедные», но самые экономные способы[19]. Способ (3.6.5), описание «в среднем», предполагает примерное постоянство φ_i внутри $\overline{D}$, способ (3.6.4), описание как статистического ансамбля, игнорирует зависимость φ_i от M_s внутри $\overline{D}$. Если разбить $\overline{D}$ на множество «элементов», бросить эти «элементы» в «урну», перемешать и случайным образом выбрать достаточно большое число элементов, то мы придем к ряду (3.6.4). В связи со статистическим описанием тел уместно отметить соображения, изложенные в статье [82].

§ 7. Элементарное описание неэлементарных геологических тел

1. Пусть в ${}^1R_l^{\Phi}$, $l = 3, 2, 1$, выделено сложное геологическое тело $\widetilde{D}$ или сугубо сложное геологическое тело $\hat{D}$, $D = A$, B, C. Используя лемму об элементаризации ${}^1R_l^{\Phi}$ (§ 5, п. 2), можно было бы представить $\widetilde{D}$ или $\hat{D}$ в виде совокупности элементарных тел и описать каждое из элементарных тел в отдельности в соответствии с § 6. Однако, как легко убедиться, такой способ не отвечает требованиям геологической практики: в частности, он не позволяет непосредственно проводить операции сопоставления различных $\widetilde{D}$ и $\hat{D}$. В связи с этим нужно искать другой подход к описанию таких неэлементарных тел.

2. С элементарной геометрической точки зрения $\widetilde{D}$ или $\hat{D}$ можно приписать характеристики $\alpha^э$, $\lambda^э$, $\vec{r}_l^{\,э}$, $\vec{e}^{\,э}$ (§ 6, п. 2).

Поскольку исключением из рассмотрения некоторых свойств, положим, $\varphi_{l+1}, \varphi_{l+2}, \ldots, \varphi_k$, $\widetilde{D}$ может быть сделано элементарным (§ 4, п. 5), ему с элементарной вещественной точки зрения можно дать такое же описание, о котором речь шла в § 6. Положив в формулах (3.6.2)—(3.6.5) $k = l$, можем приписать $\widetilde{D}$ характеристику $P_э(\widetilde{D})$.

Если в этих формулах положить $k = 0$ и считать, что (3.6.2)—(3.6.5) дают константы, равные ∞, то формально можно полагать, что $\hat{D}$ описывается с элементарной вещественной точки зрения характеристикой $P_э(0) = \infty$.

3. Такое элементарное описание $\widetilde{D}$ и $\hat{D}$ является необходимым, но заведомо недостаточным. Требуется его дополнить с учетом геологической практики. Сделаем это за счет введения понятий «структуры», «вещественной ассоциации», «включения».

[19] Встречаются и «слишком богатые» способы описания [14, 18].

4. Заметим, что тщательный анализ геологической литературы и некоторые формальные соображения показывают, что введение «структуры», «вещественной ассоциации» и «включения», если не обращать внимания на «генезис», преследует две эмпирически выработанные геологами цели:

во-первых, введение таких характеристик, которые позволили бы сопоставлять между собой неэлементарные тела как целые;

во-вторых, получение экономной записи для описания неэлементарных тел.

Только с этих позиций и следует подходить к этим понятиям.

§ 8. Структуры, вещественные ассоциации, включения

1. Пусть в ${}^1R_l^{\Phi}$, $l = 3, 2, 1$, выделено некоторое сложное геологическое тело $\widetilde{D}\ (s), D = A, B, C$, такое, что по подсписку свойств $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_l$, $l < k$, оно является элементарным. Рассмотрим $D\ (s)$ только с точки зрения подсписка свойств $\varphi_{l+1}, \varphi_{l+2}, \ldots, \varphi_k$. Используя лемму об элементаризации ${}^1R_l^{\Phi}$ (§ 5, п. 2), можем представить $\widetilde{D}\ (s)$ в виде совокупности $\{\bar{A}\}_{\lambda}^{s'}$.

2. Рассмотрим $\bar{A}\ (g) \in \{\bar{A}\}_{\lambda}^{s'}$ только с точки зрения характеристик $\alpha\ (g)$ и $\lambda\ (g)$ (§ 6, п. 2), инвариантных относительно преобразования движения [123], и обозначим его $H^s\ (g)$. Это позволяет привести в соответствие $\widetilde{D}\ (s)$ совокупность $H^s\ (g)$, $g = 1, 2, \ldots, m_s$.

Всякое $H^s\ (g)$ из этой совокупности будем называть структурным элементом $\widetilde{D}\ (s)$.

Под структурой $\widetilde{D}\ (s)$ условимся понимать упорядоченную в смысле взаимного расположения совокупность $\langle H^s\ (1), H^s\ (2), \ldots$ $\ldots, H^s\ (m_s)\rangle$, которую обозначим через $G\ (s)$. По определению, $G\ (s)$ будет считаться такой характеристикой $\widetilde{D}(s)$, которая не зависит от расположения $\widetilde{D}\ (s)$ в пространстве, т. е. от $\vec{r}_c^{\,s}$ и $\vec{e}^{\,s}$ (§ 5, п. 2), а также не зависит от списка свойств $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_k$, но будет считаться, что $G\ (s)$ имеет смысл как характеристика $\widetilde{D}\ (s)$ только при фиксированном списке свойств $\varphi_1, \varphi_2, \ldots$ $\ldots, \varphi_k$ и фиксированном λ.

Если все $H^s(g) \in G\ (s)$ имеют размеры одного порядка, то $G\ (s)$ будет называться однопорядковой, если же это условие не выполнено, то $G\ (s)$ будет называться разнопорядковой.

Очевидно, что выбором λ можно всегда обеспечить однопорядковость $G(s)$. Будем считать, что λ всегда выбирается так, что $G(s)$ оказывается однопорядковой. Будем также считать, что размеры $H^s(g) \in G(s)$ всегда указываются относительно λ. При таких оговорках $G(s)$ можно считать геометрической характеристикой $\widetilde{D}(s)$, инвариантной относительно преобразования движения и подобия [123]. Таким образом, в данном случае говорить о «порядке структуры» [1, 3] нет смысла. Естественно, что только такой подход к $G(s)$ открывает возможность их классифицировать.

3. Исходя из реальных возможностей формального описания $\widetilde{D}(s)$, введем следующие определения.

В случаях, когда $\widetilde{D}(s)$ таково, что:

$m_s = 0$, будем говорить, что $\widetilde{D}(s)$ имеет нулевую структуру, $G(s) = G^0(s)$;

$1 \leqslant m_s \leqslant 10$, будем говорить, что $D(s)$ имеет элементарную структуру, $G(s) = G^1(s)$;

$10 < m_s \leqslant 100$, будем говорить, что $\widetilde{D}(s)$ имеет тонкую структуру, $G(s) = G^2(s)$;

$m_s > 100$, будем говорить, что $D(s)$ имеет сверхтонкую структуру, $G(s) = G^3(s)$.

4. Рассмотрим теперь $\bar{A}(g) \in \{\bar{A}\}_\lambda^s$ только с точки зрения характеристики $P^s(g)$, которая получается заменой в (3.6.2)—(3.6.5) списка свойств $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_k$ на подсписок $\varphi_{l+1}, \varphi_{l+2}, \ldots$ $\ldots, \varphi_k$ и при учете точек только внутри $\bar{A}(g)$. Это позволяет привести в соответствие $\widetilde{D}(s)$ совокупность характеристик $P^s(g)$, $g = 1, 2, \ldots, m_s$. Всякая $P^s(g)$ из этой совокупности будет называться вещественным элементом $\widetilde{D}(s)$.

Под вещественной ассоциацией $\widetilde{D}(s)$ будем пока понимать совокупность $m_s + 1$ характеристик: $P^s(g)$, $g = 1, 2, \ldots, m_s$, и $P^s_э$ — характеристики, получаемой заменой в (3.6.2)—(3.6.5) списка свойств $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_k$ на $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_l$ при учете всех точек внутри $\widetilde{D}(s)$. Условимся обозначать вещественную ассоциацию $\widetilde{D}(s)$ через $F(s)$. По определению, $F(s)$ не зависит от геометрических характеристик $\widetilde{D}(s)$: $\lambda^s, \alpha^s, \vec{r}_c^{\,s}, \vec{e}^{\,s}$ (§ 7, п. 1) и $G(s)$, но имеет смысл только при фиксированной $G(s)$.

5. Будем говорить, что $\widetilde{D}(s)$ имеет:

нулевую вещественную ассоциацию, $F(s) = F^0(s)$, если ему можно приписать $G^0(s)$,

элементарную вещественную ассоциацию, $F(s) = F^1(s)$, если ему можно приписать $G^1(s)$, тонкую вещественную ассоциацию, $F(s) = F^2(s)$, если ему можно приписать $G^2(s)$,

сверхтонкую вещественную ассоциацию, $F(s) = F^3(s)$, если ему можно приписать $G^3(s)$.

6. Формально совершенно аналогичным образом можно приписать структурную и вещественную ассоциации и любому сугубо сложному геологическому телу $\hat{D}(s)$. В этом случае будем говорить о несобственных структурах и вещественных ассоциациях: $\hat{G}(s)$, $\hat{F}(s)$.

7. Пусть для $D(s)$ известны $G(s)$ и $F(s)$.

Любые геологические тела, которые можно выделить внутри $D(s)$ на основе некоторых однозначных процедур и списка свойств $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_k$ и которые по размерам λ' оказываются меньше λ, будут называться геологическими телами включения $D(s)$ или включениями $D(s)$.

Обозначать их будем через $d_s(i)$, где i играет роль значка класса. По определению, будет считаться, что классифицировать d_s можно только с точки зрения характеристики $\alpha_s d_s$ (§ 6, п. 2) и характеристики $P(d_s)$ с учетом различных способов ее представления (3.6.2)—(3.6.5).

Будем считать, что для тех $a_s(i)$, которые расположены в окрестности точки $M \in D(s)$, получено элементарное описание (§ 7). Построим область ε_M размера λ с центром в точке M[20] и найдем непустое пересечение [25] ε_M с упомянутыми $a_s(i)$. Пусть размер этого пересечения $\rho_i(M)$. Условимся называть $\rho_i(M)$ единичной плотностью включения $d_s(i)$ в точке M. По определению, будет считаться, что $\rho_i(M)$ имеет смысл только внутри $D(s)$ с известными $G(s)$ и $F(s)$. Из определения $\rho_i(M)$ следует, что она всюду непрерывна внутри $D(s)$, откуда, в свою очередь, вытекает, что с точки зрения $\rho_i(M)$ $D(s)$ может быть описано с помощью (3.6.2)—(3.6.5) при условии замены списка $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_k$ на ρ_i.

8. В связи с отмеченным в § 1 затруднительно геологически однозначно истолковать предыдущее. Отметим следующее. Как это видно из фактически используемого геологического описания элементарных тел, изложенное в § 6 только формально закрепляет и обобщает уже сложившиеся способы геологического описания. Все же дальнейшее связано, по существу, с тем, чтобы последовательно реализовать идеи § 6 на случай неэлементарных геологических тел с учетом требований § 6, п. 1 и отдельных приемов традиционного геологического подхода

[20] Например, при $l = 3$—сферу объема λ^3, при $l = 2$ — круг площадью λ^2, при $l = 1$ — отрезок длиной λ'.

к описанию неэлементарных тел [1, 3, 13, 22, 31, 66, 71, 90, 91, 99, 100, 102, 104, 127].

Если под $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_k$ понимать «литолого-петрографические» свойства и рассматривать только такие тела, размеры которых разумно ограничены сверху и снизу, ухитриться ввести в $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_k$ «генезис» (что, вообще говоря, объективно не представляется возможным), то тогда $F^0(s)$ будет давать то, что сейчас понимают под «образцом породы», и, видимо, $H^s(g)$ можно будет толковать как «структурные формы», $P^s(g)$ — как «породы», $G(s)$ — как структуру «формации», а $F(s)$ — как «состав формации». При некотором другом выборе свойств и ограничений сверху и снизу, видимо, $H^s(g)$ можно будет толковать как «форму минерала», $P^s(g)$ — как «состав минерала», $G(s)$ — как «структуру породы», $F(s)$ — как «минералогический состав породы».

§ 9. Об описании произвольной части геологического пространства

1. Для того, чтобы в принципе покончить с процедурами описания геологических пространств ${}^1R_l^\Phi$, геологических тел ${}^1D_l^\Phi$ и геологических границ ${}^1\varkappa_{l-m}^\Phi$, $l = 3, 2, 1$, $m = 1, 2, 3$, $l - m \geqslant 0$, необходимо суммировать изложенное в § 5—8. При таком принципиальном подходе можно пока не рассматривать частные подробности.

2. Из определений, как отмечалось, вытекает, что всякое ${}^1D_l^\Phi$ и всякое ${}^1\varkappa_{l-m}^\Phi$ являются геологическими пространствами: первое мерности l, второе мерности $l - m$.

Из определений также вытекает, что всякое геологическое пространство ${}^1R_l^\Phi$ является геологическим телом и, следовательно, всякая геологическая граница может быть рассмотрена как геологическое тело в пространстве соответствующей мерности.

По этой причине в наших целях достаточно рассмотреть процедуру описания произвольного геологического тела, включая в рассмотрение и его границу и учитывая, что эта граница может быть рассмотрена как геологическое тело. При этом следует двигаться подобным образом до тех пор, пока не дойдем до геологической границы, которая, будучи рассмотрена в пространстве соответствующей мерности как геологическое тело, окажется таким, что его границы не представляют для нас интереса.

3. Из сказанного в п. 2 вытекает, что представление об элементарных, сложных и сугубо сложных геологических телах (§ 4, пп. 4, 5) можно перенести на геологические границы. Это позволяет провести классифицирование границ не только с учетом способов их выделения (§ 3), но и с учетом способов их описания. Таким образом, каждый подтип геологических границ (см. табл. 3.3.1) может быть разбит на 6 классов (см. табл. 3.4.1, без учета геометрии), в результате получим $11 \times 6 = 66$ классов геологических границ, что, в свою очередь, позволяет получить (§ 4, п. 5) $66 \times 12 = 792$ класса геологических тел.

4. Пусть требуется описать ${}^1D_l^{\Phi} \equiv D(s)$, выделенное в ${}^1R_l^{\Phi}$, которое имеет границу ${}^1\varkappa_{l-m}^{\Phi} \equiv \varkappa(s)$, $l = 3, 2, 1$. Будем различать случаи, показанные в табл. 3.9.1.

Таблица 3.9.1

Случаи описания геологических тел

$D(s)$	Элементарное			Сложное			Сугубо сложное		
$\varkappa(s)$	Элементарные	Сложные	Сугубо сложные	Элементарные	Сложные	Сугубо сложные	Элементарные	Сложные	Сугубо сложные
N	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Если предположить, что нас не интересует граница $\varkappa(s)$ в пространстве мерности $l - 1$, то, в соответствии с предыдущим, описание сведется к заданию характеристик, показанных в табл. 3.9.2.

В табл. 3.9.2, в соответствии с § 6, 7 и 8, $\alpha(s)$ — форма $D(s)$, $\lambda(s)$ — размеры $D(s)$, $\vec{r}_c^{\,s}$ — положение центра масс $D(s)$, вычисляемое в предположении однородности $D(s)$, $\vec{e}_s$ — ориентация $D(s)$, $P_э(s)$ — вещественная характеристика $D(s)$, имеющая различные представления (3.6.2)—(3.6.5), $G(s)$ — структура $D(s)$, $F(s)$ — вещественная ассоциация $D(s)$, $\{\rho_i\}_s$ — единичные плотности включений $D(s)$, $P'_э(s)$ — вещественная характеристика $\varkappa(s)$, имеющая различные представления (3.6.2)—(3.6.5), $G'(s)$ — структура $\varkappa(s)$, $F'(s)$ — вещественная ассоциация $\varkappa'_s(s)$, $\{\rho_i\}'_s$ — единичные плотности включений $\varkappa(s)$.

Таблица 3.9.2

Случай по табл. 3.9.1	Характеристики D_s								Характеристики $\varkappa_s$				Общее число характеристик
	α_s	λ_s	$\vec{r}^{\,s}_{c}$	$\vec{e}_s$	$P_э(s)$	$G(s)$	$F(s)$	$\{\rho_i\}_s$	$P_э(s)$	$G'(s)$	$F'(s)$	$\{\rho_i\}'_s$	
1	+	+	+	+	+	−	−	−	+	−	−	−	6
2	+	+	+	+	+	−	−	−	+	+	+	+	9
3	+	+	+	+	+	−	−	−	−	+	+	+	8
4	+	+	+	+	+	+	+	+	+	−	−	−	9
5	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	12
6	+	+	+	+	+	+	+	+	−	+	+	+	11
7	+	+	+	+	−	+	+	+	+	−	−	−	8
8	+	+	+	+	−	+	+	+	+	+	+	+	11
9	+	+	+	+	−	+	+	+	−	+	+	+	10
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	

Можно показать, опираясь, в частности, на лемму об элементаризации (§ 5, п. 2), что предполагаемая процедура описания геологического пространства, геологических тел, геологических границ удовлетворяет первому требованию, по-видимому, она удовлетворяет и третьему требованию (см. § 6, п. 1). О втором требовании нельзя ничего сказать в отсутствии конкретных целей.

5. Здесь не рассматривается важная проблема оценки громоздкости предлагаемой процедуры описания. Такую оценку можно провести только после конкретизации процедуры описания $G(s)$, $F(s)$.

§ 10. К формальной постановке некоторых структурных задач геологии

1. Обратимся к задачам, связанным с конкретизацией процедуры описания $G(s)$. Такая конкретизация необходима не только для того, чтобы иметь возможность оценивать громозд-

кость процедуры описания тел, но и для того, чтобы выработать подход к задачам построения классификации структур, в отсутствии которых $G(s)$ как характеристика $D(s)$ оказывается неметризуемой (глава II, § 1, п. 5) и потому бесполезной, она не позволяет достичь тех целей, для которых она вводилась (§ 7, п. 4).

Как можно убедиться, конкретизация процедуры описания $G(s)$ оказывается связанной с предварительным рассмотрением ряда задач, которые условимся называть структурными задачами геологии. Известно, что геолог оперирует «структурами» довольно свободно [1, 3], и ему может показаться, что никаких формально сложных структурных задач, интересных для его дела, возникнуть не может. Но это, по-видимому, является заблуждением, основанным на такой простоте, которая получена за счет некорректных способов действий.

2. Для тех целей, которые отмечались в п. 1, необходимо прежде всего ввести понятие о структуре G, не как о характеристике, а как о самостоятельном объекте исследования.

Пусть $H^l = \{h^l\}$, $l = 3, 2, 1$ — некоторое множество l-мерных структурных элементов, таких, что каждому $h_k^l \in H^l$ можно приписать форму α_k^l и размер λ_k^l.

Всякую упорядоченную в смысле взаимного расположения совокупность из n l-мерных структурных элементов одного порядка, по размерам которой можно приписать форму $\alpha(H_n^l)$ и размер $\lambda(H_n^l)$, будем называть l-мерной n-элементной геоструктурой $H_n^l = \langle h_1^l, h_2^l, \ldots, h_n^l \rangle$.

Так как в качестве единицы для измерения размеров можно выбрать $\lambda_i^l = \min \lambda_k^l$, то можно считать, что $1 \leqslant \lambda_k^l \leqslant 10$, $k = 1, 2, \ldots, n$.

Под заданием H_n^l будем понимать:

(1) Задание перечня $h_k^l \in H_k^l$

$$(\alpha_1^l, \lambda_1^l), (\alpha_2^l, \lambda_2^l), \ldots, (\alpha_n^l, \lambda_n^l).$$

(2) Задание взаимного расположения h_i^l относительно h_k^l, без учета расположения центров масс и ориентации $h_m^l \in H_n^l$:

$$\begin{array}{r} h_1^l R_{12}^l h_2^l,\ h_1^l R_{13}^l h_3^l, \ldots\ldots, h_1^l R_{1n}^l h_n^l \\ h_2^l R_{23}^l h_3^l,\ h_2^l R_{24}^l h_4^l, \ldots, h_2^l R_{2n}^l h_n^l \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ h_{n-1}^l R_{n-1\,n}^l h_n^l \end{array}$$

где $R_{ik}^{l} \in R^{l} = \{R_1^l,\ R_2^l,\ \ldots,\ R_m^l\}$. Здесь R^l — некоторое множество бинарных отношений, содержащее R_1 — отношение тождества и такое, что если $R_{ik}^{l} \in R^{l}$, то $R_{ki}^{l} \in R^{l}$.

(3) Задание координат центров масс $h_m^l \in H_n^l$ в некоторой фиксированной системе координат

$$x_m,\ y_m,\ z_m,\ m = 1,\ 2,\ \ldots,\ n.$$

(4) Задание ориентации $h_m^l \in H_n^l$ в выбранной системе координат[21])

$$\vec{l}_m = \cos\alpha_m \vec{i} + \cos\beta_m \vec{j} + \cos\gamma_m \vec{k},\ m = 1,\ 2,\ \ldots,\ n.$$

Условимся называть: (1) — перечнем H_n^l, (2) — логической конфигурацией H_n^l, (3) — решеткой H_n^l, (4) — ориентацией H_n^l, обозначая эти характеристики H_n^l соответственно через H_{n1}^l, H_{n2}^l, H_{n3}^l, H_{n4}^l. С целью облегчить себе первоначальные исследования будем предполагать, что H_{ni}^l, $i = 1,\ 2,\ 3,\ 4$, не зависят друг от друга.

3. В содержательных целях H_n^l интересует нас как характеристика, описывающая структуру неэлементарных геологических объектов (части пространства, тел, границ). Легко видеть, что H_n^l не является такой характеристикой, которая в точности отражает то, что мы наблюдаем[22]), но она отражает в формальном виде некоторые, как мы предполагаем, существенные черты той структурной картины, которая наблюдается. Следует подчеркнуть, что было бы бесполезно строить такую H_n^l, которая в точности отражала бы наблюдаемые структурные картины. Если бы даже удалось построить такую H_n^l, то она заведомо была бы в огромном числе случаев столь громоздка, что оперирование ею было бы практически невозможным. Сейчас имеет место следующее: каждой наблюдаемой структурной картине можно однозначно приписать введенную выше H_n^l, но одной и той же H_n^l отвечают, вообще говоря, различные в деталях структурные картины. Такая неполнота описания, даваемая

[21]) Определяется по ориентации выпуклой оболочки $h_m^l \in H_n^l$, если эта оболочка оказывается «изометричной», то ей приписывается направление $\vec{l}_m = \vec{k}$.

[22]) Этого не отражают и рисунки, которые обычно используются в геологии.

H_n^l, не только неизбежна, но и полезна. Пока у нас отсутствуют строгие доказательства того, что H_n^l действительно описывает существенные для геолога черты структурных картин. Однако можно привести некоторые разумные соображения в пользу введения такой H_n^l.

Во-первых, на случай «кристаллов» где у нас уже имеются четкие структурные представления [46, 68, 110, 111], H_n^l сводится к H_{n3}^l, которая вполне отвечает этим представлениям.

Во-вторых, на случай «минералов» [4, 6, 29, 61, 67, 76, 134] H_n^l может быть тоже сведена к H_{n3}^l, которая отвечает сложившимся представлениям, с учетом «неправильных» H_{n3}^l.

В-третьих, на случай «пород», где у нас уже не имеется четких структурных представлений (§ 1, п. 1), H_n^l сводится к H_{ni}^l, $i = 1, 2, 3, 4$, где H_{n1}^l близко тому, что принято понимать под «текстурами пород», а H_{n2}^l (возможно, включая H_{n3}^l и H_{n4}^l) тому, что понимается под «структурами пород» [10, 12, 39, 103, 120].

В-четвертых, сама идея представления $G(s)$ в виде набора некоторых характеристик H_{ni}^l интуитивно вытекает из геологического опыта, например, по «породам» («текстура», «структура»). Она является вполне естественной: некоторая сложная характеристика представляется через набор менее сложных характеристик [23].

4. Сами по себе H_{ni}^l, несмотря на то, что они значительно проще H_n^l, все же достаточно сложны, и выработка способов оперирования с ними требует определенных затрат. Естественно считать, что в различных задачах могут использоваться различные представления H_n^l [24].

5. Обратимся к H_{n1}^l. Относительно описания геологических форм α_k^l уже приводились некоторые соображения (§ 4, п. 4). Ограничимся сейчас постановкой задачи, которая представляется первоочередной в проблеме описания геологических форм α_k^l и, следовательно, структур $G(s)$.

Задано n квадратов со стороной a. Два квадрата могут сшиваться между собой по любой целой стороне.

---

[23] Разумеется, нет пока никаких оснований полагать, что H_n^l нужно разбивать обязательно на четыре и именно такие характеристики.

[24] Опыт геологии показывает, что в некоторых случаях может оказаться излишним учет какой-либо одной или даже двух характеристик H_n^l.

Во-первых, сколько различных и каких именно фигур можно сшить из этих n квадратов? Различными считаются фигуры, которые не могут быть совмещены между собой на основе преобразований вида [123]

$$\begin{aligned} \pm x' &= \frac{x}{ad}\cos\alpha - \frac{y}{ad}\sin\alpha + d_1 a, \\ \pm y' &= \frac{x}{ad}\sin\alpha + \frac{y}{ad}\cos\alpha + d_2 a. \end{aligned} \tag{3.10.1}$$

Во-вторых, после перечисления различных фигур и приведения их площади к 1 требуется объединить эти фигуры в классы так, чтобы внутри классов вероятность обнаружения фигур бесконечной квадратной сетью со стороной 0,01 была заключена в некоторых своих пределах. Вероятность обнаружения фигуры сетью может быть определена, например, так. Бросим один раз случайным образом на фигуру нашу сеть и подсчитаем число узлов сети, попавших в фигуру[25]. Пусть это число равно n_1. Повторим эту процедуру N раз. Получим n_1, n_2, ..., n_N. Пусть N' — число таких n_i, что $n_i > m$. Тогда вероятность обнаружения фигуры сетью будет даваться отношением $p(m) = N'/N$.

Если предположить, что у нас имеется удовлетворительная классификация α_m^l, заданы классы $\{\alpha^l\}_1$, $\{\alpha^l\}_2$, ..., $\{\alpha^l\}_q$, то в некоторых задачах полезной может оказаться характеристика

$$\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_q, \tag{3.10.2}$$

где ν_i показывает, сколько $\alpha_m^l \in \{\alpha^l\}_i$ содержится в H_{n1}^l. Можно использовать для характеризации H_{n1}^l и статистический ряд

$$\nu_1'\lambda_{(1)}^l,\ \nu_2'\lambda_{(2)}^l, \ldots, \nu_p'\lambda_{(p)}^l, \tag{3.10.3}$$

где ν_i' показывает частоту встречи $\alpha_m^l \in H_n^l$, обладающих размерами $\lambda_m^l = \lambda^l{}_{(i)}$.

6. Обратимся к H_{n2}^l. Если учесть, что исходя из R_{ik}^l можно однозначно определить R_{ki}^l, то эту характеристику кратко

[25] Свяжем с нашей сетью систему координат X_c, O_c, Y_c и выберем некоторую фиксированную систему координат X, 0, Y. Тогда каждый исход бросания сети на фигуру может быть описан углом α (X_c, X). Можно считать, что $0 \leqslant \alpha\,(X_c, X) \leqslant \frac{\pi}{2}$ и имеет равновероятное распределение. Можно указать механизм, который реализует такое бросание сети [96].

можно записать в виде матрицы

$$\begin{gathered}(R^l_{ik})\\ i,\ k=1,\ 2,\ \ldots,\ n\\ R^l_{ik}\in R^l,\ R^l_{ii}=R^l_1\end{gathered}\qquad(3.10.4)$$

Задание R^l можно осуществлять различным образом в зависимости от содержательного смысла задач, учитывая, что для

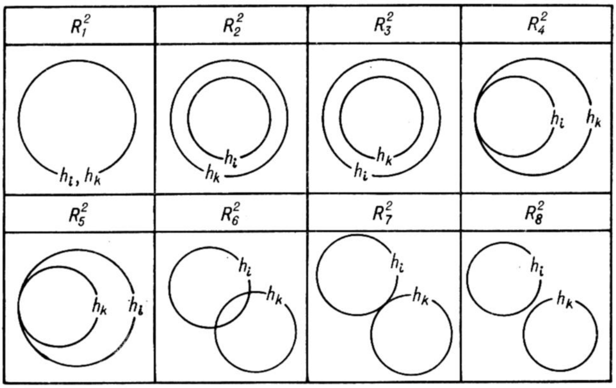

Рис. 3.10.1.

практического определения расположения H^l_i относительно H^l_k, без учета H^l_{n3} и H^l_{n4}, приходится прибегать к анализу расположения сечений и проекций H^l_i и H^l_k. Выбор R^l является чисто геологической проблемой.

По-видимому, первоочередная задача, связанная с H^l_{n2}, может быть описана так:

Пусть $H^2=\{h^2\}$ — множество кругов. Положим, что R^2 является таким множеством бинарных отношений между кругами, которое дается рис. 3.10.1.

Рассмотрим $H^2_n=\langle h^2_1,\ h^2_2,\ \ldots,\ h^2_n\rangle$, $h^2_i\in H^2$, и построим H^2_{n2}:

$$\begin{gathered}(R^2_{ik})\\ i,\ k=1,\ 2,\ \ldots,\ n\\ R^2_{ik}\in R^2,\ R^2=\{R^2_1,\ R^2_2,\ \ldots,\ R^2_8\}\end{gathered}\qquad(3.10.5)$$

Учитывая, что $R_{ii} = R_1$ и что R_{ki} однозначно определяет R_{ik}, можно формально записать $8^{C_n^2}$ матриц вида (3.10.15)[26]. Однако из этих матриц некоторые будут противоречивыми в том смысле, что соответствующие им системы из C_n^2 бинарных отношений (п. 2) не могут быть реализованы, так как при $h_i R_{ik} h_k$ и $h_k R_{kl} h_l$ может оказаться, что между h_i и h_l не могут быть реализованы все $R_{il} \in R$. Например, если $h_i R_4 h_k$ и $h_k R_8 h_l$, то между h_i и h_l может быть реализовано только отношение R_8.

Учитывая, что вид матриц (3.10.5) не должен зависеть от порядка нумерации кругов, интересующая нас задача ставится так: считая, что две матрицы (3.10.5) являются одинаковыми, если одна из них может быть получена из другой одновременной перестановкой i-ой строки с k-ой строкой и i-го столбца с k-м столбцом, требуется указать алгоритм перечисления, отличный от алгоритма полного перебора, всех различных непротиворечивых матриц вида (3.10.5)[27].

Можно пытаться описать еще одну задачу, связанную с H_{n2}^l. Пусть алгоритм, о котором речь шла выше, удалось построить. Тогда для любого фиксированного n можно получить перечисление различных непротиворечивых матриц (3.10.5)

$$(R_{ik})_j^n \qquad j = 1, 2, \ldots, M(n) \tag{3.10.6}$$

В соответствии с определением структурных элементов и геоструктуры (п. 2) каждую геоструктуру, состоящую из n структурных элементов, можно толковать как структурный элемент. Следовательно, можно ввести понятие об n-местном структурном элементе. Аналогично тому, как были введены бинарные отношения между одноместными структурными элементами (п. 2), можно ввести бинарные отношения между q-местными и p-местными структурными элементами. Если ранее под R понималось множество бинарных отношений между одномест-

[26] Здесь и в дальнейшем верхний значок у R^2 и h^2 опускается, C_n^2 — число сочетаний из n элементов по 2.

[27] Алгоритм, основанный на полном переборе, легко построить в терминах примитивных формул исчисления предикатов [24, 95], учитывая, что любое R_i может быть представлено в виде высказывания относительно четверки чисел, построенного на высказываниях «больше» и «равно». Такой алгоритм был построен и оказался столь громоздким, что с помощью современных ЭВМ нельзя его эффективно реализовать. Это показывает, что для решения сформулированной задачи, по-видимому, необходима специальная теория для матриц (3.10.5), которая позволяла бы перечислять только различные матрицы (3.10.5) и отбрасывать противоречивые.

ными структурными элементами R (1,1), то сейчас под R можно понимать множество бинарных отношений R (q, p). Это позволяет говорить о задаче представления (3.10.6), например, в виде

$$(R_{i,k}(1, 1))_j^n = (R_{l,m}(q, p))_j^2 \qquad (3.10.7)$$
$$q + p = n$$

Такая задача представляет большой содержательный интерес. Для геологии необходимо, чтобы классификация структур по типам не зависела от числа структурных элементов. Например, мы говорим, что «структура слоистая», и при этом нам не важно, сколько «слоев» в нее входит.

7. Рассмотрим H_{n3}^l. По-видимому, интересно было бы попытаться для произвольной конечной системы точек найти в некотором смысле ближайшую правильную решетку [32]. Это позволило бы использовать понятия о ближнем и дальнем порядке из теории твердого тела [46]. Для системы точек, расположенных на прямой, в частном случае такая задача сводится к следующему. Пусть на прямой x задана система точек x_1, x_2, ..., x_n. Положим [28]:

$$x_1' = x_1,\ x_2' = \left[\frac{x_2 - x_1}{\Delta x}\right] \Delta x, \ \ldots, x_n' = \left[\frac{x_n - x_1}{\Delta x}\right] \Delta x, \qquad (3.10.8)$$
$$\widetilde{\Delta} x = \min (x_{i+1} - x_i).$$

Рассмотрим функцию

$$f(\Delta x) = \sum_{i=1}^{n} (x_i' - x_i)^2. \qquad (3.10.9)$$

Требуется найти такое Δx, $\frac{\widetilde{\Delta x}}{2} \leqslant \Delta x \leqslant \widetilde{\Delta x}$, которое дает минимум (3.10.9).

§ 11. К формальной постановке некоторых фациальных задач геологии

1. Как видно из § 1, п. 1, из всех понятий геологии, пожалуй, самым нечетким является понятие «фация». В [130] отмечается: «Скоро ни один человек не сможет понять, о чем идет

[28] Здесь квадратные скобки обозначают целую часть $\frac{x_2 - x_1}{\Delta x}$.

речь, когда говорят о фациях». Аналогичный вывод вытекает, по существу, и из работы [63]. Однако, несмотря на крайнюю нечеткость, «фациальные» задачи принято сейчас рассматривать как центральные для геологии [70, 80, 89, 90, 104]. Можно убедиться, что «фациальные» представления являются, по существу, доминирующими при «обосновании» схем поисков любых полезных ископаемых (глава IV, § 4). В связи с отмеченным возникает необходимость попытаться формально описать «фациальные» задачи геологии.

2. Опираясь на существующие «формулировки» понятий «фация» (§ 1, п. 1), а также учитывая результаты работ [35, 36, 42, 78, 89, 108, 112, 129, 130], по-видимому, можно считать, что:

во-первых, понятие «фация» потребовалось для группировки или перегруппировки уже выделенных объектов исследования;

во-вторых, в основу таких процедур группировки или перегруппировки объектов исследования были положены, так или иначе, «генетические» представления об объектах исследования (в частности, об «условиях, обстановках их образования»);

в-третьих, эти процедуры толковались различными авторами либо непосредственно в терминах «условий, обстановок образования» объектов, которые далеко не всегда могут быть экспериментально определены, либо в терминах «свойств» объектов, которые предполагаются экспериментально определяемыми, либо в терминах «самих» объектов, которые непосредственно наблюдаются;

в-четвертых, следует различать два случая: (1) когда многим объектам, которые считаются отличными друг от друга по «свойствам», приписываются одни и те же «условия, обстановки образования» (так обстоит дело, положим, в литологии); (2) когда одному и тому же объекту, который считается отличным по «свойствам» от других объектов, приписывается много различных «условий, обстановок образования» (так обстоит дело, положим, в минералогии, когда одному минералу приписывается целая область условий образования, например, в координатах T (температура) и P (давление):

в-пятых, фактически все зависит от того, какие два объекта по определению считаются «изофациальными», способными входить в одну «фацию», а также от того, какие правила предлагаются для установления «изофациальности» двух объектов.

Если принять предыдущее, то можно пытаться формально описать «фациальные» задачи геологии.

3. Пусть в геологическом пространстве ${}^1R_l^{\Phi}$ (§ 2) выделен некоторый класс геологических тел D (§ 4):

$$\{D\}_j. \tag{3.11.1}$$

Обозначим через Y множество функций, описывающих условия, в которых образовались $D \in \{D\}_j$, полагая, что в Y может быть включено и T — время образования $D \in \{D\}_j$, а через Z обозначим множество функций, описывающих свойства $D \in \{D\}_j$. Условимся толковать Y и Z как системы признаков (глава II, § 1, п. 2):

$$Z:\quad U = \{U^i\},\ U^i = \{u_k^i\}, \tag{3.11.2}$$
$$i = 1, 2, \ldots, l,\quad k = 1, 2, \ldots, p(i),$$

$$Y:\quad V = \{V^i\},\ V^i = \{v_k^i\}, \tag{3.11.3}$$
$$i = 1, 2, \ldots, m,\quad k = 1, 2, \ldots, q(i).$$

Пусть $D_j^э \subset \{D\}_j$, $D_j^э \neq \{D\}_j$. Положим, что для любого $D \in D_j^э$ имеется описание с точки зрения Z и Y. Это позволяет считать, что имеются две классификации-перечисления (глава II, § 2, п. 3):

$$[D_j^э : U];\ D_1^u(э),\ D_2^u(э), \ldots, D^u_{N_э(U)}, \tag{3.11.4}$$

$$[D_j^э : V];\ D_1^v(э),\ D_2^v(э), \ldots, D^v_{N_э(V)}. \tag{3.11.5}$$

В случае $D_j^э = \{D\}_j$ (3.11.4) и (3.11.5) запишем так:

$$[\{D\}_j : U];\ D_1^u, D_2^u, \ldots, D^u_{N(U)}, \tag{3.11.4$'$}$$

$$[\{D\}_j : V];\ D_1^v, D_2^v, \ldots, D^v_{N(V)}. \tag{3.11.5$'$}$$

4. Предположим вначале, что любому геологическому телу $D \in D_i^u$ (э), где D_i^u (э) — класс из (3.11.4), отвечает один единственный класс $D^v_{k(i)}$ (э) из (3.11.5). Это означает, что $D \in D_j^э$ различаются по Z не менее подробно, чем по Y. Это предположение запишем так (глава II, § 3, п. 2):

$$[D_j^э : U] \Rightarrow [D_j^э : V]. \tag{3.11.6}$$

Напомним, что (3.11.6) не исключает возможности, что $D' \in D^u_{i'}$ (э), $D'' \in D^u_{i''}$ (э), $i' \neq i''$ и D', $D'' \in D_k^v$ (э).

В предположении (3.11.6) для D', $D'' \in \{D\}_j$ отношение изофациальности может быть сформулировано единственным образом:

Два геологических тела D', $D'' \in \{D\}_j$ называются изофациальными, $D' \infty D''$, если они относятся к одному и тому же классу из (3.11.5)$'$.

При этом фация может быть определена только так:

Фация есть такая связная в $^1R_l^\Phi$ совокупность геологических тел $\{D\}^* \subset \{D\}_j$ [20][29], что для любых двух D', $D'' \in \{D\}^*$ имеет место $D' \infty D''$.

Из определения вытекает, что любое $D \in D_i^u$ может входить в одну и только одну фацию, каждой фации отвечает класс из (3.11.5)$'$ и $\{D\}_j$ может быть однозначно разбито на совокупности фаций.

Считая заданным (3.11.1), (3.11.2), (3.11.3), $D_j^э \subset \{D\}_j$, а также (3.11.4) и (3.11.5), опираясь на определение фации, введенное на случай (3.11.6), можно сформулировать прямую и обратную задачи фациального анализа следующим образом.

Прямая (от свойств к обстановкам). Требуется указать алгоритм, позволяющий отнести любое $D \in \{D\}_j$, о котором известно, что $D \in D_i^u$, к $D_{k(i)}^v$.

Обратная (от обстановок к свойствам). Требуется указать алгоритм, позволяющий для любого $D \in \{D\}_j$, о котором известно, что $D \in D_k^v$, определить вероятности событий $D \in D_i^u$.

5. Предположим теперь, что телу $D \in D_i^u$ (э), где D_i^u (э) — класс из (3.11.4), может отвечать совокупность классов $\{D_k^v\}_i$ из (3.11.5). Это означает, что $D \in D_j^э$ различаются по Z менее подробно, чем по Y. Вместо (3.11.6) будем иметь

$$[D_j^э : V] \Rightarrow [D_j^э : U]. \tag{3.11.7}$$

В предположении (3.11.7) отношение изофациальности для D', $D'' \in \{D\}_j$ может быть сформулировано в двух смыслах.

(1). Два геологических тела D', $D'' \in \{D\}_j$ называются изофациальными, $D' \sim D''$, если отвечающие им совокупности классов из (3.11.5)$'$ совпадают, $\{D_k^v\}' = \{D_k^v\}''$.

(2). Два геологических тела D', $D'' \in \{D\}_j$ называются изофациальными, $D' \approx D''$, если отвечающие им совокупности

[29] Два тела D' и D'' в $^1R_l^\Phi$ называются связными, если расстояние между ними оказывается на порядок меньше, чем максимальный диаметр меньшего из тел. Такие два тела называются соединенными связкой. Если в $^1R_l^\Phi$ задана совокупность тел такая, что любые два тела из этой совокупности могут быть соединены между собой посредством набора связок, то эта совокупность тел в $^1R_l^\Phi$ называется связной.

классов из (3.11.5)$'$ содержат хотя бы один общий класс, $\{D_k^v\}' \cap \{D_k^v\}'' \neq 0$. Это позволяет прийти в случае (3.11.7) к двум определениям понятия фации.

(1). Фация есть такая связная в ${}^1R_l^\Phi$ совокупность геологических тел $\{D\}^* \subset \{D\}_j$, что для любых двух D', $D'' \in \{D\}^*$ имеет место $D' \sim D''$.

(2). Фация есть такая связная в ${}^1R_l^\Phi$ совокупность геологических тел $\{D\}^* \subset \{D\}_j$, что для любых двух D', $D'' \in \{D\}^*$ имеет место $D' \approx D''$.

6. Если принять первое определение фации, отвечающее случаю (3.11.7), то из него вытекает, что любое $D \in D_i^u$ может входить в одну и только одну фацию, каждой фации отвечает совокупность классов из (3.11.5)$'$ и $\{D\}_j$ может быть однозначно разбита на совокупность фаций.

Считая заданным (3.11.1), (3.11.2), (3.11.3), $D_j^э \subset \{D\}_j$, а также (3.11.4) и (3.11.5), в этом случае можно сформулировать прямую и обратную задачи фациального анализа так.

П р я м а я (от свойств к обстановкам). Требуется указать алгоритм, позволяющий для любого $D \in \{D\}_j$, о котором известно, что $D \in D_i^u$, определить вероятности событий $D \in D_k^v$.

О б р а т н а я (от обстановок к свойствам). Требуется указать алгоритм, позволяющий отнести любое $D \subset \{D\}_j$, о котором известно, что $D \in D_k^v$, к $D_{i(k)}^u$.

7. Если принять первое определение фации, отвечающее случаю (3.11.7), и считать, что имеет место и (3.11.6), то прямая задача фациального анализа будет формулироваться так, как она была сформулирована на случай (3.11.6), а обратная задача фациального анализа будет формулироваться так, как она была сформулирована на случай (3.11.7).

8. Если принять второе определение фации, отвечающее случаю (3.11.7), то из него вытекает, что $D \subset D_i^u$ может входить в различные фации, каждой фации отвечает совокупность классов из (3.11.5)$'$ и $\{D\}_j$ без дополнительных условий не может быть однозначно разбито на совокупность фаций.

В данном случае можно преобразовать (3.11.5)$'$ к виду (глава II, § 2, п. 3)

$$\{[\{D\}_j : V]\};\ D_1^v(+),\ D_2^v(+),\ \ldots,\ D_{N_+(V)}^v(+) \quad (3.11.5)''$$

и понимать под фацией $D_q^v(+)$. Это будет отвечать понятию фации в терминах обстановок, в то время как предыдущие определения отвечали понятию фации в терминах объектов. Будет иметь место

$$
\begin{aligned}
&[\{D\}_j : U] \not\Rightarrow \{[\{D\}_j : V]\}, \\
&\{[\{D\}_j : V]\} \not\Rightarrow [\{D\}_j : U].
\end{aligned} \qquad (3.11.8)
$$

Это позволяет сформулировать прямую задачу фациального анализа на случай (3.11.8) так, как она была сформулирована на случай (3.11.7), заменив D_k^v на $D_k^v(+)$, а обратную задачу фациального анализа на случай (3.11.8) так, как она была сформулирована на случай (3.11.6), заменив D_k^v на D_k^v (+).

9. Можно убедиться, что приведенные варианты понятия фации исчерпывают все возможности, имеющиеся в нашем распоряжении.

10. Из предыдущего ясно, что, имея в виду решение фациальных задач, достаточно рассмотреть задачи п. 4.

Используя результаты главы II, можно выделить следующие ситуации:

(a) В (3.11.4) представлены все классы (3.11.4)′ и в (3.11.5) представлены все классы (3.11.5)′.

(b) В (3.11.4) представлены не все классы (3.11.4)′, а в (3.11.5) представлены все классы (3.11.5)′.

(c) В (3.11.4) представлены все классы (3.11.4)′, а в (3.11.5) представлены не все классы (3.11.5)′.

(d) В (3.11.4) представлены не все классы (3.11.4)′ и в (3.11.5) представлены не все классы (3.11.5)′.

Можно доказать, что ситуации (a), (b), (c) и (d) требуют принципиально различных подходов к фациальным задачам и естественно считать такие задачи неосмысленными, если мы не можем указать, с какой ситуацией имеем дело.

Если имеет место ситуация (a), то решение задач п. 4, в предположении достаточности экспериментального материала, тривиально, если же имеют место ситуации (b), (c) или (d), то эти задачи в принципе не могут быть решены без принятия каких-либо дополнительных предположений относительно $\{D\}_j$. Именно с такими ситуациями мы и имеем дело в геологии [30].

[30] В ИГиГ СО АН СССР были построены алгоритмы для решения задач п. 4 в ситуациях (b), (c) и (d), основанные на некоторых искусственных предположениях относительно $\{D\}_j$. Оказывается, что таких предположений можно выдвинуть очень много. Совершенно неясно, какие из них следует принимать в тех или иных конкретных случаях, и тем более неясно, какие именно предположения принимаются сейчас, при решении фациальных задач, положим, в литологии.

§ 12. К формальной постановке некоторых задач, связанных с изученностью геологического пространства

1. Известно, что в задачах поиска полезных ископаемых, а также при решении ряда других вопросов оперируют представлениями о «степени разведанности (изученности)» рассматриваемых участков в том или ином смысле. В связи со сказанным интересно попытаться ввести формальные представления о степени изученности геологического пространства по какому-либо фиксированному списку свойств. На основе таких представлений можно было бы, в частности, поставить задачу о выборе рациональной разведочной сети, которая гарантирует при минимальных затратах необходимую заранее фиксированную изученность любого наперед заданного геологического пространства по любому наперед заданному списку свойств. Займемся выработкой таких формальных представлений, предположив, что имеем дело с одномерным геологическим пространством, внутри которого все интересующие нас свойства являются непрерывными функциями. Предположение об одномерности привлечено только для простоты изложения. Непрерывность же функции всегда может быть достигнута за счет элементаризации геологического пространства (§ 5). Отметим, что все операции дифференциального характера могут быть истолкованы через конечные разности. В частности, производные от функций могут толковаться, например, как перепады значений на единичном интервале.

2. Рассмотрим набор непрерывных в области X функций $\{\varphi(x)\}$ таких, что для $\varphi_i(x) \in \{\varphi(x)\}$ в X имеет место

$$\begin{gathered} \varphi_i^* \leqslant \varphi_i(x) \leqslant \varphi_i^{**}, \\ |\varphi_i'(x)| \leqslant c_i. \end{gathered} \tag{3.12.1}$$

Пусть в результате экспериментальных измерений установлено, что

$$\begin{gathered} \varphi_i^*(x_k) \leqslant \varphi_i(x_k) \leqslant \varphi_i^{**}(x_k), \\ x_k \in X, \quad k = 1, 2, \ldots, p(i). \end{gathered} \tag{3.12.2}$$

Опираясь на второе условие из (3.12.1), за счет интерполяции и экстраполяции можно получить оценки (глава IV, § 4)

$$\begin{gathered} \varphi_i^*(x) \leqslant \varphi_i(x) \leqslant \varphi_i^{**}(x), \\ x \in X, \end{gathered} \tag{3.12.3}$$

такие, что

$$\Delta\varphi_i(x) = \varphi_i^{**}(x) - \varphi_i^{*}(x), \qquad (3.12.4)$$
$$x \in X,$$

не возрастает с увеличением $p(i)$ и уменьшением интервалов $\Delta\varphi_i(x_k) = \varphi^{**}(x_k) - \overset{*}{\varphi_i}(x_k)$ из (3.12.2). Эти оценки (3.12.3) будут зависеть не только от $p(i)$ — числа точек наблюдений φ_i и $\Delta\varphi_i$ — точности измерений φ_i в этих точках, но и от расположения точек наблюдений в X.

3. Определим коэффициент изученности функций $\varphi_i(x)$ в точке $x' \in X$ формулой

$$\eta(\varphi_i, x') = 1 - \frac{\Delta\varphi_i(x')}{\Delta\varphi_i}, \qquad (3.12.5)$$

где $\Delta\varphi_i(x') = \overset{**}{\varphi_i}(x') - \overset{*}{\varphi_i}(x')$ и $\Delta\varphi_i = \overset{**}{\varphi_i} - \overset{*}{\varphi_i}$ определяются в соответствии с (3.12.3) и (3.12.1). Очевидно, что из (3.12.5) следует $0 \leqslant \eta(\varphi_i, x') \leqslant 1$; с увеличением $p(i)$ и уменьшением $\Delta\varphi_i(x_k)$ $\eta(\varphi_i, x')$ не убывает; $\eta(\varphi_i, x')$ зависит не только от $p(i)$ и $\Delta\varphi_i$, но и от расположения точек наблюдения в X.

Отметим, что из (3.12.5) также вытекает:

(1) $\eta(a, x') = 1$,

(2) $\eta(x, x') = 1$,

(3) $\eta(a \cdot \varphi_i, x') = \eta(\varphi_i, x')$,

(4) $\eta(\varphi_i \pm a, x') = \eta(\varphi_i, x')$,

$$(5)\quad \eta(\varphi_i \pm \varphi_j, x') = \frac{\eta(\varphi_i x')\,\Delta\varphi_i + \eta(\varphi_j, x')\,\Delta\varphi_j}{\Delta\varphi_i + \Delta\varphi_j},$$

$$(6)\quad \eta(\varphi_i \times \varphi_j, x') = 1 - \left(\frac{\bar\varphi_i(x)\,\Delta\varphi_j + \bar\varphi_j(x)\,\Delta\varphi_i}{\bar\varphi_i\Delta\varphi_j + \bar\varphi_j\Delta\varphi_i}\right),$$

$$(7)\quad \eta(\varphi_i : \varphi_j, x') = 1 - \left(\frac{\bar\varphi_i(x)\,\Delta\varphi_j + \bar\varphi_j(x)\,\Delta\varphi_i}{\bar\varphi_i\Delta\varphi_j + \bar\varphi_j\Delta\varphi_i} - \right.$$
$$\left. - \frac{\eta(\varphi_i, x')\,\bar\varphi_j(x')\,\Delta\varphi_i + \eta(\varphi_j, x')\,\bar\varphi_i(x')\,\Delta\varphi_j}{\bar\varphi_i\Delta\varphi_j + \bar\varphi_j\Delta\varphi_j}\right)\left(\frac{\tilde\varphi_i}{\tilde\varphi_j(x)}\right)^2.$$

В (6) и (7) обозначено:

$$\bar\varphi_k(x) = \frac{1}{2}\,[\varphi_k^{++}(x) + \varphi_k^{+}(x)],$$
$$\bar\varphi_k = \frac{1}{2}\,[\varphi_k^{++} + \varphi_k^{+}],$$
$$\tilde\varphi_k(x) = \sqrt{\varphi_k^{++}(x)\,\varphi_k^{+}(x)},$$
$$\tilde\varphi_k = \sqrt{\varphi_k^{++}\varphi_k}.$$

Опираясь на (3.12.5), определим средний коэффициент изученности $\varphi_i(x)$ в $X' \subset X$

$$\bar{\eta}(\varphi_i,\ X') = 1 - \frac{\overline{\Delta\varphi}_i(X')}{\Delta\varphi_i}, \qquad \overline{\Delta\varphi}_i(X') = \frac{1}{\lambda(X')} \int\limits_{X'} \Delta\varphi_i(x)\,dx, \tag{3.12.6}$$

минимальный коэффициент изученности $\varphi_i(x)$ в $X' \subset X$

$$\tilde{\eta}(\varphi_i X') = 1 - \frac{\widetilde{\Delta\varphi}_i(X')}{\Delta\varphi_i}, \qquad \widetilde{\Delta\varphi}_i(X') = \min_{x' \in X'} \Delta\varphi_i(x'), \tag{3.12.7}$$

и максимальный коэффициент изученности $\varphi_i(x)$ в $X' \subset X$

$$\hat{\eta}(\varphi_i,\ X') = 1 - \frac{\Delta\hat{\varphi}_i(X')}{\Delta\varphi_i}, \qquad \Delta\hat{\varphi}_i(X') = \max_{x' \in X'} \Delta\varphi_i(x'). \tag{3.12.8}$$

Используя предыдущее, определим коэффициент средней изученности набора функций $\{\varphi_i(x)\}$ в точке $x' \in X$

$$\eta(\{\bar{\varphi}_i\}, x') = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \eta(\varphi\ , x'), \tag{3.12.9}$$

где m — число функций в $\{\varphi_i(x)\}$, коэффициент минимальной изученности $\{\varphi_i(x)\}$ в $x' \in X$

$$\eta(\{\tilde{\varphi}_i\},\ x') = \min_{\{\varphi_i\}} \eta(\varphi_i, x') \tag{3.12.10}$$

и коэффициент максимальной изученности $\{\varphi_i(x)\}$ в $x' \in X$

$$\eta(\{\hat{\varphi}_i\},\ x') = \max_{\{\varphi_i\}} \eta(\varphi_i, x'). \tag{3.12.11}$$

Можно также ввести средний коэффициент средней изучен ности набора функций $\{\varphi_i(x)\}$ в области $X' \subset X$

$$\bar{\eta}(\{\bar{\varphi}_i\},\ X') = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \bar{\eta}(\varphi_i,\ X'), \tag{3.12.12}$$

минимальный коэффициент средней изученности $\{\varphi_i(x)\}$ в $X' \subset X$

$$\tilde{\eta}(\{\bar{\varphi}_i\},\ X') = \min_{x' \in X'} \eta(\{\bar{\varphi}_i\},\ x'), \tag{3.12.13}$$

максимальный коэффициент средней изученности $\{\varphi_i(x)\}$ в $X' \subset X$

$$\hat{\eta}(\{\bar{\varphi}_i\},\ X') = \max_{x' \in X'} \eta(\{\bar{\varphi}_i\},\ x'), \tag{3.12.14}$$

средний коэффициент минимальной изученности $\{\varphi_i(x)\}$ в $X' \subset X$

$$\bar{\eta}(\{\tilde{\varphi}_i\},\ X') = \frac{1}{\lambda(X')} \int_{X'} \eta(\{\tilde{\varphi}_i\},\ x)\, dx, \tag{3.12.15}$$

минимальный коэффициент минимальной изученности $\{\varphi_i(x)\}$ в $X' \subset X$

$$\tilde{\eta}(\{\tilde{\varphi}_i\},\ X') = \min_{x' \in X'} \eta(\{\tilde{\varphi}_i\},\ x'), \tag{3.12.16}$$

максимальный коэффициент минимальной изученности $\{\varphi_i(x)\}$ в $X' \subset X$

$$\hat{\eta}(\{\tilde{\varphi}_i\},\ X') = \max_{x' \in X'} \eta(\{\tilde{\varphi}_i\},\ x'), \tag{3.12.17}$$

средний коэффициент максимальной изученности $\{\varphi_i(x)\}$ в $X' \subset X$

$$\bar{\eta}(\{\hat{\varphi}_i\},\ X') = \frac{1}{\lambda(X')} \int_{X'} \eta(\{\hat{\varphi}_i\},\ x)\, dx, \tag{3.12.18}$$

минимальный коэффициент максимальной изученности $\{\varphi_i(x)\}$ в $X' \subset X$

$$\tilde{\eta}(\{\hat{\varphi}_i\},\ X') = \min_{x' \in X'} \eta(\{\hat{\varphi}_i\},\ x') \tag{3.12.19}$$

и максимальный коэффициент максимальной изученности $\{\varphi_i(x)\}$ в $X' \subset X$

$$\hat{\eta}(\{\hat{\varphi}_i\},\ X') = \max_{x' \in X'} \eta(\{\hat{\varphi}_i\},\ x'). \tag{3.12.20}$$

4. Выражение

$$\theta(x',\ \{\varphi_i\}) = \sum_{i=1}^{m} \eta(\varphi_i,\ x') \tag{3.12.21}$$

будем толковать как изученность точки $X' \in X$ по набору функций $\{\varphi_i(x)\}$, выражение

$$\bar{\theta}(X', \{\varphi_i\}) = \sum_{i=1}^{m} \bar{\eta}(\varphi_i, X') \tag{3.12.22}$$

— как среднюю изученность области $X' \subset X$ по набору функций $\{\varphi_i(x)\}$, выражение

$$\tilde{\theta}(X', \{\varphi_i\}) = \sum_{i=1}^{m} \tilde{\eta}(\varphi_i, X') \tag{3.12.23}$$

— как минимальную изученность области $X' \subset X$ по набору функций $\{\varphi_i(x)\}$, а выражение

$$\hat{\theta}(x', \{\varphi_i\}) = \sum_{i=1}^{m} \hat{\eta}(\varphi_i, X') \tag{3.12.24}$$

— как максимальную изученность области $X' \subset X$ по набору функций $\{\varphi_i(x)\}$.

Если $m = 1$, то (3.12.21), (3.12.22), (3.12.23) и (3.12.24) переходят соответственно в (3.12.5), (3.12.6), (3.12.7) и (3.12.8).

5. Можно утверждать, что при фиксированных (3.12.1) коэффициенты (3.12.6)—(3.12.24) зависят от числа точек наблюдений, точности измерений в этих точках, а также от расположения этих точек в X.

В зависимости от того, какие операции нам придется проводить в $X' \subset X$, может оказаться необходимым потребовать, например, чтобы (3.12.22) превышала некоторую константу или чтобы (3.12.22) превышала некоторую константу и, кроме того, разность (3.12.24) и (3.12.23) была меньше некоторой другой константы. Поскольку значение (3.12.22), (3.12.23) и (3.12.24) зависит от $p(i)$ — числа точек наблюдений φ_i в области X', $\Delta\varphi_i$ — точности измерения φ_i в этих точках, а также от расположения этих точек наблюдений в X', открывается возможность формально поставить задачи, например, о выборе такой сети наблюдений, которая при минимальных затратах гарантировала бы такую изученность $X' \subset X$ по данному набору функций $\{\varphi_i(x)\}$, которая необходима, чтобы при проведении в $X' \subset X$ заданных операций погрешность последних не превышала бы фиксированного значения. Естественно, что для различных операций может потребоваться изученность X' в различных смыслах.

6. Ограничимся формулировкой простейшего варианта задачи об изученности X. Через $\varphi_1(x)$ обозначим единичную плотность включения d_1 в X (§ 8, п. 7), через $\varphi_2(x)$ — точность измерения $\varphi_1(x)$ в X, через $\varphi_3(x)$ — стоимость измерения $\varphi_1(x)$ с точностью $\varphi_2(x)$ в X, через $\varphi_4(x)$ — точность измерения $\varphi_3(x)$ в X. Положим, что в X имеет место

$$\begin{gathered}\varphi_i^{**} \leqslant \varphi_i(x) \leqslant \varphi_i^{**},\\ |\varphi_i'(x)| \leqslant c_i,\\ i = 1, 2, 3, 4.\end{gathered} \tag{3.12.1$'$}$$

Требуется указать алгоритм для последовательного выбора точек измерения x_l, при реализации которого

$$\begin{gathered}\overline{\eta}(\varphi_1, X) = 1 - \frac{\Delta\varphi_1(X)}{\Delta\varphi_1},\\ \Delta\varphi_1(X) = \frac{1}{\lambda(X)} \int\limits_X \Delta\varphi_1(x)\,dx,\end{gathered} \tag{3.12.6$'$}$$

оказывается больше η_0, разность между

$$\begin{gathered}\hat{\eta}(\varphi_1, X) = 1 - \frac{\Delta\hat{\varphi}_1(X)}{\Delta\varphi_1},\\ \Delta\hat{\varphi}_1(X) = \max_{x\in X} \Delta\varphi_1(x),\end{gathered} \tag{3.12.8}$$

и

$$\begin{gathered}\tilde{\eta}(\varphi_1, X) = 1 - \frac{\widetilde{\Delta\varphi}_1(X)}{\Delta\varphi_1},\\ \widetilde{\Delta\varphi}_1(X) = \min_{x\in X} \Delta\varphi_1(x),\end{gathered} \tag{3.12.7$'$}$$

оказывается меньше ε_0, а

$$\sum_{l=1}^{m} \varphi_3(x_l) \tag{3.12.25}$$

оказывается меньше δ_0.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ажгирей Г. Д.* Структурная геология. Изд-во МГУ, 1956.
2. *Андерсен Т.* Введение в многомерный статистический анализ. Физматгиз, 1963.

3. *Белоусов В. В.* Основные вопросы геотектоники. Госгеолтехиздат, 1954.
4. *Бетехтин А. Г.* Курс минералогии. Гостоптехиздат, 1956.
5. *Бетехтин А. Г., Генкин А., Филимонова А. А., Шадлун Т. Н.* Текстуры и структуры руд. Изд-во АН СССР, 1958.
6. *Болдырев А. К.* Курс описательной минералогии. Вып. 1, 1926.
7. *Бор Н.* Атомная физика и человеческое познание. ИЛ, 1961.
8. *Борисяк А. А.* Курс исторической геологии. Изд. 2-е, 1931.
9. *Борисяк А. А.* Курс исторической геологии. Изд. 4-е Л., 1935.
10. *Ботвинкина Л. Н. и др.* Полевые наблюдения над структурами и текстурами осадочных пород. В кн. «Методы изучения осадочных пород», т. I, Госгеолтехиздат, 1957.
11. *Бубнов С. Н.* Основные проблемы геологии. Изд-во МГУ, 1960.
12. *Вассоевич Н. Б.* Текстура осадочных горных пород. В кн. «Справочное руководство по петрографии осадочных пород». Л., 1958.
13. *Вассоевич Н. Б.* К истории понятий об осадочных формациях. Тр. 5-го Всес. литолог. совещ. т. 2, Новосибирск, 1964.
14. *Вахтин Б. М.* Математическая характеристика рельефа местности. Автореф. докт. дисс., Воронеж, 1965.
15. *Вернадский В. И.* Минералогия. Лекции, читанные в МГУ, 1907—1908.
16. *Вернадский В. И.* История минералов земной коры. Т. I, вып. 1, Науч. хим.-техн. изд-во, 1923.
17. *Вистелиус А. Б.* Простейшие задачи математической обработки в литологии и пути их решения. В кн. «Литолог. сб. ВНИГРИ», вып. 1, 1948.
18. *Вистелиус А. Б.*, «Проблемы математической геологии. «Геология и геофизика», 1962, № 12; 1963, № 7, 12.
19. *Виттенбург П. В.* Практическое руководство для техников-геологов. «Недра», 1964.
20. *Воронин Ю. А.* О формальном описании геологических тел. Сб. «Опыт анализа и построения геологических классификаций на основе представлений конечной математики». Тр. ИГиГ СО АН СССР, Новосибирск, 1964.
21. *Воронин Ю. А., Гольдин С. В.* Вопросы теории конечных геологических классификаций. «Геология и геофизика», 1964, № 8.
22. *Воронич В. А.* Об условности понятия рудного тела. Тр. Среднеаз. НИИГГиМСа, вып. 4, 1964.
23. *Геологический словарь.* М., 1960.
24. *Гильберт Д., Аккерман В.* Основы теоретической логики. ИЛ, 1947.
25. *Гильберт Д., Кон-Фоссен С.* Наглядная геометрия. 1951.
26. *Годлевский М. Н.* Уточнение понятия о минерале.— «Записки Всероссийского минералогического общества, серия 2, ч. 66, вып. 1, 1937.
27. *Горский Д. П.* Некоторые вопросы объема понятия. Сб. «Вопросы логики». М., Изд-во АН СССР, 1955.
28. *Горский Д. П.* О видах определений и их значение в науке. Сб. «Проблемы логики научного познания». «Наука», 1964.
29. *Григорьев Д. П.* Основы конституции минералов. Госгеолтехиздат, 1962.
30. *Грубенманн У., Ниггли П.* Метаморфизм горных пород, 1933.
31. *Данбар К., Роджерс Дж.* Основы стратиграфии. ИЛ, 1962.
32. *Делоне Б., Падуров Н., Александров А.* Математические основы структурного анализа кристаллов. ОНТИ, ГТТИ, 1934.
33. *Динер К.* Основы биостратиграфии. М.-Л., ОНТИ, 1934.
34. *Дьедонне Ж.* Основы современного анализа. «Мир», 1964.

35. *Жемчужников Ю.А.* Что такое фация. кн.«Литология», т. I, Л.—М., Гостоптехиздат, 1948.
36. *Жемчужников Ю. А.* К вопросу о понимании и номенклатуре фаций. «Изв. АН СССР», серия геол., 1957, № 2.
37. *Журавский А. Н.* Минералогический анализ шлифа с точки зрения теории вероятности. Механобр, 1932.
38. *Заварицкий А. Н.* Введение в петрографию осадочных горных пород. ГОНТИ, 1932.
39. *Заварицкий А. Н.* Изверженные горные породы. Изд-во АН СССР, 1955.
40. *Захарова Е. И.* Математические методы обработки результатов анализов при геохимических поисках. «Вестн. МГУ», 1964, № 6.
41. *Иностранцев А. А.* Геологические исследования на Севере России в 1869 и 1870 гг. СПб., 1872.
42. *Казаков А. В.* Фосфатные фации. Тр. НИУИФ, вып. 145, 1939.
43. *Кайзер Э.* Краткий курс общей геологии. Госгеонефтеиздат, 1933.
44. *Карнап Р.* Значение и необходимость. ИЛ., 1953.
45. *Кедров Б. М.* Оперирование научными понятиями в диалектической и формальной логике. Сб. «Диалектика и логика. Формы мышления», М., Изд-во АН СССР, 1962.
46. *Киттель Ч.* Элементарная физика твердого тела. «Наука», 1965.
47. *Клаус Г.* Введение в формальную логику. ИЛ, 1960.
48. *Кленова М. В.* Геология моря. Учпедгиз, 1948.
49. *Косыгин Ю. А.* Геологические структуры и структурно-вещественные ассоциации. «Геология и геофизика», 1964, № 7.
50. *Косыгин Ю. А.* Слоистая геологическая структура и соотношения структурно-вещественных генетических и хроностратиграфических характеристик осадочной области Земли. «Геология и геофизика», 1964, № 10.
51. *Косыгин Ю. А., Воронин Ю. А., Соловьев В. А.* Опыт формализации некоторых тектонических понятий. «Геология и геофизика», 1964, № 1.
52. *Косыгин Ю. А., Воронин Ю. А.* Некоторые фундаментальные понятия структурной геологии. «Геотектоника», 1965, № 1.
53. *Косыгин Ю. А., Воронин Ю. А.* Геологическое пространство, как основа структурных построений. Статья I. «Геология и геофизика», 1965, № 9.
54. *Косыгин Ю. А., Воронин Ю. А.* Геологическое пространство, как основа структурных построений. Статья 2. «Геология и геофизика», 1965, № 10.
55. *Косыгин Ю. А., Воронин Ю. А., Борукаев Ч.* Геологическое пространство, как основа структурных построений. «Геология и геофизика», 1965, № 11.
56. *Крашенинников Г. Ф.* «Фации, генетические типы и формации. «Изв. АН СССР», серия геол., 1962, № 8.
57. *Крумбейн В. К., Слосс Л. Л.* Стратиграфия и складкообразование. Гостоптехиздат, 1960.
58. *Кузнецов Ю. А.* Магматические формации и некоторые общие вопросы геологии. «Геология и геофизика», 1963, № 5.
59. *Левинсон-Лессинг Ф. Ю.* Петрография. Л.—М.— Новосибирск, 1933.
60. *Левинсон-Лессинг Ф. Ю., Струве Э. А.* Петрографический словарь. Изд. 2-е, 1937.
61. *Лодочников В. Н.* Главнейшие породообразующие минералы. ОНТИ НКТП СССР, 1938.
62. *Мазарович А. Н.* Историческая геология. Изд. 3-е. М., 1938.

63. *Маркевич В. П.* Понятие «фация». М., Изд-во АН СССР, 1957.
64. *Марковский Б. П.* Термин и понятие фация. В кн. «Литология», т. I, М.—Л., Гостоптехиздат, 1948.
65. *Материалы по терминологии в тектонике.* Тр. ИГиГ СО АН СССР, вып. 12. Изд-во СО АН СССР, 1961.
66. *Методы изучения осадочных пород.* Т. 1—2. М., Госгеолтехиздат, 1957.
67. *Миловский А. В.* Минералогия и петрография. Госгеолтехиздат, 1958.
68. *Най Д.* Физические свойства кристаллов и их описание при помощи тензоров и матриц. Пер. с англ. Л. А. Шувалова. ИЛ, 1960.
69. *Наливкин Д. В.* Курс исторической геологии. 1932.
70. *Наливкин Д. В.* Учение о фациях. Л.—М., 1933.
71. *Наливкин В. Д.* Учение о фациях. Изд-во АН СССР, 1956.
72. *Обухов А. И.* Статистическое описание непрерывных полей. Тр. Геофиз. ин-та АН СССР, вып. 24, 1954.
73. *Ог Э.* Геология. Т. I. М., 1914.
74. *Опыт анализа и построения геологических классификаций на основе представлений конечной математики.* Под ред. Э. Э. Фотиади. Тр. ИГиГ СО АН СССР, Новосибирск, 1964.
75. *Пермяков И. Г., Ульянов А. В., Хельквист Г. А.* Общая и нефтяная геология. Гостоптехиздат, 1951.
76. *Поваренных А. С.* К формулировке современного понятия «минерал». Зап. Всес. минер. об-ва, 1953.
77. *Положий Г. Н.* Уравнения математической физики. «Высшая школа», 1964.
78. *Попов В. И.* Некоторые основные определения и изложения учения о формациях. «Изв. АН УзССР», 1951, № 2.
79. *Применение статистических методов в минералогии.* Тр. Гл. геогр. об-ва, вып. 165, Л., Гидрометиздат, 1964.
80. *Пустовалов Л. В.* Петрография осадочных пород. Ч. I. Гостоптехиздат, 1940.
81. *Пустовалов Л. В.* Петрография осадочных пород. Ч. 2. Гостептехиздат, 1940.
82. *Ракитов А. И.* Статистическая интерпретация факта и роль статистических методов в построении эмпирического значения. Сб. «Проблемы логики научного познания». «Наука», 1964.
83. *Раузер-Черноусова Д. М.* Фации верхнекаменноугольных и артинских отложений Стерлитамакско-Ишимбайского Приуралья. Тр. Ин-та геол. наук, серия геол., вып. 119. № 43, М., Изд-во АН СССР, 1950.
84. *Реология* (теория и приложение). Сб. статей под ред. Эйриха. Ф. ИЛ, 1962.
85. *Родионов Д. А.* Функции распределения элементов и минералов в изверженных горных породах. «Наука», 1964.
86. *Родионов Д. А.* К вопросу о статистической теории однородности геологических совокупностей. «Геохимия», 1965, № 4.
87. *Родионов Д. А., Прохоров Ю. В., Золотарев В. М.* Метод усредненных проб при геохимических методах поисков. «Геохимия», 1965, № 6.
88. *Розенбуш Г.* Описательная петрография. 1934.
89. *Рухин Л. Б.* Общие закономерности образования осадочных пород. Фации и формации. «Справочное руководство по петрографии осадочных пород». Л., 1958.
90. *Рухин Л. Б.* Основы литологии. Л., Гостоптехиздат, 1961.
91. *Рыжов П. А.* Геометрия недр. «Недра», 1964.
92. *Сантало Дж.* Интегральная геометрия. ИЛ, 1956.

93. *Свешников А. А.* Прикладные методы теории случайных функций. Судпромгиз, 1961.
94. *Словарь по геологии нефти.* Гостоптехиздат, 1958.
95. *Смирнов В. А.* Алгоритмы и логические схемы алгоритмов. В кн. «Проблемы логики». М., Изд-во АН СССР, 1963.
96. *Смирнов Н. В., Дунин-Барковский И. В.* Курс теории вероятности и математической статистики. «Наука», 1965.
97. *Соболев В. С.* Понятие «вида» в минералогии. Минералогический сб. Львов. геол. об-ва при ГУ им. Франко, 1947, № 1.
98. *Соболев В. С.* Генетическое значение понятий структуры и текстуры. Минералогический сб. Львов. геол. об-ва, 1950, № 4.
99. *Соболевский П. К.* Современная горная геометрия.— Социалистическая наука и реконструкция, 1937, № 7.
100. *Справочное руководство по петрографии осадочных пород.* Т. 1. Л., 1958.
101. *Старицкий Ю. Г.* Определение понятий «структура» и «текстура» Зап. Всес. минер. об-ва, ч. XXXIII, вып. 3., 1954.
102. *Стратиграфический словарь СССР.* М., 1956.
103. *Танатар И. И.* Генетическая классификация структур и текстур горных пород. «Сов. геология», 1938, № 12.
104. *Теодорович Г. И.* Учение об осадочных породах. Гостоптехиздат, 1958.
105. *Уклонский А. С.* Новое определение понятия «минерал». В кн. «Вопросы минералогии, геохимии и петрографии». Изд-во АН СССР, 1946.
106. *Усачев А. А.* Породообразующие минералы и горные породы. Горький, 1956.
107. *Усов М. А.* Фазы и циклы тектогенеза Западно-Сибирского края. Томск, 1931.
108. *Усов М. А.* Фации и формации горных пород. В кн. «Вопросы геологии Сибири». Изд-во АН СССР, 1945.
109. *Успенский В. А.* К проблеме построения машинного языка для информационной машины. «Проблемы кибернетики», вып. 2. М., Физматгиз, 1959.
110. *Федоров Е. С.* Курс кристаллографии. 3-е перераб. изд. СПб., 1901.
111. *Федоров Е. С.* Симметрия и структура кристаллов. М., АН СССР, 1949.
112. *Хаин В. Е.* О некоторых основных понятиях в учении о фациях и формациях. Бюлл. МОИП, отд. геол., т. 25 (6), 1950.
113. *Хальд А.* Математическая статистика с техническими приложениями. ИЛ, 1956.
114. *Херасков Н. П.* Геологические формации (Опыт определения). Бюлл. МОИП, т. LVII, отд. геол. т. XXVII, вып. 5, 1952.
115. *Хинчин А. Я.* Очерки по истории математики. Физматгиз, 1959.
116. *Шатский Н. С.* Очерки геологии Волго-Уральской нефтеносной области и смежных частей западного склона Южного Урала. Сб. «Матер. познан. геологии СССР», новая серия, вып. 2 (6), 1945.
117. *Шатский Н. С.* Фосфоритоносные формации и классификация фосфоритовых залежей. Докл. АН СССР, вып. 2, 1955.
118. *Шаумян С. К.* Операционные определения и их применение в фонологии. Сб. «Применение логики в науке и технике». АН СССР, 1960.
119. *Швецов М. С.* Петрография осадочных пород, 1934.
120. *Швецов М. С.* Петрография осадочных пород. Госгеолиздат, 1958.
121. *Шилов Г. Е.* Математический анализ (спец. курс). Физматгиз, 1960.
122. *Шилов Г. Е., Гуревич Б. Л.* Интеграл, мера и производная. «Наука», 1964.
123. *Яглом И. М.* Геометрические преобразования. Т. 1. Физматгиз, 1955.

124. *Яглом И. М.* Введение в интегральную геометрию. Физматгиз, 1956.
125. *Bridgman.* The logic of modern physics. N. Y., 1927.
126. *Cross W., Iddings I., Pirsson L., Washington H. S.* Quantitative clas sification of igneous rocsk, based on chemical and mineral characters, with an introductory review of the development of systematic petrography in the ninteenth centure by Cross. Chicago — London, 1903.
127. *Daly R. A.* The classification of igneous intrusive bodies.— J. Geology, 1905. vol. 13, № 6.
128. *Franke D.* Zu Fraden geologischer Terminologie und klassifikation (1). Ber Begriff Formation.— Zeitschrift für angewandte Geologie, Bd 8/Heft 4, Berlin, 1962.
129. *Franke D.* Zu Fragen geologischer Terminologie und klassifikation (2). Der Begriff Facies (1 Teil). — Zeitschrift für angewandte Geologie, Bd 9/Heft 1, Berlin, 1963.
130. *Franke D.* Zu Fragen geologischer Terminologie und klassifikation (2). Der Begriff Facies (2 Teil). — Zeitschrift für angewandte Geologie, Bd 9/Heft 2, Berlin, 1963.
131. *Holmes A.* The nomenclature of Petrology, 1920.
132. *Miller R. L., Kahn I. S.* Statistical analysis in the geological seienses. N. Y., 1962.
133. *Moor R. C.* Meaning of facies.— Geol. soc. Am., 1949, № 39.
134. *Niggli P.* Lehrbuch der Mineralogie, 1924.
135. *Munro M.* Some structural features of the Caledonian granitic complex atv Strontian, Argyllshire.— Scot. J. Geol., 1(2), 1965.

ГЛАВА IV

НЕКОТОРЫЕ СПЕЦИАЛЬНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ ГЕОЛОГИИ, СВЯЗАННЫЕ С ПРИМЕНЕНИЕМ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ И ЭВМ

Предварительные замечания

1. В главах II и III рассматривались такие теоретические вопросы геологии, существо которых состояло в основном в формальном освоении и уточнении уже имеющихся теоретических представлений, а также в разработке подходящих математических подходов к их решению. Применение математических методов и ЭВМ с необходимостью затрагивает и такие теоретические представления геологии, которые, по-видимому, не могут быть поняты с формальных позиций без значительного пересмотра сложившихся традиционных концепций. Такие вопросы и называются здесь специальными. Как показали предварительные исследования, среди этих вопросов центральное место занимают вопросы о «геологическом времени», о «генетическом подходе» в геологии, о «геологических картах» и о «схемах поиска полезных ископаемых». К этим же вопросам следовало бы отнести и вопросы «геологической интерпретации геофизических данных», но их обсуждение, как уже отмечалось, уместно вести особо.

2. Цель настоящей главы заключается в том, чтобы попытаться с формальных позиций обсудить сложившиеся представления о «геологическом времени», «генетическом подходе», «геологических картах» и «схемах поиска полезных ископаемых». При таком обсуждении возникают, например, такие вопросы:

Хорошо ли сформулирован «закон последовательности напластований» (правило Стенона — Хеттона), который, как можно полагать, лежит, в частности, в основе всех наших эволюционных представлений о «видах» и который позволяет получать о двух «пластах» только суждения «старше», «моложе», но не позволяет получить суждение «одновозрастны»?

Почему для стратиграфических целей мы прибегаем к понятию «биологического вида», в высшей степени спорному и введенному отнюдь не для стратиграфических целей? Нельзя ли достичь стратиграфических целей, используя другое понятие «вида»?

Можно ли строить надежные схемы поисков, например, нефти, не зная ее «генезиса»? Если нельзя, то как это доказать?

Что представляет собой «геологическая карта»? Является ли она «результатом творчества художника-реалиста» или же представляет собой «копию с натуры», снятую по определенным правилам?

Что такое «залежь полезного ископаемого» и как следует понимать выражение «залежь полезного ископаемого обнаружена»?

3. Естественно, что, прежде чем пересматривать традиционные концепции, которые, несомненно, принесли и, по-видимому, приносят известную пользу, необходимо их полностью уточнить и найти достаточно веские аргументы для такого пересмотра. Нижеизложенное не может претендовать на полноту и потому не содержит окончательных аргументов в пользу пересмотра традиционных концепций. Однако есть надежда, что содержание этой главы может существенно помочь уточнению вопроса о необходимости такого пересмотра.

§ 1. О «геологическом времени»

1. Принято считать, что одной из основных задач геологии является исследование «процесса развития Земли», «процесса эволюции Земли» посредством изучения «в развитии» отдельных объектов исследования, выделяемых в Земле [17, 18, 23, 42, 51, 52, 74, 91, 93, 99]. Такое рассмотрение объектов исследования «в развитии» достигается за счет введения специального «параметра», который называется «геологическим временем». Выше (глава III, § 2, п. 1) предполагалось, что «геологическое время» представляет собой физическое время с «растянутой» шкалой, где в качестве единиц выбираются тысячи, сотни тысяч и миллионы лет. Как отмечалось [19], такое толкование «геологического времени» является совершенно незаконным и может быть оправдано только с позиций наивного удобства. В действительности же «геологическое время» не измеряется непосредственно подобно физическому времени [101, 107] на основе каких-либо периодических процессов, а является очень сложным зависимым «параметром», который выводится из структурно-вещественных особенностей наблюдаемой нами части Земли с помощью некоторых неформальных предположений и

гипотез. Во «временных» геологических построениях используются такие понятия, как «последовательность напластований», «нормальный разрез», «руководящие виды ископаемых остатков», «руководящий комплекс», «измерение абсолютного возраста» [18, 23, 52, 93], которые, как нельзя не видеть, лишены однозначного смысла. По этой причине «геологическое время» сейчас не допускает каких-либо вычислительных процедур, связанных, в частности, с дифференцированием и интегрированием. В связи с этим все наши рассуждения о «процессах геологического становления», о «геологической эволюции», о «геологическом датировании» лишены пока сколько-нибудь определенного содержания. Видимо, специфика геологии сейчас заключается не в том, что она рассматривает объекты своего исследования «в развитии» (так же поступает и физик, когда он рассматривает динамические системы[1)]), а в том, что при таком исследовании в геологии оперируют таким «параметром», как «геологическое время». Имея в виду «временные» построения в геологии, нельзя не согласиться с тем, что «математически обоснованный опыт в геологии не играет и не может играть решающей роли» [19]. Действительно, «геологическое время» и математический подход в настоящее время не могут быть совместимы. Вышесказанное показывает, что у нас, если мы хотим привлечь математические методы и ЭВМ, имеются две возможности: либо выбросить из рассмотрения этот зависимый «параметр», либо формализовать его так, чтобы над ним возможно было бы проводить хотя бы операции сравнения. Для того чтобы реализовать вторую возможность, надо, по-видимому, пересмотреть предпосылки, лежащие в основе определения, прежде всего, «относительного возраста».

2. Начнем с соотношений между законом «последовательности напластований» и представлениями об «интервалах существования видов ископаемых остатков». Что из чего выводилось? По-видимому, есть все основания считать, что первичным является закон «последовательности напластований», который в упрощенной формулировке утверждает, что «первый пласт моложе второго», если в «нормальном разрезе первый пласт лежит выше второго». По-видимому, можно считать, что представления об «интервалах существования видов ископаемых остатков» в геологии потребовались прежде всего затем, чтобы иметь воз-

[1)] Разумеется, отличие между физическим и геологическим подходом существует. Известно, что при рассмотрении колебаний бесконечно тонкой упругой струны физически ее описывают функциями $\lambda(x)$, $\mu(x)$, $\rho(x)$, $F(x, t)$, $x \in (x_1, x_2)$. С точки зрения геологической ее следовало бы описать так: $\lambda(x, t)$, $\mu(x, t)$, $\rho(x, t)$, $F(x, t)$, $x \in (x_1, x_2)$.

можность распространить наши суждения о «возрасте пластов» на случай «ненормальных разрезов», сделать их «нормальными». Поскольку закон «последовательности напластований» не позволяет выводить суждение об «одновозрастности различных пластов в нормальном разрезе», что в высшей степени странно, то таких суждений нельзя делать и на основании того, что выводится из него. А мы такие суждения относительно двух «пластов» в «ненормальных разрезах» делаем. Это представляется существенной неувязкой, которую желательно устранить. Действительно, было бы большой натяжкой считать, что вся «земная кора» формируется как идеально «слоистая», и только после формирования разбивается на отдельные «пласты», которые затем участвуют в движении и подвергаются различным изменениям, и что дело сводится только к тому, чтобы привести любой «участок» в его первоначальный идеально «слоистый» вид, сшить «пласты» так, как они были сшиты раньше. Почему в «нормальном разрезе» не могут существовать «различные пласты», которые являются «одновозрастными»? Такое жесткое предположение заставляет считать, что «одновозрастные пласты» в прошлом обязательно составляли единый «пласт». Проблема «синхронизации» низводится до проблемы «отождествления в прошлом». Для того чтобы избежать такого жесткого и крайне невыгодного предположения при построении «временных» представлений, можно пытаться обобщить «закон последовательности напластований», если предварительно ввести некоторые понятия.

3. Рассмотрим геологическое тело ${}^1D_l^{\Phi} \equiv D$, $l = 3, 2, 1$ (глава III, § 4, пп. 2, 5). Условимся с каждым D связывать геологическое событие $\psi(D)$. Будем считать, что каждому $\psi(D)$ можно приписать два значения параметра $t \geqslant 0$: $t^*[\psi(D)]$ и $t^{**}[\psi(D)]$, $t^{**}[\psi(D)] \geqslant t^*[\psi(D)]$. Назовем $t^*[\psi(D)]$ началом геологического события $\psi(D)$, а $t^{**}[\psi(D)]$ — его концом. Выберем в качестве начала отсчета значение t_0. Если $t^*[\psi(D)] > t_0$, то $\psi(D)$ будем называть будущим, если $t^*[\psi(D)] \leqslant t_0 \leqslant t^{**}[\psi(D)]$, то $\psi(D)$ будем называть текущим, если же $t^{**}[\psi(D)] < t_0$, то $\psi(D)$ будем называть прошедшим.

Пусть $\psi(D)$ является текущим геологическим событием. Тогда геологическое тело D, рассмотренное в момент t_0, будем называть следом текущего геологического события $\psi(D)$, обозначая его через $D(t_0)$. Разность $\Delta t[\psi(D)] = t_0 - t^*[\psi(D)]$ условимся называть либо датой геологического события $\psi(D)$, либо возрастом геологического тела D.

Проиллюстрируем введенные определения и попытаемся связать их с принятыми представлениями о «геологических процессах». Рассмотрим в координатах r (максимальный диаметр) и t (время) процессы «формирования», «существования» и «разрушения» кристалла, считая, что, по определению, для, кристалла $r_0^* \leqslant r \leqslant r_0^{**}$ (рис. 4.1.1). Если предположить что периоды «формирования» и «разрушения» малы по сравнению с периодом «существования», и считать, что период «существования» характеризуется незначительными изменениями свойств, то геологическое событие можно понимать как

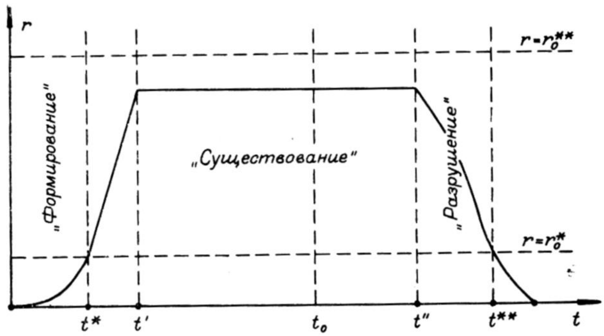

Рис. 4.1.1.

примитивную модель «геологического процесса», которая полностью характеризуется началом t^* и следом рассматриваемого геологического события в момент t_0. Разумеется, описанная модель «геологического процесса» обладает рядом существенных недостатков и, в частности, совершенно не подходит для введения представлений об «абсолютном возрасте» [18, 23].

Условимся под масштабом текущего геологического события $\psi(D)$ понимать размеры его следа $D(t_0)$.

Пусть в ${}^1R_l^\Phi$, $l = 3, 2, 1$, в момент t_0 проведена элементаризация вплоть до λ_m^l (глава III, § 5, пп. 2, 3). Тогда ${}^1R_l^\Phi$ можно представить в виде $\{{}^1A_l^\Phi\}_{\lambda_m^l}$. Каждое ${}^1A_l^\Phi(j) \equiv A(j) \in$ $\in \{{}^1A_l^\Phi\}_{\lambda_m^l}$, $j = 1, 2, \ldots, n$, можно истолковать как след текущего геологического события $\psi[A(j)] \equiv \psi(j)$ в момент t_0, а с каждым $\psi(j)$ можно связать начало $t^*[\psi(j)] \equiv t^*(j)$.

Введем представление об упорядочении текущих геологических событий. Будем полагать, что относительно $t^*(i)$ и $t^*(k)$ — начал $\psi(i)$ и $\psi(k)$ возможны только три высказывания:

$$t^*(i) > t^*(k);\ \ t^*(i) = t^*(k),\ \ t^*(i) < t^*(k). \qquad (4.1.1)$$

Тогда относительно n величин $t^*(j)$ на основе (4.1.1) можно получить $N(n)$ высказываний, где[2])

$$N(n) = \sum_{(m_1, m_2, \ldots, m_n)} \frac{n!}{m_1!\, m_2! \ldots m_n!},$$

$$\sum_{i=1}^{n} m_i = n,\ 1 \leqslant m_1 \leqslant n,\ 0 \leqslant m_i \leqslant n-(i-1),\quad i=2, \ldots, n. \tag{4.1.2}$$

Под процедурой упорядочения текущих геологических событий $\psi(j)$, $j = 1, 2, \ldots, n$, будем понимать указание алгоритма, с помощью которого из $N(n)$ различных высказываний относительно n величин $t^*(j)$ можно выбрать M высказываний, которые допускаются следами $A(j)$ и некоторыми принятыми заранее предположениями.

Выражение

$$\varkappa = \frac{N(n) - M}{N(n) - 1}, \quad 1 \leqslant M \leqslant N(n) \tag{4.1.3}$$

назовем показателем упорядочения текущих геологических событий $\psi(j)$, $j = 1, 2, \ldots, n$.

Если $\varkappa = 0$, то совокупность текущих геологических событий $\psi(j)$, $j = 1, 2, \ldots, n$, будет называться неупорядоченной, если $0 < \varkappa < 1$, то эта совокупность будет называться частично упорядоченной, если же $\varkappa = 1$, то эта совокупность будет называться полностью упорядоченной.

Обозначим через $\{\psi(j)\}$ некоторую совокупность текущих геологических событий. Из $\{\psi(j)\}$ всегда можно однозначно выбрать такой набор $[\psi(i)]$, максимальный по числу событий, который будет полностью упорядоченным. Этот набор $[\psi(i)]$ будем называть реперным по отношению к $\{\psi(j)\}$.

Например, если имеются три геологических события $\psi(1)$, $\psi(2)$ и $\psi(3)$ и известно, что $\psi(1)$ произошло раньше $\psi(2)$, а $\psi(2)$ произошло одновременно с $\psi(3)$, то такая совокупность событий будет являться полностью упорядоченной, $\varkappa = 1$. Если известно, что $\psi(1)$ произошло раньше $\psi(2)$, а относительно $\psi(2)$ и $\psi(3)$, $\psi(1)$ и $\psi(3)$ никаких суждений сделать нельзя, то такая совокупность событий будет частично упорядоченной, $0 < \varkappa < 1$. Если относительно $\psi(1)$, $\psi(2)$ и $\psi(3)$ никаких

2) Например, при $n = 4$ имеем $N(4) = 75$.

суждений сделать нельзя, то такая совокупность событий будет неупорядоченной, $\varkappa = 0$. В первом случае реперный набор есть $\psi(1)$, $\psi(2)$, $\psi(3)$, во втором случае он есть $\psi(1)$, $\psi(2)$, в третьем случае реперный набор является нулевым.

4. Предположим, что известны необходимые и достаточные условия для отнесения данного геологического пространства ${}^1R_l^{\Phi}$, $l = 3, 2, 1$, к нормальному виду, в том смысле, что в ${}^1R_l^{\Phi}$ можно использовать закон «последовательности напластований» [3].

Таблица 4.1.1

Случаи расположения $A(i)$ и $A(k)$ в ${}^1R_l^{\Phi}$

$A(i)$ и $A(k)$ лежат внутри $d\omega$				$A(i)$ и $A(k)$ не лежат внутри $d\omega$
Для всех $a(i)$ и $a(k)$ имеет место $r_i \geqslant r_k$	Для всех $a(i)$ и $a(k)$ имеет место $r_i \leqslant r_k$	Для всех r_k имеет место $r_k \leqslant r_0$ и существуют такие r_i, что $r_i > r_0$, или для всех r_i имеет место $r_i \geqslant r_0$ и существуют такие r_k, что $r_k < r_0$	Для всех r_i имеет место $r_i \leqslant r_0$ и существуют такие r_k, что $r_k > r_0$, или для всех r_k имеет место $r_k \geqslant r_0$ и существуют такие r_i, что $r_i < r_0$	
1	2	3	4	5

Рассмотрим в таком ${}^1R_l^{\Phi}$ два текущих геологических события $\psi(i)$ и $\psi(k)$ со следами $A(i)$ и $A(k)$. Пусть $d\omega$ есть больший из телесных углов $d\omega(i)$ и $d\omega(k)$, под которыми видны $A(i)$ и $A(k)$ из начала геоцентрической системы координат. Обозначим через $a(i)$ точки $A(i)$, через $a(k)$ — точки $A(k)$, через r_i и r_k — расстояния от начала координат до точек $a(i)$ и $a(k)$. Выделим случаи расположения $A(i)$ и $A(k)$ в ${}^1R_l^{\Phi}$, указанные в табл. 4.1.1. В случаях 1 и 3 будем говорить, что $A(i)$ расположено выше $A(k)$, считая, что $t^*(i) < t^*(k)$, а в случаях 2 и 4 будем говорить, что $A(i)$ расположен ниже $A(k)$,

[3] Разумеется, следует предполагать, что эти условия сформулированы независимо от условий «распространения видов ископаемых остатков».

полагая, что $t^*(i) > t^*(k)$. Пусть за счет случаев 1, 2, 3 и 4 удалось получить

$$t^*(i_1) < t^*(i_2) < \ldots < t^*(i_m). \tag{4.14}$$

Рассмотрим $t(p)$ и $t(q)$, отвечающие таким $A(p)$ и $A(q)$, расположение которых дается случаем 5. Будем говорить, что $A(p)$ ограничено сверху (снизу), если на основе случаев 1, 2, 3 и 4 можно из (4.1.4) выбрать такое $t^*(i_p)$, что $t(p) < t(i_p)$

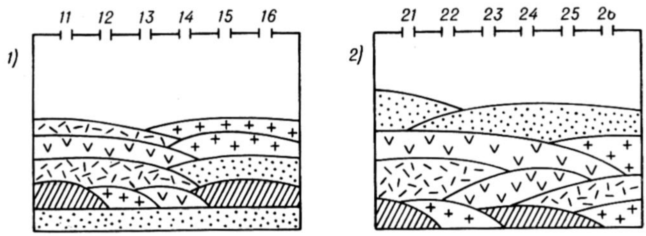

Рис. 4.1.2.

1) сосуд 1, 2) сосуд 2.

$(t(p) > t(i_p))$. Назовем $t^*(i_p)$ плотной оценкой сверху (снизу) для $A(p)$, если в 4.1.4. на основе случаев 1, 2, 3 и 4 нельзя найти такого $t^*(i_k)$, что $t^*(p) < t^*(i_k) < t^*(i_p)$ $(t(i_p) < t(i_k) < < t(p))$. Пусть $t^*(i_{p''})$ — плотная оценка сверху для $A(p)$, $t^*(i_{p'})$ — плотная оценка снизу для $A(p)$, $t^*(i_{q''})$ — плотная оценка сверху для $A(q)$, а $t^*(i_{q'})$ — плотная оценка снизу для $A(q)$. В случае, если $t^*(i_{p''}) = t^*(i_{q''})$ и $t^*(i_{p'}) = t^*(i_{q'})$, будем говорить, что $A(p)$ и $A(q)$ лежат на одном уровне, полагая, что $t(p) = t(q)$. Иначе говоря, два геологических тела $A(p)$ и $A(q)$, находящиеся в нормальном геологическом пространстве ${}^1R_l^{\Phi}$, оказываются одновозрастными, если они накрыты одним и тем же $A(i)$, лежат на одном и том же $A(j)$, $A(p)$ и $A(q)$ не лежат друг на друге и известно, что $A(i)$ лежат выше $A(j)$.

По определению, будет считаться, что нормальное ${}^1R_l^{\Phi}$ таково, что все $\psi(i)$ в нем могут быть полностью упорядочены на основании обобщенного закона последовательности напластования, т. е. с помощью случаев 1, 2, 3 и 4, а также плотных оценок сверху и снизу.

5. Рассмотрим два плоских сосуда с отверстиями (рис. 4.1.2). Предположим, что через отверстия (i, k) можно засыпать «осадочный материал» $\varkappa_1, \varkappa_2, \ldots, \varkappa_n$ в произвольной последователь-

ности, каждый раз подмешивая в «осадочный материал» порошки $\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_m$. Положим, что такая процедура засыпки осуществлена, после чего в сосуде 2 произвольным образом проведено «перемешивание пластов». Можно ли на основе анализа порошков в «пластах» в сосудах 1 и 2 привести сосуд 2 в тот (или «близкий») вид, который он имел до «перемешивания пластов»? Какие минимальные условия следует наложить в этих целях на процедуру подмешивания порошков $\eta_1, \eta_2, \ldots$ $\ldots, \eta_m$? Несложные рассуждения показывают, что эти требования таковы:

(1) Начать подмешивать порошок η_p можно только один раз.

(2) Если при засыпке в отверстие (i, k) подмешивался порошок η_p, то нельзя при дальнейшей засыпке в отверстие (i, k) подмешивать порошок η_q, $q < p$.

В соответствии с законом Долло и понятием биологического вида именно таким требованиям удовлетворяют процессы захоронения «биологических видов» [54, 55, 69, 113]. Легко видеть, что таким требованиям будет удовлетворять любая часть «биологического вида» [4]. Это позволяет выделить в стратиграфических целях более мелкие подразделения, чем «биологический вид». Этим же условиям будет удовлетворять и любая совокупность «биологических видов», интервалы времени существования которых «перекрываются», что позволяет выделить в стратиграфических целях более крупные подразделения, чем «биологические виды». Это рассуждение показывает, что нет никаких оснований ориентироваться именно на «биологический вид», безнадежно затрудняя себе задачу необходимостью реконструкции биологических функций организмов, подчас по плохо сохранившимся остаткам [69]. По-видимому, в палеонтологии фактически так и поступают, хотя всегда апеллируют к понятию «биологического вида».

Видимо, в стратиграфических целях сейчас гораздо выгоднее поставить задачу построения α-классификации-перечисления (глава II, § 2, п. 3) «палеонтологических видов ископаемых остатков» так, чтобы на заданной совокупности нормальных ${}^1R_l^{\Phi}$ можно было доказать, что процессы захоронения данных классов «ископаемых остатков» действительно удовлетворяют требованиям (1) и (2). Такая задача требует предварительного решения ряда вопросов. Например, если η^+ — произвольный класс «ископаемых остатков», то какие требования следует наложить на его распространение в данной совокупности нор-

[4] Например, совокупность особей одного пола.

мальных ${}^1R_l^{\Phi}$, чтобы можно было считать, что процесс его захоронения удовлетворяет требованиям (1) и (2) и этот класс является «палеонтологическим видом» ?[5]. Если η^+ и η^{++} — два «палеонтологических вида», то каким требованиям должно удовлетворять размещение их в данной совокупности нормальных ${}^1R_l^{\Phi}$, чтобы можно было, положим, из пяти возможных соотношений между интервалами их «времени существования», изображенных на рис. 4.1.3, выбрать одно [6]?

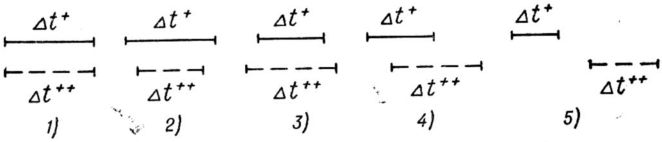

Рис. 4.1.3.

По-видимому, без ответа на такие вопросы нет надежды математически освоить то, что сейчас связано с «относительным возрастом». Если ответы были бы найдены, то создание любой стратиграфической шкалы можно было свести к решению системы неравенств, по-видимому, не всегда однозначному.

Заметим, что если все необходимое было проделано и мы могли бы совершенно точно выделить и однозначно упорядочить даже «биологические виды», все равно не имелось бы никакой возможности приписать отдельному интервалу «времени существования» Δt^+ какое-либо численное значение и осуществить привязку по шкале, в частности потому, что, как известно, Δt^+ и его привязка являются сложными функциями локальных обстановок прошлого [42, 51, 52, 95] [7].

По этой причине представления о длительности «основных периодов» в истории Земли («неоген», «палеоген», «мел»,..., «ар-

[5] Элементарным рассуждением можно показать, что если η^+ является «палеонтологическим видом» для данной совокупности нормальных ${}^1R_l^{\Phi}$, то η^+ может оказаться не «палеонтологическим видом» для другой совокупности нормальных ${}^1R_l^{\Phi}$. Понятие «палеонтологического вида» должно быть относительно.

[6] Простым рассуждением можно показать, что если Δt^+ и Δt^{++} с учетом данной совокупности нормальных ${}^1R_l^{\Phi}$ находятся в соотношении 1), то для другой совокупности нормальных ${}^1R_l^{\Phi}$ они могут оказаться, положим, в соотношении 4). Понятие о соотношении интервалов «времени существования» Δt^+ и Δt^{++} тоже относительно.

[7] Различного рода соображения о «скорости миграции», как можно убедиться, не помогают делу.

хей») есть в значительной мере фикция [23] . Для того чтобы приписать Δt^+ численное значение и осуществить привязку по шкале, надо суметь измерить «геологическое время» независимо от закона последовательности напластований и всего, что так или иначе из него выводится.

6. В последнее время интенсивно развиваются различные методики измерения «абсолютного возраста» [23, 91, 99]. Как известно, они основаны на измерении содержания дочернего и материнского изотопов радиоактивных элементов в «горных породах». При этом используются предположения о «сохранении структуры вещества», слагающего «горную породу», от момента «закладки» материнского изотопа до момента измерения; об отсутствии дочернего изотопа в момент «закладки» материнского изотопа; об отсутствии потерь и приобретении дочернего и материнского изотопа; о постоянстве скорости превращения материнского изотопа в дочерний. Даже для того узкого класса «горных пород», для которых экспериментальные процедуры измерения отношения дочернего изотопа к материнскому удается провести корректно, хотя бы и с большой относительной погрешностью [8)], истолкование результатов на основе проверки исходных предположений составляет и, вероятно, будет составлять значительную сложность, как и геологическое толкование любой другой физической модели. По этой причине, по-видимому, во-первых, нельзя считать, что существующие сейчас измерения «абсолютного возраста» позволяют нам толковать «геологическое время» удовлетворительно строго, во-вторых, сомнительно, что измерение «абсолютного возраста» может подменить то, что могла бы давать стратиграфия. В связи с последним вопросы пересмотра исходных концепций стратиграфических построений встают особенно остро.

§ 2. О «генезисе» в геологии

1. Принято считать, что установление «генезиса» геологических объектов является одной из основных задач геологии [75]. Под установлением «генезиса» данного геологического объекта обычно понимают выяснение того, из чего, как и при каких условиях он образовался. Те вопросы, которые призвана решать геология, можно разделить на вопросы гносеологического плана и вопросы прикладного характера. По-видимому, в гносеологическом плане установление «генезиса» действитель-

[8)] Для тех «горных пород», в которых количество дочернего и материнского изотопа «достаточно велико».

но является центральной задачей геологии, но какую роль играет «генезис», когда речь идет о вопросах прикладного характера?

2. В настоящее время в геологии на поставленный вопрос дается категорический ответ: «генезис» является основной целью и наиболее универсальным, наиболее эффективным средством решения всех вопросов геологии. Иногда «генезис» толкуется и как единственное научно обоснованное средство для решения этих вопросов. Так обстоит дело, когда речь идет, положим, о «прогнозировании» полезных ископаемых [1, 2, 33, 48, 88] или проведении «структурных» построений [10] [9].

Поскольку достаточно веских аргументов в пользу такого категорического ответа обнаружить не удалось и поскольку с общих позиций существование единственного и эффективного средства для решения широкого круга вопросов геологии мало вероятно, а также учитывая, что наши принципиальные возможности для объективного решения «генетических» проблем крайне ограничены, можно рискнуть обсудить некоторые вопросы, связанные с «генезисом» в геологии.

3. По-видимому, прежде всего необходимо выяснить, какие требования следует предъявить к тем «генетическим» теориям, которые мы строим, как сейчас строятся «генетические» теории, как можно наиболее эффективно строить такие теории. Нет сомнения, что эти вопросы связаны с вопросами эффективного внедрения математических методов и ЭВМ в геологию.

4. В настоящее время нет ни одного класса геологических объектов, относительно генезиса которого не существовало бы двух «теорий». Например, для нефтей созданы многочисленные «теории» органического и неорганического происхождения. Если заранее не оговорены требования, которым должны отвечать «генетические» теории, то их можно сопоставлять между собой только посредством голосования сторонников. Можно пытаться сформулировать эти требования привычным для нас образом: потребовать, чтобы «генетические» теории «удовлетворительно» объясняли наблюдаемые факты, чтобы они помогали или позволяли «решать» различные задачи. Опыт показывает, что подобная формулировка требований также приводит к голосованию сторонников. Что значит «удовлетворительно»? Что значит «решать»? Сторонники, положим, неорганического происхождения нефти убеждены, что они «удовлетворительно» объясняют наблюдаемые факты и их «теория» позволяет «решать»

[9] Иногда даже утверждают, что без «отчетливых представлений о генезисе в геологии никакое моделирование невозможно».

задачи поисков нефти. То же самое считают и сторонники органического происхождения нефти. Если мы хотим избежать такого негодного средства, как голосование, и если мы хотим добиться развития «генетических» теорий, а не увеличения их числа, то нам следует иначе сформулировать требования, которые необходимо предъявлять к «генетическим» теориям. Прежде всего, необходимо потребовать, чтобы они были формальными. Только тогда из этих теорий будут вытекать доказуемые следствия и можно будет говорить о их сопоставлении, использовании и развитии.

По-видимому, в принципе возможны две генетические теории, которые совершенно различно объясняют наблюдаемые факты и которые являются эквивалентными в смысле своей эффективности для решения ряда практических геологических задач. В настоящее время, опираясь на органическую «теорию» происхождения нефтей, мы «в среднем» сравнительно успешно ведем поиски нефти. Возможно, что «в среднем» то же самое имело место, если бы мы опирались на неорганическую «теорию» происхождения нефти. Вероятно, в принципе возможна генетическая теория, которая «хорошо» объясняет наблюдаемые факты и «плохо» помогает решению практических задач, так же как в принципе возможна генетическая теория, которая «плохо» объясняет наблюдаемые факты, но позволяет «хорошо» решать практические задачи. Если договориться считать эквивалентными две любые неформальные «генетические теории», то тем самым мы получим возможность обратить основное внимание на их внутреннее совершенствование, а не на взаимное разрушение.

5. Как известно, в настоящее время «генетические теории» в геологии строятся неформальным образом. В основе их лежат наблюдаемые факты, а также некоторые неявным образом сформулированные гипотезы и интуиция. Используемые гипотезы связаны с наличием соответствия между некоторыми признаками, которыми обладает в настоящее время данный геологический объект, и тем процессом, который обусловливает эти признаки.

«Генетические теории» можно разбить на два класса: детерминированные, когда соответствие предполагается однозначным, и вероятностные, когда соответствие не предполагается таковым. По-видимому, внутри каждого из классов следует выделить по две группы: к первой относятся те «теории», которые не связаны с построением модели процесса, а связаны только с наблюдением процесса; ко второй относятся те «теории», которые связаны с построением модели процесса.

Подавляющее большинство «генетических теорий» относится к первому классу и к первой группе. Наблюдая некоторый быстро протекающий физический, химический или биологический процесс и регистрируя те признаки объектов, которые он порождает, мы полагаем, что эти признаки, по крайней мере частично, могут быть порождены таким и только таким процессом [10]. В статье [94] отмечается: «Когда исследователь имеет дело с мореной, да еще покоящейся на обтертом, отполированном ложе с ледниковыми штрихами, его выводы о наличии в данном пункте в прошлом оледенения однозначны и бесспорны, ибо никакие другие процессы, кроме оледенения, не порождают такого комплекса литологических признаков. Точно так же, когда литолог встречает в разрезе гипсы или соли (каменные или калийные), его вывод о наличии в данном пункте в прошлом засушливых условий бесспорен и однозначен; не менее доказательно для констатации гумидных условий обнаружение ясно выраженной коры химического выветривания с каолином в ней, бокситов, железных, марганцевых руд, углей, ибо все эти породы, как мы сейчас хорошо знаем, возникают только при гумидном режиме. Таким образом, приведенные литологические данные отличаются тем, что дают однозначные бесспорные решения и могут поэтому использоваться для реконструкции палеоклиматов совершенно уверенно.

Иначе обстоит дело с органическими осадками, как наземными, так и морскими. Вывод о принадлежности к тропической зоне эоценовой западноевропейской растительности базируется обычно на общем сходстве ее состава и габитуса с современной тропической флорой юго-востока Азии. На первый взгляд такое заключение кажется хорошо обоснованным, но в действительности дело обстоит совсем не так. Сходство флор указывает лишь на сходство экологических условий их произрастания: близкие температуры года, сходную влажность. И то и другое, однако, не обязательно должно реализоваться в одном и том же географически климатическом поясе. В настоящее время высокие температура и влажность Юго-Восточной Азии приходятся на тропический влажный пояс. Но в другой эпохе такая же температура и влажность могли локально существовать севернее, в субтропиках; такая возможность не только не исключается, но и действительно реализовалась в эоцене Западной Европы.

---

[10] Обычно такой подход связывают с актуализмом. По поводу актуализма см., например, G o n l d S. T. Js uni formitariansm necessary? — Amer. J. Sci., 1965, **263**, № 3.

Другой пример. Годичные кольца роста свойственны древесине как в умеренно влажном поясе, так и сухих субтропиках, у первых они обусловлены сменой холодного и теплого сезонов, у вторых — сухого и влажного; различить достоверно сухой и влажный климаты только по строению древесины невозможно. Еще хуже обстоит дело с организмами морскими. Излюбленные палеоклиматологами колониальные кораллы обитают как в морях засушливой области (Красное море), так и в морях влажных (Индийский океан, запад Тихого океана). То же относится и к фузулинам, лепидоциклинам, нуммулитам, археоциатам и другим группам известьвыделяющих организмов геологического прошлого.

Все эти формы, несомненно, теплолюбивые, но различать по ним гумидные тропические условия от аридных субтропических или влажных субтропических совершенно невозможно. Таким образом, в отличие от литологических данных материалы палеонтологические не дают возможности однозначно решать по ним вопросы климатического режима, а при упрощенных сопоставлениях с современным органическим миром могут приводить (и приводили на деле) к грубым ошибкам». В действительности же никаких бесспорных суждений, опирающихся только на экспериментальный материал, получить, конечно, нельзя [11]). Эти теории носят условно-объяснительный характер. По-видимому, такие «теории» могут быть использованы лишь как своеобразный код, который позволяет «генерализовать» описание объектов, а также как своеобразный способ «оправдания» гипотез, которые приходится принимать.

Например, имея в виду железорудные месторождения, мы говорим: железные руды можно встретить среди морских, озерных, болотных, реже речных отложений; морские отложения должны обладать признаками формирования их на небольшой глубине, в заливах и проливах; отложения, вмещающие железные руды, часто характеризуются присутствием продуктов вы-

---

[11]) Принимая в рамках органической теории происхождения нефти, что первичная миграция углеводородов в осадочной толще хорошо описывается процессом диффузии, можно показать, что в результате такого процесса должна иметь место так называемая закономерность В. А. Успенского, т. е. содержание «битумоидов» в различных точках изучаемого геологического тела не должно при бесконечно большой длительности процесса зависеть от концентрации в этих точках органического вещества. Из этого, однако, не следует, что во всех геологических телах, в пределах которых выполняется закономерность В. А. Успенского, протекали процессы первичной миграции углеводородов, так как в той же теории показано, что биохимическое разложение органического вещества в «диагенезе» может также приводить к закономерности В. А. Успенского.

ветривания в области сноса или признаками подводного вулканизма; залежи железных руд чаще всего располагаются в основании толщ, обладающих признаками трансгрессивного залегания, но не в той части разреза, где фиксируются признаки непосредственной близости береговой линии моря, а в некотором удалении от него и т. д. Естественно, что все это можно изложить, хотя и длиннее, и на языке наблюдаемых признаков, а нужной краткости добиться за счет символики [12].

Например, выбирая направление поисков полезного ископаемого, мы принимаем гипотезу о его источнике, оправдывая ее «генезисом». Ясно, что такую гипотезу можно было бы заменить гипотезой об отношении соседства и вложения тел, оправдывая ее предыдущим опытом.

6. По-видимому, по поводу наиболее эффективного построения «генетических» теорий можно сказать только следующее. Речь может идти о построении теории «генезиса» только такого класса геологических объектов, который безупречно с формальных позиций выделен, изучен и описан, независимо от каких-либо «генетических» концепций. Поскольку речь идет о геологических объектах, процесс образования которых в принципе нельзя наблюдать, никакой чисто эмпирический подход для построения «генетических» теорий невозможен. Можно надеяться только на аксиоматический подход. Поскольку систему аксиом можно выбирать различным образом, прежде чем приступать к построению «генетической» теории, необходимо выработать критерии экспериментальной проверки такой аксиоматической теории. Естественный путь проверки заключается в проверке следствий, вытекающих из теории. Это означает, что в нашем распоряжении должны быть некоторые теоретические представления, полученные независимо от «генезиса», проверенные экспериментально, которые можно было бы получить и из «генетической» теории.

7. Рассмотрим кратко, как сейчас используются «генетические» представления, например, при «прогнозировании осадочных рудных месторождений» [80]. Оказывается, что для «прогнозирования» таких «месторождений» необходимо установить:

(а) «особенности тектонического режима региона и его палеорельеф»,

---

[12] Правда, при этом возникают трудности, связанные с тем, что, например, о морских отложениях мы знаем только то, что в них встречается морская фауна, а о морской фауне можем сказать только то, что она встречается в морских отложениях.

(b) «к какой климатической зоне относилась данная область: к полярной, умеренного климата, жаркой влажной или жаркой сухой и т. д.»,

(c) составить «палеогеографические карты» с выделением на них в «зонах седиментации морских, прибрежно-морских, лагунных, континентальных и др. фаций».

При этом важно установить: «1) расположние основных элементов древнего рельефа — возвышенностей, низин, древних речных долин, других ложбин стока, озерных впадин, мест локализации карста и т. д.; 2) относительные высоты основных элементов рельефа, их соотношение друг с другом; 3) характеристику морфологии возвышенных территорий, равнин, ложбин стока и т. д. В областях размыва необходимо знать состав материнских пород или, другими словами, характер источника полезного компонента и геохимические особенности области питания и т. д.».

Если эти вопросы выяснены (они выясняются на основании фактического материала и многочисленных предположений и гипотез о физико-химических и биологических процессах, которые, по мнению исследователя или групп исследователей, имели место на этой территории в прошлом), то далее, как предполагается в работе [80], на основании представлений о «генезисе» полезных ископаемых (он выясняется на основании прошлого опыта открытия «полезных ископаемых» на «территориях», которые были изучены аналогичным образом, как и данная «территория», а также с учетом многочисленных предположений и гипотез о физико-химических и биологических процессах, которые, по мнению исследователя или групп исследователей, могли привести к образованию «полезных ископаемых») можно судить о «приуроченности месторождений полезных ископаемых к эпохам с определенным климатом, определенным тектоническим режимом, а в их пределах к определенным фациальным зонам бассейнов седиментации и т. д.» и тем самым «осуществить прогнозирование на полезные ископаемые в пределах территории».

Прокомментируем эту схему. Обозначим через G^0 (T_0) «физико-химико-биолого-географическую обстановку», которая наблюдается нами в настоящее время T_0 на данной «территории» R_0. Тогда (a), (b) и (c) можно истолковать как переход от G^0 (T_0) к G^0 (T), где T — «геологическое время» (§ 1). Если даже ухитриться истолковать T как вполне корректную переменную, то переход от G^0 (T_0) к G^0 (T) можно понимать, в лучшем случае, как определение функции G^0 (T) по ее значению в одной единственной точке T_0. Обозначим через $G_k^{Q_i}$ «обстановки», в которых в соответствии с «генезисом» могло образоваться «полезное ископаемое» Q_i. Предлагаемая в работе [80] процедура «прогнозирования» на Q_i в R_0 сводится к «выяснению» того, имеется ли такое T', что $G^0(T') = G_k^{Q_i}$. Если такое T' имеется, то R_0 объявляется «перспективной» на Q_i.

По-видимому, даже при очень большом желании нельзя признать, что привлечение «генетических» представлений является заведомо самым лучшим, что можно придумать для «прогнозирования рудных осадочных месторождений» [13].

8. Естественно, что можно по-разному толковать «научно обоснованное» средство, ясно, что сейчас «генезис» выступает как «наиболее универсальное» и «наиболее эффективное» средство «прогнозирования» полезных ископаемых, в том смысле, что никаких других средств у нас нет. Однако, видимо, было бы полезно поискать и другие средства.

Представляется, что из всех геологических задач именно «генетические» задачи являются самыми сложными. Увязывать решение многих практических задач геологии, более простых, с «генетическими» задачами, более сложными, значит сводить простое к сложному. Такую операцию нельзя оправдать никакой спецификой. Именно против такой операции неоднократно выступал, например, Н. С. Шатский [105], подчеркивая, что установить закономерности размещения полезных ископаемых проще, чем их генезис, оперировать этими закономерностями гораздо эффективнее, чем генезисом.

§ 3. К теории геологического картирования

1. Геокартирование [5, 20, 25, 28, 40, 64, 81, 102] сейчас принято считать самостоятельной и важной отраслью геологии. Чаще всего говорят, что «геологическое картирование рассмат-

[13] Есть основания полагать, что переход от $G^k(T_0)$ к $G^k(T)$, как операция определения функции по известному ее значению в одной единственной точке, даже если ее сделать за счет каких-то сильных предположений осмысленной, не дает для сопоставления R^k никаких преимуществ. Если $G^i(T_0) = G^j(T_0)$, то при любых корректных предположениях будет иметь место $G^i(T) = G^j(T)$. Кроме того, можно подозревать, что для эмпирической проверки «генезиса» Q_i потребно такое количество экспериментального материала, такое m, что любая статистическая схема непосредственного упорядочивания R^k, $k = 0, 1, 2, \ldots, m$, по вероятности обнаружения Q_i будет давать вполне уверенный результат. Учтем, что схема, основанная на «генетических» представлениях, требует не только знания «генезиса» Q_i, но и «генезиса» вмещающих его и соседствующих с ним геологических тел.

ривает способы выявления и изображения общего геологического строения местности» [5] [14]. С формальных позиций геокартирование в таком понимании следует, по-видимому, рассматривать как особый способ сбора, хранения и обработки геологической информации. Естественно, что без обстоятельного учета особенностей этого способа затруднительно говорить об эффективном внедрении математических методов и ЭВМ в геологию. Предпримем попытку обсудить с формальных позиций некоторые вопросы геокартирования.

2. Начнем с уточнения понятия «геологическая карта».

К настоящему времени известно значительное количество модификаций определения этого понятия, которые с формальных позиций эквивалентны тем геологическим определениям, о которых говорилось ранее (глава III, § 1, п. 1), а с содержательных позиций почти эквивалентны такому определению: «Геологическая карта является графическим выражением всей суммы знаний о геологическом строении, а также распространении и условиях залегания полезных ископаемых» [81].

Отметим, что в картографии чаще всего используется следующее определение: «Географическими картами называют уменьшенные, обобщенные, математически определенные изображения земной поверхности на плоскости, показывающие размещение, состояние и связи различных природных и общественных явлений, отбираемых и характеризуемых в соответствии с назначением каждой конкретной карты» [31, 77].

Проведенные исследования показали, что наиболее подходящим будет следующее определение:

Геологическая карта есть графическое изображение модели геологического пространства ${}^1R_l^{\Phi}$ (глава III, § 2, пп. 6, 7) [15].

Преимущества этого определения будут видны из дальнейшего. Сейчас отметим только два частных, но важных обстоятельства: во-первых, оно позволяет найти простой аналог геологической карте (графическое изображение $\varphi(l)$, $l \in L$, где L — произвольная кривая); во-вторых, оно позволяет разбить процедуру построения геологической карты на два этапа:

---

[14] Иногда говорят, что «геологическое картирование есть совокупность исследований, имеющих целью изучить геологическое строение и геологическую историю района и составить его геологическую карту» [81].

[15] Естественно, что изображение может выполняться на прямой, на кривой, на плоскости, на поверхности, в пространстве. Принято его выполнять на прямых и плоскостях. Ясно, что такое изображение может быть либо «точным», либо «приближенным».

(1) Построение модели ${}^1R_l^\Phi$, $\widetilde{R} \to \overline{R} \to {}^1R_l^\Phi$ (глава III, § 2, п. 6) [16].

(2) Построение ${}^1r_m^\Phi$ — графического изображения модели ${}^1R_l^\Phi$, $m \leqslant l$.

3. Рассмотрим вопрос о классификации геологических карт. Четкого решения этого вопроса пока нет. Геологические карты сейчас подразделяют по «масштабу»: «обзорные» (мельче $1:10^6$), «мелкомасштабные» ($1:10^6$ и $1:5\cdot10^5$) и т. д.; по «содержанию»: «собственно геологические или геолого-стратиграфические», «литологические (петрографические)», «фациально-палеогеографические», «тектонические», «структурные», «полезных ископаемых», «четвертичных отложений», «геоморфологические», «гидрогеологические», «инженерно-геологические», «геофизические» и т. д. Кроме того, геологические карты разделяют по «детальности изображения», которая зависит от «масштаба карты и сложности геологического строения и от сложности рельефа местности» [5] [17].

Заметим, что в картографии сейчас принято различать карты по «территориальному охвату», «по содержанию», «по масштабу», «по назначению», «по способу использования» [31].

По-видимому, наиболее целесообразно классифицировать геологические карты исходя из [18]:

(a) общих свойств модели ${}^1R^{l\Phi}$,

(b) способов перехода от модели ${}^1R_l^\Phi$ к ее графическому изображению ${}^1r_m^\Phi$, ${}^1R_l^\Phi \Rightarrow {}^1r_l^\Phi$,

(c) особенностей процесса построения модели ${}^1R_l^\Phi$, $\widetilde{R}_l^\Phi \to \overline{R}_l^\Phi \to {}^1R_l^\Phi$,

(d) целевого назначения карты.

Вопросы разделения ${}^1R_l^\Phi$ по общим свойствам для сколько-нибудь тонкого подхода требуют очень сложного абстрактного аппарата [58, 116]. Желая избежать привлечения такого аппа-

[16] Разумеется, не исключается возможность использования любых способов построения ${}^1R_l^\Phi$, в том числе графических, которые сейчас и являются общепринятыми.

[17] Например, территория СССР «по степени сложности геологического строения» делится [27, 32, 36, 90] на три «категории». В частности, к первой, оказывается, относятся районы «с простым геологическим строением, с горизонтальным или очень пологим залеганием слоев, с простой либо хорошо изученной сложной стратиграфией, с однообразным литологическим содержанием пород, с устойчивым характером фаций».

[18] Последовательность деления выбрана так, чтобы она была наиболее близка к традиционной. Вообще говоря, следовало бы принять другой порядок: (c), (a), (b) и (d).

рата, ограничимся простейшим подходом к ${}^1R_l^\Phi$. Будем различать ${}^1R_l^\Phi$ по мерности, $l = 1, 2, 3$, по списку свойств Φ и $\Delta\Phi$— принятой точности определения свойств $\varphi_i \in \Phi$ (глава III, § 2, п. 2)[19].

Пусть $\lambda\ ({}^1r_m^\Phi)$ — размер ${}^1r_l^\Phi$, а $\lambda\ ({}^1R_l^\Phi)$ — размер ${}^1R_l^\Phi$ (глава III, § 4, п. 3). Способы перехода ${}^1R_l^\Phi \Rightarrow {}^1r_m^\Phi$ будем различать по масштабу с помощью параметра $(1 : \lambda\ ({}^1R_l^\Phi)/\lambda\ ({}^1r_m^\Phi)\ 10^{l-m})$, а также по точности: если возможен обратный переход ${}^1r_m^\Phi \Rightarrow {}^1R_l^\Phi$, то способ перехода будем называть точным, если же обратный переход невозможен, то такой способ перехода назовем неточным.

Заметим, что для сколько-нибудь сложных моделей ${}^1R_l^\Phi$, как легко убедиться, выполнить точный переход ${}^1R_l^\Phi \Rightarrow {}^1r_m^\Phi$ не представляется возможным, и поэтому использование графического изображения всегда ведет к искажению модели.

Геологический опыт показывает, что с точки зрения процесса построения модели ${}^1R_l^\Phi$ необходимо различать геологические карты по «достоверности основы», которая определяется ${}^1\widetilde{R}_l^\Phi$ (глава III, § 2, п. 3) и априорными представлениями о ${}^1R_l^\Phi$, иначе говоря, количеством точек наблюдения и точностью измерений свойств в ${}^1R_l^\Phi$, а также теорией, связанной с данным классом ${}^1R_l^{\Phi'}$[20]. Условимся разделять геологические карты по «достоверности основы» с помощью коэффициента изученности $\overline{\eta}\ (\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_k, \widetilde{R}_l^\Phi) \equiv \overline{\eta}\ (\widetilde{R}_l^\Phi)$ (глава III, § 12, п. 3). Как было показано, $\overline{\eta}\ (\widetilde{R}_l^\Phi)$ обладает следующими важными свойствами:

1) изменяется от нуля до единицы;
2) не убывает при возрастании числа точек наблюдения;
3) не убывает при увеличении точности измерений;
4) зависит от расположения точек наблюдения;
5) зависит от априорных представлений о «сложности» ${}^1R_l^\Phi$, интервалов изменения φ_i, и скорости изменения φ_i, $\varphi_i \in \Phi$.

Представляется крайне важным, что $\overline{\eta}\ (\widetilde{R}_l^\Phi)$ дает численную оценку «достоверности основы» карты.

---

[19] Ясно, что подход очень груб. Необходимо было бы учесть, с какими $\varphi_i \in \Phi$ имеем дело: всюду непрерывными, почти всюду непрерывными в ${}^1R_l^\Phi$, с ограниченной производной или неограниченной производной по координатам и т. д.

[20] Сейчас это учитывается таким путем. Исходя из разделения районов на «категории» и из «масштаба съемки», даются «рекомендации» по нормам протяженности маршрута, количеству точек на 1 *кв. км* и пр.

Следует полагать, что необходимо разделять геологические карты на:

правильные, когда процесс построения модели ${}^1R_l^\Phi$, $\widetilde{R}_0^\Phi \to \to R_0^\Phi \to {}^1R_l^\Phi$, выполняется по определенным формальным правилам;

неправильные, когда этот процесс выполняется без указания таковых правил.

Поскольку геологические карты, как и всякие теоретические построения, должны преследовать определенные цели [21], естественно различать:

геологические карты-иллюстрации, которые строятся только для того, чтобы дать наглядное представление о ${}^1R_l^\Phi$, что крайне полезно для обозрения таких ${}^1R_l^\Phi$, которые велики по λ $({}^1R_l^\Phi)$;

геологические карты-номограммы, которые строятся для графического проведения различных логических и вычислительных операций.

Отметим, что неправильная геологическая карта не может быть номограммой независимо от всех прочих показателей, в частности $\bar{\eta}$ $({}^1R_l^\Phi)$. Заметим также, что не всякая правильная геологическая карта обязательно является номограммой. Для того чтобы она была таковой, необходимо дополнительно формально определить те логические и вычислительные операции, которые можно с ее помощью производить, иначе говоря, построить соответствующие алгоритмы.

Правильные геологические карты, которые не являются номограммами, условимся называть формально бесполезными.

Необходимо также отметить, что доказательное сопоставление между собой любых иллюстративных геологических карт, даже одинаковых по $\bar{R}_0^\Phi$, есть операция, строго говоря, невозможная [22].

[21] В работе [25] отмечается, что геологическую карту можно толковать «как средство для сопоставления на больших пространствах земной поверхности различных объектов; средство для того, чтобы, получив представление об их формах, размерах и положении, удобно сравнить эти данные и судить о пространственных соотношениях».

[22] Естественно, что аналогично тому, как была построена схема упрощенного математико-логического анализа двух и большего числа классификационных построений (глава II, § 5, пп. 3, 4), можно построить подобную схему для анализа двух и большего числа геологических карт, одинаковых по $\widetilde{R}_0$, «территориальному охвату». Это можно сделать так: каждую карту из набора можно «разрезать» на части в соответствии с различными выделенными на ней областями и свести их к набору классификационных построений («легенд»), провести их анализ, затем рассмотреть

4. Рассмотрим используемые сейчас процедуры, связанные с построением геологических карт. Традиционное описание этих процедур можно найти [7, 16, 26, 59, 60, 61, 62, 63, 66, 76, 83, 100, 103]. Отметим следующее. Как уже говорилось в п. 2, процесс построения геологической карты удобно разбивать на два этапа:

(1) построение модели ${}^1R_l^\Phi$, $\widetilde{R}_0^\Phi \to \widetilde{R}^\Phi \to {}^1R_l^\Phi$;

(2) построение графического изображения ${}^1r_m^\Phi$, ${}^1R_l^\Phi \Rightarrow {}^1r_m^\Phi$.

Существенное различие этих этапов в следующем.

Этап (1) является неалгоритмизируемым [4]. Для процедур построения моделей пока неизвестно какой-либо полной теории, да ее, по-видимому, и не может быть. Можно надеяться для этапа (1) выработать только некоторые необходимые, но не достаточные требования. Этап (1) существенно зависит не только от $\widetilde{R}_0^\Phi$, фактического набора данных, но и от принимаемых априорных представлений и гипотез, без которых этап (1) нельзя реализовать, а также поставленных целей. Существующие разработки по приближению, интерполяции и экстраполяции функций [11, 29, 109, 110] [23] дают только необходимые, но далеко не достаточные предпосылки для проведения этапа (1).

Этап (2) является чисто формальным. Для него уже имеется достаточно развитая теория [22, 39, 43, 79].

Естественно, что смешивать эти два этапа крайне невыгодно. При принятом сейчас подходе эти этапы смешиваются. Символически обычная поцедура может быть изображена так:

$$\begin{array}{l}\widetilde{R}_0^\Phi \\ \big\lfloor\!\!\longrightarrow \widetilde{r}_0^\Phi \longrightarrow {}^1r_m^\Phi.\end{array}$$

Здесь $\widetilde{R}_0^\Phi$ отвечает набору фактических данных, $\widetilde{r}_0^\Phi$ — карте фактического материала, ${}^1r_m^\Phi$ — геологической карте. Такой подход к построению геологической карты обусловлен двумя обстоятельствами: во-первых, тем, что в геологии не было развитых аналитических приемов построения и представления моделей; во-вторых, тем, что в геологии пока не имелось возможности формально записать принимаемые перед построением карты априорные предположения и гипотезы, а также формально фиксировать поставленные цели.

геометрические отношения между выделенными областями. Общие выводы, разумеется, будут подобны указанным выше (глава II, § 5, п. 5).

[23] Смотри также D e v i s P. J. Interpolation and approximation. Blaisdell publishing Company, N. У., 1963.

Поясним эти соображения следующим примером. Положим, нас интересует карта кривой L (рис. 4.3.1), которую мы хотим представить на прямой L_0. Будем считать, что нас интересует только одно свойство $\varphi(l)$, $l \in L$.

В данном случае $\widetilde{R}_0^\Phi$ будет представлять собой набор точек $\{l_i\}$ и набор значений $\{\varphi(l_i)\}$. При подходе в два этапа потребуется:

(1) построить $\varphi(l)$, $l \in L$, исходя из $\{l_i\}$ и $\{\varphi(l_i)\}$, для чего, естественно, необходимо сделать какие-либо предположения относительно $\varphi(l)$, а также ввести некоторое отношение неотличимости (глава II, § 2, п. 1) на точках $l \in L$ с целью разбиения L на области $\{L_k\}$, для чего могут потребоваться, опять-таки, некоторые предположения;

(2) установить соответствие между $l \in L$ и $l_0 \subset L_0$ и изобразить на L_0 области $\{L_0^k\}$.

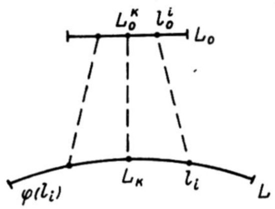

Рис. 4.3.1.

При подходе в один этап потребуется установить соответствие между $l_i \in L$ и $l_0^i \in L$, построить графически $\varphi(l_0)$, исходя из $\{l_0^i\}$ и $\{\varphi(l_0^i)\}$, а также разбить графически L_0 на $\{L_0^k\}$. Ясно, что и здесь нам, вообще говоря, требуются такие же предположения, о которых речь шла выше , но здесь создается впечатление, что можно обойтись и без них, опираясь на наглядность и привычки. Зависимость результатов построения моделей от априорных предположений и гипотез обычно выражается так: «Особенностью геологической карты является то, что на ней изображаются не только непосредственно замеренные объекты, расположенные на поверхности, но и объекты скрытые, присутствие которых только предполагается. Работая над составлением карты, анализируя наблюденные данные, геолог приходит к той или иной гипотезе о геологическом строении района. Эта гипотеза получает отображение на карте. Часто бывает, что при одних и тех же данных и одном и том же масштабе и целевых установках геологи составляют карты, сильно отличающиеся друг от друга, так как придерживаются различных рабочих гипотез» [5]. Это крайне важное обстоятельство не учтено в обычных формулировках понятия «геологическая карта», что и заставило дать новую более отвечающую существу дела формулировку.

Исходя из анализа традиционных способов построения геологических карт, можно утверждать, что все существующие карты являются иллюстративными и не пригодны для доказательных рассуждений. Разумеется, это нисколько не умаляет их значения как средства, помогающего нам привычным путем принимать решения. До тех пор, пока не окажется возможным подменить существующие геологические карты чем-либо более корректным с формальных позиций, они будут занимать важное место в процессе принятия решений. Следует также учитывать, что именно опыт создания геологических карт является практически единственной надежной основой, на которой можно пытаться строить объективные геологические модели.

5. Субъективизм геологических карт, в результате которого дорогостоящая геологическая информация в известном смысле оказывается испорченной, а также громоздкость и дороговизна их ручного построения заставляют искать новые пути для получения геологических карт. В настоящее время известно значительное количество работ, в которых «для построения карт» привлекаются математические методы и ЭВМ (смотри приложение I).

Естественно, что наибольшие успехи достигнуты при реализации на ЭВМ этапа, связанного с графическим изображением уже готовой модели геологического пространства. В такого рода работах, по-видимому, нет никаких принципиальных трудностей. Значительно хуже обстоит дело с реализацией на ЭВМ этапа, связанного с построением самой модели геологического пространства. Этот этап сейчас рассматривается с крайне узких позиций. Отсутствует геологическое обоснование для принимаемых априорных предположений, отсутствуют четкие формулировки используемых гипотез, нет формальной фиксации целей и нет четко сформулированных алгоритмов по использованию карт. Эти карты оказываются формально бесполезными (п. 3). Практически дело сводят к построению функции $\varphi(x)$ в области X по ее значениям φ_i в точках $x_i \in X$. Как правило, предварительно определяют с помощью каких-либо искусственных приемов значения $\overset{*}{\varphi}_i$ в точках $\overset{*}{x}_i$, которые являются узлами некоторой правильной сети в X, затем строят $\varphi(x)$, полагая, что $\varphi(x)$ может быть представлена, положим, в виде полинома [114], или считая, что $\varphi(x)$ удовлетворяет какому-либо уравнению, например уравнению Лапласа [70, 73]. То обстоятельство, что эти крайне важные для геологии работы ведутся в таком одностороннем направлении, обусловлено, вероятно, двумя причинами:

во-первых, современным состоянием геологических знаний [70], во-вторых, переоценкой содержательных геологических возможностей уже разработанных приемов приближения, интерполяции и экстраполяции функций [11, 29, 109, 110].

По-видимому, следовало бы иметь в виду, что выбор способов приближения, интерполяции и экстраполяции функций существенно зависит от того, какие операции в дальнейшем предполагается над ними совершать. При построении геологических моделей существенно учитывать, что нас, как правило, интересуют не операции дифференцирования и интегрирования, которые обычно имеются в виду, а операции элементаризации и разбиения геологического пространства (глава III, § 5).

При попытках использования ЭВМ для построения геологических карт важно учитывать, к чему в конечном счете мы стремимся: к тому, чтобы научиться строить с помощью ЭВМ такие карты, которые были бы как можно больше «похожи» на карты, построенные вручную, или к тому, чтобы получить такие карты, которые позволяли бы проводить логические и вычислительные операции? По-видимому, стремление к «похожести» приведет к получению иллюстраций, полезность которых будет в высшей степени проблематичной. Получение же карт, позволяющих проводить логические и вычислительные операции, требует предварительной формальной разработки широкого круга теоретических вопросов геологии. При этом возникает на первый взгляд парадоксальный вопрос: а нужны ли будут нам карты, если мы научимся строить их корректно? Зачем проводить операции графически, если их можно проводить аналитически? Кто доказал, что графический способ представления моделей геологического пространства является единственно возможным или наилучшим? Он нагляднее, привычнее, но наверняка хуже с точки зрения обработки информации на ЭВМ, чем любые аналитические способы: карты громоздки, грубы и очень неудобны для снятия данных с помощью ЭВМ. Этот важный вопрос был впервые поднят, видимо, в работе [78]. Однако предложенный в статье [78] ответ, опирающийся на крайне ошибочное суждение о том, что «... карты представляют собой особый объективный метод количественного анализа явлений и процессов, непосредственно не поддающихся математической оценке», мало убедителен. Геологические карты следует рассматривать как такой способ представления моделей, который очень хорош для иллюстративных целей, но в более серьезных целях он может оправдать себя только в простейших случаях. По-видимому, это можно было бы крайне просто доказать в случае географических карт, если бы удалось формально изложить проблемы «генерализации» [19, 45, 68].

6. Из предыдущего видно, что геокартирование можно понимать в двух смыслах:

либо как область знаний, разрабатывающую способы представления заданных геологических моделей и способы проведения операций над ними,

либо как область знаний, занимающуюся, сверх того, и построением геологических моделей.

Вторая трактовка представляется неприемлемой: геокартирование подменяет собой всю теоретическую геологию. Если считать, что задачи геокартирования заключаются в разработке способов представления заданных геологических моделей и способов проведения операций над ними, то не следует все сводить только к графике. В настоящее время наибольший интерес представляют аналитические способы, которые дают возможность учитывать значительно больший объем фактических данных и удобны для современных средств обработки информации.

Приложение I

Бамбалдоков Н. Механизация картографического производства. Сб. статей по картографии, 1960, № 2 (Болгария).

Баранов А. Н. На XIX Международном географическом конгрессе и X Генеральной ассамблее Международного географического союза. «Геодезия и картография», 1961, № 1.

Белоусов И. М., Козлов Н. М., Ямпольский А. Д. О новой методике статистической обработки материалов промера морского дна. «Океанология», 1965, т. 5, вып. 1.

Бикмор Д. П. (Оксфордский университет, Англия). Об автоматической системе в картографии. Матер. XX Междунар. географ. конгр. в Лондоне, 1964.

Бикмор Д. П., Бойль А. К. Оксфордская система автоматической картографии. Матер. техн. симпозиума Междунар. картограф. ассоциации в Эдинбурге, 1964.

Бочаров М. К., Николаев С. А. Математико-статистические методы в картографии, 1957.

Бусалаев И. В. О приложении методов статистического описания случайных полей и характеристике рельефа земной поверхности. «Изв. АН. КазССР», серия энерг., вып. 2/18, 1960.

Васмут А. С. К вопросу автоматизации чертежно-оформительских работ за рубежом. «Геодезия и картография», 1963, № 9.

Васмут А. С., Мартыненко А. И. Считывающие устройства в картографии. «Геодезия и картография», 1964, № 12.

Васмут А. С., Петров Г. Н. и др. К вопросу автоматизации воспроизведения названий и внемасштабных условных знаков. «Геодезия и картография», 1965, № 1.

Денисов К. Н. Автоматизация расчета сеток сферических и сфероидических окружностей и гипербол на ЭЦВМ (Для морских карт). Тр. ЦНИИ морского флота, вып. 55, 1964.

Зайдель А. Р. Построение карт изотерм на основе решения уравнения теплопроводности. Тр. НИЛнефтегаз, вып. 10, 1963.
Зверев Н. И., Пурганская И. П. Практические приемы разложения полей метеорологических элементов по полиномам Чебышева. Тр. Центр. ин-та прогнозов, вып. 123, 1963.
Иванов В. В. О программировании отбора населенных пунктов на топографических картах. «Геодезия и картография», 1964, № 2.
Иванов В. В. О некоторых возможностях автоматизации составления топографических карт. «Геодезия и картография», 1965, № 1.
Комков А. М. О XX Международном географическом конгрессе и техническом симпозиуме Международной картографической ассоциации. «Изв. вузов», Геодезия и аэрофотосъемка, 1965, № 1.
Копрова Л. И., Малкевич М. С. Об эмпирических ортогональных функциях для оптимальной параметризации профилей температуры и влажности (атмосферы). Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, 1965, т. I, № 1.
Костриц Н. Б. Научно-техническая конференция по картографии, Ленинград, 12—13 мая 1964 года. Изв. Всес. геогр. об-ва, № 6, 1964.
Лавров Н. П. Перспективы автоматизации составления и подготовки к изданию географических карт. Матер. XX Междунар. географ. конгр. Лондон, 1964.
Маловичко А. К. Методы аналитического продолжения аномалий силы тяжести и их приложения к задачам гравиразведки. М., Гостоптехиздат, 1956.
Рожков В. А., Васильев В. Н. Применение цифровой вычислительной машины для аппроксимации дискретных полей. Тр. Океанограф. ин-та, вып. 86, 1965.
Стрижевский Л. Н. Об оптимальной фильтрации метеорологических полей. Тр. Центр. ин-та прогнозов, вып. 146, 1965.
Тоблер В. Автоматизация в изготовлении специальных карт (США). Матер. техн. симпозиума Междунар. картограф. ассоциации в Эдинбурге, 1964.
Червяков В. А. Влияние количественных определений по картам на тесноту корреляционных связей. Вестн. МГУ, География, 1964, № 4.
Червяков В. А. Картографический способ определения формы и тесноты корреляционных связей. Вестн. МГУ, География, 1964, № 5.
Червяков В. А. Особенности определения корреляционных связей по географическим картам. (Автореф. канд. дисс.). Изд-во МГУ, 1964.
Яковлева Н. И., Мещерская А. В. Анализ барического поля над северным полушарием методом разложения по естественным ортогональным функциям. Тр. Главн. геофиз. обсерватории, вып. 168, 1965.
Automatic mapmaking. — Instrum. Practice, 1964, vol. 18, №9.
Automation in map — making.— Process Control and automat. 1964, vol. 11, № 9.
Beaton R. J., Stirling R. C. Automation of ocean charting.— Internat Hudrogr. Rev. 1964, vol. 41, № 1.
Bedient H., Neilon. J. Automatic production of metodological contour charts.— Conference on data handling, reduction and interpretation in geophysics. Yorktown Heights, 1962.
Bencini Piero. La macchine calcolatrici electroniche. Loro applicazioni a colcoli geodetici e topografici.— Bull. geod. e sci. affini, 1964, **23**, № 1.
Bertram Sidney. Automatic map compilation.— Photogramm. engineering, 1963, 29, № 1.

Bertram S. The automatic map compilation system.— Photogramm. engineerinq, 1963. 29, № 4.
Bicmore D. P., Boyle A. R. An automatic system of cartography. Edinburgh, 1964.
Blumberg Donald F. Mapping — a new field for computer technology.— Data Process. Manad. 1964. 6, № 2.
Cain J., Neilon J. Automatic mapping of the geomagnetic field.— J. of Geophysical Research, 1963, 68, № 16.
Demeter Edward R. Latest advances in automatic mapping.— Photogramm. engineering, 1963, 29, № 6.
Flächener mittlungsautomat für das Ablesen von Flukarten.— Elektronik, 1964, 13, № 3.
Forgotson J. M. How cumputers help find oil.— Oil and Gas J., 1963, 61, № 11.
Gigas Erwin. Automation in der Kartografie.— Polygraph, 1962, 15, № 15.
Haseman L. I. Rapid military mapping.— Surv. and Mapping, 1964, № 2.
Hedbom Olaf. From manual to automated plotting of thematic maps.— Internat. Jarb. Kartogr., 1962, Bd. 2.
Horwood Edgar M., Rogers Clark D. Electronic mapping research and development.— Highway Res. Board Bull., 1962, № 347.
Ienke George F. Generalization in statistical mapping — Ann. Assoc. Amer. Geographer, 1963, 53, № 1.
Maling Derek H. Quelques idées sur la généralisation cartographique au point de vue quantatife.— Bull. Comm. franç. cartogr., 1963, № 17.
Modern map making.— Brit. Communs. and Electron., 1964, 11, № 9.
Murphy Mary. Will automation work for maps? — Spec. Libr., 1963, 54, № 9.
Nordberck Stig. Framställning av kartor med hjälp av siffermaskiner.— Handl. Byggforskn, 1964, № 44.
O' Brien L. I. A method employed by the Canadian Army for mapping Arctic areas with electronic computer assistance.— Canad. Surveyor, 1964, 18, № 1.
Roberts James A. The topographic map in a world of computers.— Profess. Geographer, 1962, № 6.
Schumacher Ernst. Kartographische Anwendung der photomechanischen Stichstä rkenwandlung.— Vezöff. Dtsch. geod. Kommiss. Bayer Akad. Wiss., 1961, B, № 75.
Szörènyi János. Konferencia a geodeziai és kartografiai munkák automatizálasárról. — Geod. és Kartogr., 1962, 14, № 1.
Thomas Kenneth A. The San Juan Island project: cataloging maps by mechanized techniques.— Bull. Geod. and Map Div. Spec. Libr. Assoc., 1963, № 54.
Tobler Waldo R. Automation in the preparation of thematic maps. Edinburgh, 1964.

§ 4. К теории поиска полезных ископаемых

1. Как известно, общей теории поиска полезных ископаемых сейчас в геологии не существует. По каждому виду полезного ископаемого опыт геологических исследований позволил выработать ряд эмпирических приемов, часть из которых удалось объяснить с позиций существующих «генетических» пред-

ставлений, что привело к построению различных «методик оценки перспективности», «методик поисков» и т. д. Важность и актуальность задач поиска полезных ископаемых, а также легко уловимая аналогия между этими задачами и другими уже решенными задачами поиска (поиск противника в военном деле, поиск неисправностей в схеме в радиотехнике и т. д.) привели к многочисленным попыткам решения этих задач с помощью методов математической статистики, теории вероятности, теории информации, дискретного анализа и т. д. По-видимому, наиболее удачными были попытки, связанные с теорией вероятности и теорией информации [6, 46, 71, 92, 95, 108, 111, 112, 115]. Несмотря на то, что эти попытки имеют значительную историю [12], они практически не оказали какого-либо влияния на практику поиска полезных ископаемых. Одна причина, надо думать, ясна. Эти попытки базировались (и базируются) на неформализованных представлениях геологии. Получаемые решения, одетые частично в геологическую, а частично в математическую форму, в такой же мере определенные и в такой же степени обоснованные, как и обычные геологические решения, не могли (и не могут) конкурировать с привычными подходами. Как полагают опытные геологи-поисковики, имеется и еще одна причина, которая, по их мнению, заключается в том, что аналогия между задачами поиска полезных ископаемых и другими задачами поиска является только видимой, во всяком случае недостаточно полной.

2. Вопрос полноты аналогии между задачами поиска полезных ископаемых и другими задачами поиска следовало бы рассмотреть в первую очередь. Для решения этого вопроса необходимо пройти следующие этапы:

(1) Записать в принятых «генетических» терминах те соображения, которыми руководствуется геолог при поисках различных полезных ископаемых в районах, где нет указаний на проявления этих полезных ископаемых.

(2) Записать эти соображения только в принятых структурно-вещественных терминах (§ 2, п. 5).

(3) Используя язык главы III, записать эти соображения в формальных терминах.

(4) Получить общую формальную трактовку задачи поисков полезного ископаемого на языке главы III.

Этапы (1), (2) и (3) были пройдены на случай двух типов «осадочных» полезных ископаемых:

полезные ископаемые, для которых, по существующим представлениям, источником может служить гидросфера (кальций, натрий, железо);

полезные ископаемые, для которых, по существующим представлениям, источником питания гидросфера служить не может (алюминий, марганец, медь).

В результате этапов (1), (2) и (3) удалось убедиться, что аналогия между задачами поиска полезных ископаемых и другими задачами поиска действительно не является полной. Образно говоря, прежде чем искать неисправности «схемы», приходится проводить «освещение» в «здании», искать «комнаты», где такие «схемы» могут находиться, дополнительно проводить в эти «комнаты» особое «освещение», отбирать определенный класс «схем» и только после этого искать в «схемах» специальные «неисправности». Опираться же приходится на предшествующий заведомо недостаточный со статистических позиций опыт, относящийся к другим «городам», «классам» и «схемам».

В целях проверки логической схемы, полученной за счет этапов (1), (2) и (3), была рассмотрена история поисков фосфоритов в геосинклинальных отложениях Сибири. Поскольку оказалось, что при строгом следовании такой схеме фосфориты в геосинклинальных отложениях Сибири найти не удалось бы, пришлось в эту логическую схему внести некоторые коррективы.

Результаты этапа (4) можно пытаться сформулировать так. Пусть заданы геологическое пространство R_l и полезное ископаемое Q_i. С Q_i можно связать списки свойств $\Phi_{k(i)}$ и представить R_l в виде ${}^1R_l^{\Phi k(i)}$. В ${}^1R_l^{\Phi k(i)}$ можно провести элементаризацию вплоть до λ, выделив последовательность классов геологических тел $D_k^i(1)$, $D_k^i(2),\ldots, D_k^i(n)$ такую, что затраты по обнаружению $D_k^i(j)$ убывают с уменьшением значка j, причем $D_k^i(j-1)$ и $D_k^i(j)$ оказываются достаточно тесно связанными в ${}^1R_l^{\Phi k(i)}$ отношениями включения, исключения или соседства, а $D_k^i(n)$ таков, что Q_i может рассматриваться как его включение (глава III, § 8, п. 7). Для R_l и Q_i требуется подобрать $\Phi_{k(i)}$ такой, чтобы затраты на обнаружение $D_k^i(n)$ через посредство обнаружения $D_k^i(1)$, $D_k^i(2),\ldots, D_k^i(n-1)$ были бы минимальны.

Естественно, что такая общая формальная трактовка задачи поиска полезных ископаемых представляет еще очень малую ценность, хотя и показывает, что решение таких задач следует искать опираясь на работы [53, 104]. Попытки получить более плодотворную постановку задачи поиска полезного ископаемого Q_i даже на случай R_1, которое представляет собой прямую, оказались пока безуспешными. Есть веские основания полагать, что для получения такой постановки задачи поиска полезных ископаемых предварительно необходимо значительно развить те результаты, которые были изложены в главе III, а также пересмотреть понятие «залежи полезного ископаемого», толкование факта обнаружения «залежи полезного ископаемого», толкование процедур «подсчета», определения «категорийности и нормирования запасов полезного ископаемого» результаты по выбору «рациональной разведочной» сети. Некоторые моменты, связанные с таким пересмотром, которые уже затрагивались в работе [24], мы обсудим далее.

Сейчас же ограничимся обсуждением одной модельной поисковой задачи. Положим, что в нашем распоряжении имеются одинакового формата ящики, в которые плотно вложены по $(i+1)$ листу фанеры. Будем считать, что 1-й лист фанеры разрезан на k частей, 2-й — на k^2 частей и т. д. до i-го листа, который разрезан на k^i частей. Разрезы проведены так, что k частей l-го листа составляет одну часть $(l-1)$-ого листа. Под каждой частью i-го листа на $(i+1)$-ом листе вырезано отверстие, куда можно заложить одну фишку. Будем считать, что фишки могут быть m сортов. Положим, что каждый p-ый из n заготовителей эталонных ящиков имеет право, по своему усмотрению, окрашивать каждую из частей листов фанеры в одну из q_p красок и закладывать r_p фишек. По каждому p-ому эталонному ящику изготовляется S_p его образцов. Всего в нашем распоряжении оказывается $S=\sum\limits_{p=1}^{n} S_p$ ящиков. Для того чтобы извлечь какую-либо фишку из любого ящика, необходимо вытащить из него не менее i частей листов фанеры. Положим, что стоимость вытаскивания одной части l-го листа фанеры, независимо от раскраски, равна α^l. Спрашивается, можно ли указать алгоритм, который гарантирует извлечение из S ящиков всех фишек и который минимизирует затраты на такое извлечение?

3. Задачи «подсчета, определения категорийности и нормирования запасов полезных ископаемых» рассматриваются уже много лет [47]. Известные решения этих задач с теоретических и практических позиций не признаются сейчас удовлетворительными [3, 13, 15, 106]. Если обратиться, например, к нефти и газу, то можно выяснить следующее. Анализ последней инструкции ГКЗ [38] показывает, что разделение запасов нефти и газа на «промышленные», «перспективные» и «прогнозные», а также выделение категорий A, B, C_1, C_2 и групп D_1, D_2 проводится с чисто описательных позиций. Можно убедиться, что различные формулы подсчета запасов нефти и газа по категориям A, B, C_1, связанные с «объемным» методом, методом «кри-

вых падения дебитов и давлений», методом «материального баланса углеводородов» [35], являются чисто эмпирическими и для всех этих формул сейчас нельзя указать области применимости и нельзя дать оценку их погрешности. Известно, что для категории C_2 и групп D_1, D_2 по нефти и газу нет сколько-нибудь общепринятых способов подсчета запасов [34, 44, 57, 65, 67]. Что же касается задачи нормирования запасов нефти и газа, то она до сих пор не имеет однозначной трактовки [30, 50, 96, 97, 98]. В связи с этим, как известно, существует значительный произвол в определении категорий и групп запасов нефти и газа, допускаются неконтролируемые ошибки при подсчете запасов этих полезных ископаемых по любым категориям и группам, существует значительный произвол в нормировании запасов нефти и газа.

По-видимому, отмеченные недостатки в значительной мере связаны с отсутствием формального определения понятия «залежи полезного ископаемого», отсутствием формального толкования факта обнаружения «залежи полезного ископаемого», что не позволяет корректно сформулировать задачи по подсчету, определению категорийности и нормированию запасов полезных ископаемых с учетом геологических и экономических требований (в частности, неравноценности ошибок в сторону завышения и в сторону занижения запасов полезных ископаемых).

Естественно, что попытку внести хотя бы некоторую ясность в вопросы подсчета, определения категорийности и нормирования запасов полезных ископаемых следует начинать с рассмотрения достаточно простого модельного примера, избегая по возможности применения каких-либо сложных математических конструкций.

4. Рассмотрим отрезок $[-h, h]$ прямой X. Предположим, что в некоторых точках x_i внутри $[-h, h]$ проведены измерения значений функций

$$\varphi_1(x_i),\ \varphi_2(x_i),\ \ldots,\ \varphi_s(x_i). \tag{4.4.1}$$

Будем считать, что выбраны некоторые процедуры интерполяции и экстраполяции, за счет которых на основе (4.4.1) можно построить совокупность функций

$$\varphi_1(x),\ \varphi_2(x),\ \ldots,\ \varphi_s(x), \quad x \in [-h, h]. \tag{4.4.2}$$

Будем предполагать, что любая $\varphi_l(x)$ из (4.4.2) является почти всюду непрерывной в $[-h, h]$. Используя (4.4.2), проведем элементаризацию $[-h, h]$ (глава III, § 5, п. 2), что позволит разбить $[-h, h]$ на такие участки, внутри которых любая $\varphi_i(x)$ из (4.4.2) будет непрерывной. Установим на основе (4.4.2) некоторую процедуру описания полученных участков (например, по средним значениям $\varphi_i(x)$ из (4.4.2). На множестве полученных участков определим некоторую систему признаков U (глава II, § 1, п. 3), на основе которой построим α-классификацию-перечисление участков (глава II, § 2, п. 2). Отметим, что в U могут входить, в частности, и признаки, связанные с положением участков относительно некоторых фиксированных точек $\overset{*}{x}_k$.

Условимся через a обозначать участки, через $l(a)$ — их длину, через A — множество участков. Разделим A на два подмножества A^+ и A^- таких, что $l(a) \geqslant l_0$, если $a \in A^+$, и $l(a) < < l_0$, если $a \in A^-$. Разделим A^+ на такие два подмножества A^+_+ и A^+_-, что в A^+_+ входят те a, которые находятся целиком в $[0, h]$, а в A^+_- входят все другие $a \in A^+$.

Рассмотрим $a \in A^+_+$. Такие a можно, во-первых, занумеровать слева направо, во-вторых, каждому такому a приписать номер класса, используя $[A : U]$ (глава II, § 2, п. 3). Таким образом, каждому $a \in A^+_+$ можно приписать символ $a(\alpha, \beta)$, где α — целое число, характеризующее положение a внутри $[0, h]$, а β — целое число, характеризующее класс из $[A : U]$, к которому принадлежит a.

Пусть почти всюду непрерывная в $[-h, h]$ функция $\rho(x)$ отвечает плотности запасов полезного ископаемого ρ в $[-h, h]$. Будем предполагать, что $\rho(x)$ в $[-h, h]$ согласна с (4.4.2) (глава III, § 3, п. 11): если $\rho(x)$ в некоторой точке $x' \in [-h, h]$ терпит разрыв непрерывности, то всегда найдется по крайней мере одна такая $\varphi_i(x)$ из (4.4.2), которая тоже терпит разрыв непрерывности в $x' \in [-h, h]$. Это гарантирует непрерывность $\rho(x)$ внутри выделенных участков [24].

Предположим, что в $[0, h]$ выбрано N точек, которые являются внутренними по отношению к $a \in A^+_+$ и в которых были проведены измерения ρ. Каждому $a(\alpha, \beta) \in A^+_+$ можно сопоставить $l(\alpha, \beta)$ — длину, $N(\alpha, \beta)$—число точек, в которых были проведены измерения ρ, числа $x_1(\alpha, \beta), x_2(\alpha, \beta), \ldots, x_{N(\alpha, \beta)}(\alpha, \beta)$, отвечающие ко-

---

[24] Добиться непрерывности $\rho(x)$ можно иным путем. Если $\rho_0(x)$ — плотность запасов в $[-h, h]$, то можно ввести среднюю плотность запасов $\rho(x) = \frac{1}{a}\int\limits_x^{x+a} \rho_0(x)\, dx$.

ординатам точек измерений ρ в $a(\alpha, \beta) \in A_+^+$, числа $\rho_1(\alpha, \beta), \rho_2(\alpha, \beta), \ldots, \rho_{N(\alpha, \beta)}(\alpha, \beta)$, отвечающие результатам измерений ρ.

Введем параметр $N(\alpha, \beta)/l(\alpha, \beta) = N^0(\alpha, \beta)$. Используя этот параметр, разобьем A_+^+ на два подмножества $A_+^+(1)$ и $A_+^+(2)$, предполагая, что для $a(\alpha, \beta) \in A_+^+(1)$ выполнено $N^0(\alpha, \beta) \geqslant n(\alpha, \beta)$, а для $a(\alpha, \beta) \in A_+^+(2)$ выполнено $N^0(\alpha, \beta) < n(\alpha, \beta)$.

Множество участков $A_+^+(1)$ назовем множеством экспериментально изученных по $\rho(x)$ участков.

Для каждого $a(\alpha, \beta) \in A_+^+(1)$ на основании $x_i(\alpha, \beta)$ и $\rho_i(\alpha, \beta)$ можно получить отношения

$$\frac{|\rho_i(\alpha, \beta) - \rho_k(\alpha, \beta)|}{|x_i(\alpha, \beta) - x_k(\alpha, \beta)|} = \delta_l(\alpha, \beta) \tag{4.4.3}$$
$$i \neq k,\ i, k = 1, 2, \ldots, N(\alpha, \beta),$$

которые характеризуют перепады $\rho(x)$ в $a(\alpha, \beta) \in A_+^+(1)$ на единичных интервалах.

Для совокупности $a(\alpha, \beta) \in A_+^+(1)$, отвечающей различным значениям α и фиксированному значению β, можно построить статистические ряды по ρ

$$\rho_i(\beta),\ \gamma_i(\beta),\ i = 1, 2, \ldots, n(\beta), \tag{4.4.4}$$

и по δ

$$\delta_i(\beta),\ \vartheta_i(\beta),\ i = 1, 2, \ldots, m(\beta). \tag{4.4.5}$$

Здесь $\rho_i(\beta)$ и $\delta_i(\beta)$ — значение плотности запасов полезного ископаемого и значение перепада этой плотности на единичном интервале, вычисляемые с помощью некоторых дискретных шкал для ρ и δ, а $\gamma_i(\beta)$ и $\vartheta_i(\beta)$ — их эмпирические частоты.

Исходя из (4.4.4), можно вычислить среднюю плотность запасов полезного ископаемого ρ для любого β-го класса, представленного в $A_+^+(1)$,

$$\bar{\rho}(\beta) = \sum_{i=1}^{n(\beta)} \gamma_i(\beta)\, \rho_i(\beta). \tag{4.4.6}$$

Назовем a квазизалежью полезного ископаемого ρ, если $a \in A_+^+(1)$ и если a относится к такому классу β, представленному в $A_+^+(1)$, для которого в соответствии с (4.4.6) имеет место $\bar{\rho}(\beta) \geqslant \rho_0(\beta)$[25].

[25] Таким образом, вместо залежи полезного ископаемого, которая обычно толкуется как область, где плотность запасов полезного ископаемого превышает некоторую константу, вводится квазизалежь. Это свя-

Опираясь на (4.4.4), для каждой квазизалежи a, принадлежащей к β-му классу, можно определить постоянные $\rho_0^*(\beta)$ и $\rho_0^{**}(\beta)$ такие, что эмпирические вероятности событий $\rho_a < \rho_0^*(\beta)$ и $\rho_a > \rho_0^{**}(\beta)$, где ρ_a — плотность запасов полезного ископаемого ρ внутри a, будут меньше наперед заданной величины.

Используя (4.4.5), для каждой квазизалежи a, принадлежащей к β-классу, можно определить постоянную $c_0(\beta)$ такую, что эмпирическая вероятность события $\delta_a > c_0(\beta)$, где δ_a — перепад ρ на единичном интервале внутри a, будет меньше выбранной величины.

Постоянные

$$\rho_0^*(\beta),\ \rho_0^{**}(\beta),\ c_0(\beta) \tag{4.4.7}$$

условимся называть граничными параметрами β-ого класса квазизалежей.

5. Под обнаружением квазизалежи полезного ископаемого ρ в $[-h, 0]$ будем понимать процедуру выделения в $[-h, 0]$ за счет элементаризации $[-h, 0]$ по (4.4.2) некоторого участка a и установление факта, что данный участок a является квазизалежью [26].

6. Пусть обнаружена квазизалежь a полезного ископаемого ρ, которая относится к β-ому классу таких квазизалежей. Под запасами полезного ископаемого ρ в a будем понимать

$$P_a = \int_{x_1(a)}^{x_2(a)} \rho(x)\,dx, \tag{4.4.8}$$

где $x_1(a)$, $x_2(a)$ — граничные точки a. При построении оценок для (4.4.8) будем опираться на (4.4.7) и возможность проводить измерения ρ внутри a с некоторой погрешностью. Условимся (4.4.7) толковать как априорные сведения об a, а результаты измерений ρ внутри a — как апосториорные сведения об a. Кроме

зано с тем, что привычное толкование залежи полезного ископаемого не позволяет конструктивно истолковать факт обнаружения залежи. Действительно, если исходить из принятого определения залежи, то ее обнаружение предполагает установление факта, что во всех точках данной области плотность запасов превышает некоторую константу. Это крайне неудобно. В известном смысле, понятие квазизалежи, положим, нефти и газа будет эквивалентно используемому сейчас понятию ловушки нефти и газа.

[26] Таким образом, само определение квазизалежи оказывается существенно зависящим от экспериментального опыта в $[0, h]$, а ее обнаружение в $[-h, 0]$ также толкуется на основе экспериментального опыта в $[0, h]$.

того, к априорным сведениям об a отнесем постоянную $P_0(\beta)$, которая позволяет при $P_a \geqslant P_0(\beta)$ считать a балансовой, а при $P_a < P_0(\beta)$ считать ее забалансовой.

7. Результаты измерения ρ в некоторой точке $x' \in (x_1(a), x_2(a))$ условимся толковать как задание $\rho^*(x')$ и $\rho^{**}(x')$ таких, что

$$\rho^*(x') \leqslant \rho(x') \leqslant \rho^{**}(x'). \tag{4.4.9}$$

Условимся считать, что измеренное значение $\rho(x')$ можно определить так:

$$\rho_{\text{изм}}(x') = \frac{1}{2}[\rho^*(x') + \rho^{**}(x')]. \tag{4.4.10}$$

Предположим, что выбраны места для заложения 1-й, 2-й,... ..., k-ой точек, в которых проведены измерения (процедуру выбора мест заложения этих точек измерения пока оставим в стороне). Тогда, зная координаты точек измерения и используя результаты измерения, можно, во-первых, за счет перестройки статистических рядов (4.4.4) и (4.4.5) получить вместо (4.4.7)

$$\rho_i^*(\beta),\ \rho_i^{**}(\beta),\ c_i(\beta),\ i = 1, 2, \ldots, k, \tag{4.4.11}$$

во-вторых, построить оценки

$$\rho_i^*(x, \beta) \leqslant \rho(x) \leqslant \rho_i^{**}(x, \beta),\ i = 1, 2, \ldots, k. \tag{4.4.12}$$

Способ построения этих оценок иллюстрируется рис. 4.4.1, где

$$\operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{1}{c_0(\beta)}, \quad \operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{1}{c_1(\beta)}.$$

Исходя из (4.4.12), можно для P_a из (4.4.8) получить оценки

$$P_a^*(i) \leqslant P_a \leqslant P_a^{**}(i),\ i = 0, 1, 2, \ldots, k, \tag{4.4.13}$$

где

$$P_a^{**}(i) = \int\limits_{x_1(a)}^{x_2(a)} \rho_i^{**}(x, \beta)\, dx, \tag*{(4.4.14)$_1$}$$

$$P_a^{*}(i) = \int\limits_{x_1(a)}^{x_2(a)} \rho_i^{*}(x, \beta)\, dx. \tag*{(4.4.14)$_2$}$$

Можно убедиться, что оценки (4.4.13) являются монотонными кусочно-линейными функциями от i. При этом $(4.4.14)_1$ является невозрастающей, а $(4.4.14)_2$ — неубывающей. Характер этих функций иллюстрируется рис. 4.4.2 [27].

[27] Ср. с рис. XXXV, I, стр. 631 [89].

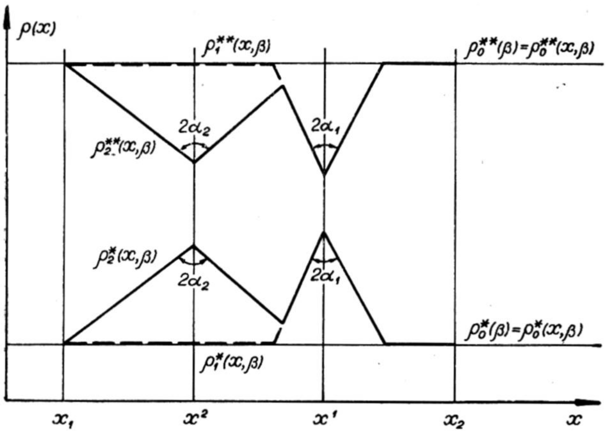

Рис. 4.4.1.

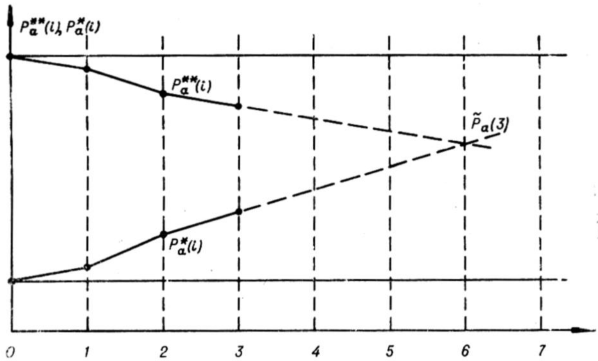

Рис. 4.4.2.

Очевидно, что при $i \to \infty$ должно иметь место

$$P_a^{**}(\infty) = P_a^{*}(\infty) = P_a, \tag{4.4.15}$$

если $\rho(x')$ измеряется в x' точно. Кроме оценок (4.4.14), за счет линейной экстраполяции можно получить асимптотические оценки

$$\tilde{P}_a(i),\ i = 1, 2, \ldots, k. \tag{4.4.16}$$

Способ их получения иллюстрируется на случай $i = 3$ рис. 4.4.2. Таким образом можно получить таблицу оценок, показанную в табл. 4.4.1. Исходя из знания постоянной $P_0(\beta)$, можно указать решающее правило для определения балансовости квазизалежи a полезного ископаемого ρ. Если при некотором i', $0 \leqslant i' \leqslant k$, окажется, что

$$P_a^*(i') \geqslant P_0(\beta), \qquad (4.4.17)$$

то a следует считать балансовой. Если же окажется, что

$$P_a^{**}(i') < P_0(\beta), \qquad (4.4.18)$$

то a следует считать забалансовой. Может оказаться, что при $0 \leqslant i' \leqslant k$ ни (4.4.17), ни (4.4.18) не реализуется. Тогда требуется увеличение числа точек измерений ρ.

Таблица 4.4.1

$P_a^*(0)$	$P_a^{**}(0)$	—
$P_a^*(1)$	$P_a^{**}(1)$	$\widetilde{P}_a(1)$
$P_a^*(2)$	$P_a^{**}(2)$	$\widetilde{P}_a(2)$
...	...	...
$P_a^*(k)$	$P_a^{**}(k)$	$\widetilde{P}_a(k)$

8. Поскольку процедура построения оценок для (4.4.8) зависит не только от числа точек измерений ρ, но и от мест расположения этих точек, следует рассмотреть способ выбора места расположения $(k+1)$-ой точки измерения ρ.

Используя (4.4.12), обозначим

$$\Delta\rho_i(x, \beta) = \rho_i^{**}(x, \beta) - \rho_i^*(x, \beta), \qquad (4.4.19)$$

и, привлекая (4.4.11), положим

$$\Delta\rho_{i-1}(\beta) = \rho_{i-1}^{**}(\beta) - \rho_{i-1}^*(\beta). \qquad (4.4.20)$$

Определим коэффициент изученности ρ в точке $x \in (x_1(a), x_2(a))$, при наличии i точек измерений ρ в $(x_1(a), x_2(a))$, формулой (глава III, § 12, п. 2)

$$\eta_i(\rho, x) = 1 - \frac{\Delta\rho_i(x, \beta)}{\Delta\rho_{i-1}(\beta)}. \qquad (4.4.21)$$

Под средним коэффициентом изученности в $(x_1(a), x_2(a))$, при наличии i точек измерений ρ в $(x_1(a), x_2(a))$, будем понимать

$$\overline{\eta}_i(\rho, X) = \frac{1}{x_2(a) - x_1(a)} \int\limits_{x_1(a)}^{x_2(a)} \eta_i(\rho, x)\, dx, \qquad (4.4.22)$$

соответствующий минимальный коэффициент определим так:

$$\widetilde{\eta}_i(\rho, X) = \min_{x \in (x_1(a),\, x_2(a))} \eta_i(\rho, x), \qquad (4.4.23)$$

а соответствующий максимальный коэффициент определим так:

$$\hat{\eta}_i(\rho, X) = \max_{x \in (x_1(a),\ x_2(a))} \eta_i(\rho, x). \tag{4.4.24}$$

Используя (4.4.21), определим в $(x_1(a), x_2(a))$, связные подмножества точек $X_1, X_2, .., X_r$, на которых $\eta_k(\rho\, x)$ достигает минимума. Из $X_1, X_2, \ldots, X_r$ выберем X_q такое, что $l(X_q) = \max\limits_{i=1,2,\ldots,r} l(X_i)$. Тогда место заложения $(k+1)$-ой точки измерения ρ можно будет определить как геометрический центр X_q. (Если q принимает несколько значений, то можно произвольно выбрать одно из них.) [28]

Процедуру выбора места заложения $(k+1)$-ой точки измерения ρ можно использовать, начиная с $k = 0$. Эта процедура приведет к построению разведочной сети, которая будет оптимальной в том смысле, что она гарантирует максимальные значения для (4.4.22) и минимальные разности между значениями (4.4.24) и (4.4.23).

9. Может оказаться, что, несмотря на выбор оптимальной разведочной сети и привлечение значительного числа точек измерения ρ, ни (4.4.17), ни (4.4.18) не реализуются. Тогда можно воспользоваться оценками $\widetilde{P}_a(i)$. Положим, что, например, оценки $\widetilde{P}_a(k-2)$, $\widetilde{P}_a(k-1)$ и $\widetilde{P}_a(k)$ отличаются между собой незначительно [29], тогда в (4.4.17) или (4.4.18) можно заменить $P_a^*(i)$ или $P_a^{**}(i)$, например, на $\widetilde{P}_a(k)$.

10. Предположим, что для выбранной квазизалежи a полезного ископаемого ρ после заложения k точек измерения ρ реализуется (4.4.17). Тогда встает задача оценки P_a таким образом, чтобы относительная ошибка в сторону завышения запасов a не превысила некоторого фиксированного числа процента $\alpha\ (\beta)$. В качестве расчетного запаса естественно принять

$$\overline{P}_a = \frac{1}{2}\,[P_a^{**}(k) + P_a^*(k)], \tag{4.4.25}$$

[28] В действительности, на случай, когда области X_i не являются одномерными, выбор места заложения $(k+1)$-ой точки измерения ρ сводится к решению такой задачи. Пусть G — открытая связная область, $\overline{G}$ — ее замыкание, $\Gamma = \overline{G}/G$ — ее граница. Расстояние между точками $a,\ b \in G$ будем обозначать $\rho(a,\ b)$. Найти множество $G' \subset G$, удовлетворяющее условию $\rho(g', \gamma) > d$, где $g' \in G'$, $\gamma \in \Gamma$.

[29] Отличие соизмеримо с погрешностью измерения $\rho(x)$ в $x \in (x_1(a), x_2(a))$.

при этом сформулированное выше требование можно будет записать в виде

$$\frac{P_a^{**}(k) - P_a^{*}(k)}{P_a^{**}(k) + P_a^{*}(k)} \leqslant d(\beta). \tag{4.4.26}$$

С учетом (4.4.14) условие (4.4.26) запишется в виде

$$d_a(k) = \int\limits_{x_1(a)}^{x_2(a)} \frac{\rho_k^{**}(x, \beta) - \rho_k^{*}(x, \beta)}{\rho_k^{**}(x, \beta) + \rho_k^{*}(x, \beta)}\, dx \leqslant d(\beta). \tag{4.4.27}$$

Для реализаци (4.4.27) может потребоваться заложение дополнительных точек измерения ρ.

11. Будем говорить, что квазизалежь a полезного ископаемого ρ, для которой после заложения k точек измерений ρ реализуется (4.4.17), относится к категории A, если (4.4.27) имеет место при $d(\beta) = 0{,}1$, к категории B, если (4.4.27) выполняется при $d(\beta) = 0{,}25$, к категории C_1, если (4.4.27) имеет место при $d(\beta) = 0{,}5$.

12. Пусть имеются квазизалежи a_1, a_2 и a_3 полезного ископаемого ρ, для которых после заложения соответственно k_1, k_2 и k_3 точек измерений ρ реализуется (4.4.17), а условие (4.4.27) выполняется соответственно при $d_1(\beta_1) = 0{,}1$, $d_2(\beta_2) = 0{,}25$, $d_3(\beta_3) = 0{,}5$. Иначе говоря, a_1, a_2, a_3 относятся соответственно к категориям A, B, C_1 и к классам β_1, β_2, β_3.

Определим процедуру нормирования запасов в a_1, a_2 и a_3 формулой

$$\bar{P}_{a_1 a_2 a_3} = \bar{P}_{a_1} + \bar{P}^H_{a_2} + \bar{P}^H_{a_3}, \tag{4.4.28}$$

где

$$\bar{P}^H_{a_2} = P^*_{a_2}(k_2)\,\frac{1}{1-0{,}1}, \quad \bar{P}^H_{a_3} = P^*_{a_3}(k_3)\,\frac{1}{1-0{,}1}, \tag{4.4.29}$$

а $\bar{P}_{a_1}$ определяется аналогично $\bar{P}_a$.

13. Рассмотренная принципиальная схема подсчета, определения категорийности и нормирования запасов полезных ископаемых, как представляется, отличается от известных схем [84] тем, что:

(1) опирается на формальный учет предшествующего геолого-экономического опыта (см. пп. 3, 5);

(2) основана па определении квазизалежи полезного ископаемого теоретико-вероятностного характера (см. п. 3);

(3) базируется на формальном истолковании процедуры обнаружения и описания квазизалежи полезного ископаемого в заданном формальном геологическом пространстве (см. п. 4);

(4) опирается на использование верхних, нижних и асимптотических оценок для запасов полезного ископаемого в целях выделения балансовых залежей (см. пп. 6, 8);

(5) базируется на разведочной сети, оптимальной в информационном смысле, так как (4.4.21) может быть истолкован как аналог информационного коэффициента [21] (см. п. 7);

(6) учитывает неравноценность ошибок подсчета запасов в сторону завышения и в сторону занижения запасов полезного ископаемого (см. п. 10);

(7) позволяет ввести объективные оценки для определения категорийности запасов полезных ископаемых (см. п. 11);

(8) дает возможность определить объективную процедуру нормирования запасов полезных ископаемых как подсчет практически достоверных в смысле ошибок в сторону завышения запасов (см. п. 12).

14. Представляется уместным сделать некоторые замечания по поводу «рациональных разведочных сетей». Вопрос о «разведочных сетях» является одним из центральных в теории поиска полезных ископаемых. Известно, что до сих пор этот вопрос решается практически «примитивным эмпирическим путем» [87]. Действительно, можно убедиться, что все известные попытки провести математический анализ «рациональных разведочных сетей» никак не могут претендовать на строгость и полноту. Это видно, например, из [14]. Можно думать, что это обстоятельство связано с отсутствием строгих определений «рациональности разведочной сети» и крайне узким математическим подходом к анализу «разведочной сети».

15. Что следует понимать под «рациональной разведочной сетью», например, в рассмотренной выше задаче подсчета запасов полезного ископаемого?

Представляется естественным считать, что такая сеть должна давать максимальную точность подсчета при минимальных затратах по сравнению со всеми другими сетями. Иначе говоря, она должна максимизировать некоторую функцию. Обозначим через $q\,[x, \Delta\rho(x)]$ стоимость измерения ρ в точке $x \in X$ с точностью $\Delta\rho(x) = \rho^{**}(x) - \rho^{*}(x)$. Можно полагать, что в нашем случае «рациональная разведочная сеть» должна давать максимум выражения

$$\zeta = \sum_{i=1}^{k}\left(1 - \frac{\Delta P_a(i)}{\Delta P_a(i-1)}\right)\frac{1}{q\,[x_i,\ \Delta\rho(x_i)]},$$

$$\Delta P(j) = P_a^{**}(j) - P_a^{*}(j),\ \ j = i,\ i-1. \qquad (4.4.30)$$

Отсюда, по-видимому, вытекает, что задачу о выборе «рациональной разведочной сети» надо ставить так, как ставилась задача в главе III, § 12, п. 5, а не так как ее обычно ставят [8, 37, 41, 49, 56, 72, 82, 86, 87].

16. В работах по построению «рациональных разведочных сетей» исторически сложились два направления: «математико-статистическое» и «функциональное» [85]. В работах первого направления измеряемая функция $f(x)$ представляется в виде статистического ряда $[\nu_k, f(x_k)]$, в работах второго направления измеряемая функция $f(x)$ толкуется как функция, обладающая некоторыми наперед заданными свойствами. Слабости работ первого и второго направлений хорошо известны[30]. Вероятно, более удачным было бы толкование $f(x)$ как двух статистических рядов $[\nu_k, f(x_k)]$ и $[\nu_k', f'(x_k)]$ (глава III, § 6, п. 2). По-видимому, представляет большой интерес рассмотреть задачу, о которой говорилось в гл. III, § 12, п. 5, когда относительно, положим, $\varphi_1(x)$ и $\varphi_2(x)$ принимаются «функциональные» априорные предположения, а относительно $\varphi_3(x)$ и $\varphi_4(x)$ принимаются «математико-статистические» априорные предположения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Абрамович М. В.* Поиски и разведка залежей нефти и газа. Госгеолтехиздат, 1948.
2. *Абрамович М. В.* Об оценке запасов перспективных и прогнозных площадей в складчатых и нефтегазоносных областях. «Геология нефти и газа», 1960, № 6.
3. *Ажикеев М. X.*, *Мурсалимов X. Ч.*, *Орлов А. И.*, *Поярков В. Э.* О ближайших задачах и возможностях повышения экономической эффективности геологоразведочных работ. «Советская геология», 1965, № 8.
4. *Айзерман М. А. и др.* Логика, автоматика, алгоритмы. Физматгиз, 1963.
5. *Апродов В. А.* Геологическое картирование. Госгеолтехиздат, 1952.
6. *Аркин И.* Равномерно-оптимальные стратегии в задачах поиска. Теория вероятностей и ее применение, 1963, т. 9, вып. 4.
7. *Афанасьев Г. Д. и др.* Принципы геологического картирования интрузивных и эффузивных формаций. «Изв. АН СССР», ИГЕМ, М., 1960.
8. *Бабушкин В. А.* Способы отбора проб и плотность их сети на Миргалимсайском месторождении. «Изв. вузов», Геология и разведка 1959, № 5.
9. *Баранский Н. Н.* Генерализация в картографии и в географическом текстовом описании. Уч. зап. МГУ, 1946, вып. 119.
10. *Белоусов В. В.* Структурная геология. Изд-во МГУ, 1961.

[30] Они подробно обсуждаются, например, в сб. «Оценка точности и определения параметров залежей нефти и газа». «Недра», 1965.

11. *Березин И. С., Жидков Н. П.* Методы вычислений. Т. I, М., Изд-во физ.-мат. лит., 1959.
12. *Билибин В. В.* Методы математической статистики в подсчете подземных запасов нефти. Баку, 1930.
13. *Богатырев А. С., Самойлов В. Ф.* Об основных направлениях и методах геолого-экономических исследований. БНТИ Госгеолкома СССР, 68 (1), 1965.
14. *Богацкий В. В.* Математический анализ разведочной сети. М., Гостехиздат, 1963.
15. *Бологов Л. А., Тарсаканова Т. М.* К вопросу рационального соотношения категорий балансовых запасов. БНТИ Госгеолкома СССР, 68 (1), 1965.
16. *Борисов А. А.* О методике и результатах работ по составлению региональной структурной карты Туркмении по геофизическим данным. «Прикладная геофизика», 1960, вып. 24.
17. *Борисов А. А.* Об эволюции земной коры в процессе тектогенза. «Изв. АН СССР», серия геол., 1964, № 2.
18. *Брандт С. Б.* Стохастическая модель геологического события. «Наука», 1964.
19. *Бубнов С. Н.* Основные проблемы геологии. Изд-во МГУ, 1960.
20. *Вебер В. Н.* Методы геологической съемки. Л. — М., ОНТИ, 1937.
21. *Вистелиус А. Б.* Задачи геохимии и информационные меры. Сов. геология, 1964, № 12.
22. *Волков Н. М.* Принципы и методы картометрии. М. — Л., Изд. АН СССР, 1950.
23. *Вопросы геохронологии.* Сб. статей. ИЛ, 1963.
24. *Воронин Ю. А.* К попытке модификации принципиальной схемы подсчета, определения категорийности и нормирования запасов полезных ископаемых. «Геология и геофизика», 1966, № 3.
25. *Высоцкий И. В.* Структурно-геологическая съемка. Гостоптехиздат, 1946.
26. *Гавриш В. К.* Метод палеоструктурного геологического анализа. Киев, «Наукова думка», 1965.
27. *Геологическое картирование.* В кн. «Спутник полевого геолога-нефтяника», т. I, Гостоптехиздат, 1954.
28. *Грилли Э., Вильямс X.* Методы геологической съемки. М.— Л., ОНТИ, 1933.
29. *Демидович Б. П., Марон И. А., Шувалова Э. З.* Численные методы анализа. М., Гос. изд-во физ-мат. лит., 1962.
30. *Добровольский М. Б.* К вопросу о нормировании извлекаемых запасов нефти категорий А, В и C_1. «Сов. геология», 1962, № 3.
31. *Егоров В. В., Соколов О. В., Тарновский Л. Ф.* Составление и редактирование карт. М., Геодезиздат, 1962.
32. *Единые нормы выработки на геологоразведочные работы* (ЕНВ). Поисково-съемочные работы. Госгеолиздат, 1953.
33. *Жданов М. А.* Методы оценки перспективных запасов нефти и газа ГОСИНТИ, 1959.
34. *Жданов М. А.* Прогнозные запасы нефти и газа и вопросы методики их оценки. «Геология нефти и газа», 1962, № 3.
35. *Жданов М. А. и др.* Подсчет запасов нефти и газа. Гостоптехиздат, 1959.
36. *Зайцев Ю. А.* О классификации территории по сложности геологического строения для проектирования и оценки качества геологической съемки. «Разведка и охрана недр», 1965, № 6.

37. *Зенков Д. А.* Методы определения плотности разведочной сети. «Сов. геология», 1957, № 61.
38. *Инструкция по применению классификации запасов к месторождениям нефти и газа.* Госгеолтехиздат, 1960.
39. *Итоги науки.* Картография за 1962 г. М., ВНИИТИ АН СССР, 1964.
40. *Калицкий К. П.* Подземное картирование. М. — Л., ГОНТИ, 1933.
41. *Каллистов П. Л.* Изменчивость оруденения и плотность наблюдений при разведке и опробовании. «Сов. геология», 1956, № 53.
42. *Келлер Б. М.* Стратиграфические подразделения. «Изв. АН СССР», серия геол., 1950, № 6.
43. *Кермпольский В. Ф., Меклер М. М., Гинзбург Г. А.* Справочник картографа. М., 1963.
44. *Кечек Г. А.* О подсчете прогнозных запасов месторождений нефти и газа. «Геология нефти и газа», 1961, № 11.
45. *Комков А. М.* К вопросу о сущности и методах генерализации в картографии. В кн. «Вопросы географии», вып. 27, М., Географиздат, 1951.
46. *Кочинов П. Д.* О выборе оптимального размера петли для поиска сферического рудного тела. «Зап. ЛГУ», 1963, т. XLVI вып. 2.
47. *Крейтер В. М.* Основные принципы классификации и подсчета запасов полезных ископаемых.— АН СССР, отд. техн. наук. Горное дело, сер. III, вып. 1, М. — Л., 1937.
48. *Крейтер В. М.* Поиски и разведка месторождений полезных ископаемых. М., Госгеолтехиздат, 1961.
49. *Куликов А. И., Конев А. К.* К вопросу выбора наиболее экономической разведочной сети. Сб. «Геология, методика и техника разведки (лабораторные работы)», вып. 5. Алма-Ата, 1961.
50. *Лейбсон М. Г.* По поводу статьи М. Б. Добровольского. «Сов. геология», 1962, № 11.
51. *Леонов Г. П.* К вопросу о задачах и методах региональных стратиграфических исследований. «Вестн. МГУ», 1953, № 6.
52. *Либрович Л. С.* Стратиграфические и геохронологические подразделения. Госгеолтехиздат, 1954.
53. *Льюс Р. Д. Райфа Х.* Игры и решения. ИЛ, 1961.
54. *Майр Э.* Систематика и происхождение видов. ИЛ, 1947.
55. *Майр Э., Линсли Э., Юзингер Р.* Методы и принципы зоологической систематики. Пер. с англ. М., 1956.
56. *Малышев И. И.* Разъяснения о таблицах плотности разведочных выработок в инструкциях Гос. комиссии по запасам полезных ископаемых при Совете Министров СССР. «Разведка и охрана недр», 1958, № 6.
57. *Малышев И. И.* О методике оценки ресурсов природного газа и нефти. «Геология нефти и газа», 1961, № 8.
58. *Мальцев А. И.* Некоторые вопросы теории классов моделей. Тр. Всес. математ. съезда. Л., 1963.
59. *Методика геологического картирования метаморфических комплексов.* Под ред. В. А. Николаева. Госгеолтехиздат, 1957.
60. *Методическое руководство по геологической съемке.* М., Госгеолтехиздат, 1954.
61. *Методическое руководство по геологическому картированию метаморфических комплексов. М.*, Госгеолтехиздат, 1957.
62. *Методическое руководство по геоморфологическому картированию и производству геоморфологической съемки* в м-бе : 1 : 50 000, 1 : 25 000. М., Изд-во МГУ, 1962.

63. *Методическое руководство по производству гидрогеологической съемки* в м-бе 1 : 50 000 — 1 : 25 000. М., Госгеолтехиздат, 1962.
64. *Михайлов А. Е.* Основы структурной геологии и геологического картирования. Госгеолтехиздат, 1958.
65. *Никольский М. С., Польстер Л. А.* Принципы оценки перспектив нефтегазоносности крупных территорий. Л., «Недра», 1964.
66. *Общие принципы регионального металлогенического анализа и* методика составления металлогенических карт для складчатых областей. Гостехлитиздат, 1957.
67. *Ованесов Г. П., Надеждин А. Д.* О методике подсчета прогнозных запасов нефти и газа. «Геология нефти и газа», 1962, № 4.
68. Основы генерализации на общегеографических картах мелкого масштаба. Под ред. Ю. Ф. Филиппова. М., Геодезиздат, Тр. ЦНИИГАиК, вып. 104, 1955.
69. *Петров Ю. Е.* Понятие вида в систематике современных и ископаемых водорослей. Тез. докл. к первому Всес. палеонтол. совещ. Новосибирск, 1965.
70. *Польстер Л. А., Зайдель А. Р.* Использование электронно-вычислительных машин для решения некоторых геологических задач. Л., «Недра» 1965.
71. *Попов Е. И.* Количество информации, получаемой в результате разведки и геометризации месторождений полезных ископаемых. «Изв. вузов», Горный журнал, 1962, № 5.
72. *Родченко Ю. М.* Анализ плотности разведочной сети. «Сов. геология», 1964, № 7.
73. *Романова М. А.* Современные песчаные отложения Центральных Кара-Кумов и проблемы поиска погребенных структур. «Сов. геология», 1964, № 12.
74. *Ронов А. Б.* Общие тенденции в эволюции состава земной коры, океана и атмосферы. «Геохимия», 1964, № 8.
75. *Рухин Л. Б.* Основы литологии. Л., Гостоптехиздат, 1961.
76. *Рыжов О. А.* К методике составления карт мощностей. «Изв АН УзбССР», 1951, № 5.
77. *Салищев К. А.* Основы картоведения. Общая часть. М., Геодезиздат, 1959.
78. *Салищев К. А.* Об автоматизации в картографии. «Геодезия и картография», 1965, № 5.
79. *Салищев К. А., Гедымин А. В.* Картография. М., Географгиз, 1955.
80. *Сапожков Д. Г.* К теории прогноза осадочных рудных месторождений. М., изд. АН СССР, 1961.
81. *Сапфиров Г. И.* Структурная геология и геологическое картирование. «Недра», 1965.
82. *Сергеев О. П.* Анализ разведочной сети методом сравнения вариантов. «Разведка и охрана недр», 1960. № 11.
83. *Скобелин Е. А.* О методах построения литологических карт. «Сов. геология», 1965, № 6.
84. *Смирнов В. И.* Применение различных методов в практике подсчет запасов. В кн. «Вопросы теоретической и прикладной геологии», вып. 3, 1947.
85. *Смирнов В. И.* Геологические основы поисков и разведки рудных месторождений. Изд-во МГУ, 1957.
86. *Смирнов В. И.* О плотности разведочной сети. «Сов. геология», 1957, № 58.
87. *Смирнов В. И.* О выборе плотности разведочной сети. Сб. «Мате-

риалы по методике разведки полезных ископаемых». М., Госгеолтехиздат, 1962.
88. *Смирнов В. И.* Геология полезных ископаемых. «Недра», 1965.
89. Справочник по эксплуатации нефтяных месторождений. Т. 2. «Недра», 1965.
90. Справочник укрупненных сметных норм на геологоразведочные работы. М., Госгеолтехиздат, 1954.
91. *Старик И. В.* Ядерная геохронология. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1961.
92. *Староверов О. В.* Об одной задаче поиска. «Теория вероятностей и ее применение», 1963, т. 8, вып. 2.
93. *Степанов Д. Л.* Принципы и методы биостратиграфических исследований. М., Госгеолтехиздат, 1958.
94. *Страхов Н. М.* Главнейшие задачи, стоящие перед Пятым Всесоюзным литологическим совещанием. Сб. «Методы составления литолого-фациальных и палеогеографических карт». Новосибирск, Изд-во СО АН СССР, 1963.
95. *Тальрозе В. Л. и др.* О минимуме информации, достаточной для идентификации индивидуальных органических веществ по совпадающим линиям масс-спектрограмм. Докл. АН СССР, 1964, т. 159, № 1.
96. *Трофимук А. А.* Некоторые вопросы подготовки запасов нефти и газа. «Геология нефти», 1957, № 2.
97. *Трофимук А. А.* О подготовке и планировании прироста запасов нефти и газа», 1960, № 6.
98. *Трофимук А. А.* Некоторые вопросы подготовки запасов нефти и газа на первое десятилетие создания материально-технической базы коммунизма. «Геология и геофизика», 1962, № 2.
99. *Тугаринов А. И.* Геологу о методах определения абсолютного возраста горных пород. М., Госгеолиздат, 1963.
100. *Туголесов Д. А.* О методике составления тектонических карт. Тр. ГИНА, вып. 92, 1963.
101. *Уитроу Дж.* Естественная философия времени. «Прогресс», 1964.
102. *Фурман И. Я.* Геологические построения по данным бурения. Азнефтьтехиздат, 1948.
103. *Херасков Н. П.* О методике составления тектонических карт. «Изв. АН СССР, серия геол., 1949, №, 5.
104. *Чернов Г., Мозес Л.* Элементарная теория статистических решений. «Советское радио», 1962.
105. *Шатский Н. С.* Избранные труды, т. III, М., АН СССР, 1965.
106. *Шафранов С. А.* К методике промышленно-экономической оценки месторождений полезных ископаемых на различных стадиях разведки. БНТИ Госгеолкома СССР, 68 (1), 1965.
107. *Широков И. Ф.* Учение современной физики о пространстве и времени. Сб. «Диалектика в науках о живой природе». «Мысль», 1964.
108. *Ширяев А. Н.* Об оптимальных методах в задачах скорейшего обнаружения. «Теория вероятностей и ее применение», 1963, т. 8, вып. 1.
109. *Яглом А. М.* Статистические методы экстраполяции метеорологических полей. Тр. Всес. науч. метеоролог. совещ., т. 2. Л., Метеоиздат, 1963.
110. *Яковлев К. П.* Математическая обработка результатов измерений. М., Гостехиздат, 1953.
111. *De Guenin Jacques.* Les joudements d'une theorie de la recherche.— Rew. Statist. Appl., 1959 (1960), 7, № 4.

112. *Dowds J. P.* Mathematical probability as an oil-serch tool. — World Oil, 1961, vol. 153, № 4.
113. *Henningsmoen Gunnar.* Remarks on stratigraphical classification.— Contr. Paleontol. Museum and Inst. Oslo, 1961.
114. *Krumbein W. C.* Trend surface analysis on contour type maps with irregular control point spacing.— J. Geophys. Res., 1959, vol. 64.
115. *Posuer Edward.* Optimal search procedures.— I. E. E. E. Trans. Inform. Theory, 1965, 9, № 3.
116. *Robinson A.* Introduction to model and to the mathematics of algebra. Amsterdam, North Holland, 1963.
117. Оценка точности определения параметров залежей нефти и газа. «Недра», 1965.

ГЛАВА V

ВОПРОСЫ ОРГАНИЗАЦИИ ГЕОЛОГО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Предварительные замечания

1. На различных совещаниях и семинарах, а также в ряде опубликованных статей уже неоднократно высказывались различные конкретные предложения по организации работ, связанных с внедрением математических методов и ЭВМ в геологию. Эти предложения сводились к следующему:

(1) Необходимо создать как в Академии наук, так и в Министерстве геологии СССР специальные подразделения, которые занимались бы внедрением математических методов и ЭВМ в геологию, а также создать специально геологические информационно-вычислительные центры.

(2) Необходимо разработать по Академии наук и Министерству геологии СССР генеральный план геолого-математических исследований, которой позволил бы эффективно координировать и направлять работу соответствующих подразделений.

(3) Необходимо провести математическую переподготовку геологических кадров.

(4) Необходимо пересмотреть программы подготовки специалистов в геологических вузах и втузах с целью математического перевооружения будущих кадров геологов.

Если учесть те очень важные предложения, которые были выдвинуты в статье [2], о необходимости организации совместных теоретических работ геологов, физиков, химиков и математиков для решения первоочередных геологических проблем, то можно считать, что в нашем распоряжении имеется перечень весьма эффективных мер, и дело заключается только в том, чтобы их реализовать. Но это, видимо, не означает, что дело осталось за малым. Практика показывает, что, несмотря на ряд усилий, предпринятых, в частности, Министерством геологии СССР, положение на местах с организацией внедрения математических методов и ЭВМ в геологию нельзя признать вполне удовлетворительным. Даже в тех случаях, когда имеются потенциальные кадровые и материально-финансовые возможности, на местах оказывается крайне затруднительным эффективно реализовать необходимые мероприятия.

2. Можно полагать, что наши затруднения заключаются в том, что, зная четко, что надо сделать, мы не знаем достаточно четко, как это надо сделать. Те рекомендации, которыми мы пытаемся пользоваться, не опираются, по существу, на какую-либо систематизацию предшествующего опыта в геологии (а также в биологии и в экономике) и, главное, не учитывают реального положения дел в организациях Академии наук и Министерства геологии СССР, в вузах и втузах, а также игнорируют ряд других весьма существенных факторов.

3. На основе учета опыта работы и реальной обстановки в научно-исследовательских организациях Новосибирска, а также специальной работы, проделанной Оргкомитетом 1-го Сибирского совещания по применению математических методов и ЭВМ в геологии (см. приложение II), можно попытаться высказать некоторые предложения по тому, что и, главное, как следует делать для эффективного внедрения математических методов и ЭВМ в геологию. Естественно, что к предложениям, полученным на такой сравнительной узкой базе, следует подходить с осторожностью. Их следует рассматривать в первую очередь только как попытку положить начало систематическому обсуждению крайне важных организационных вопросов внедрения математических методов и ЭВМ в геологию, которые сами по себе, как можно полагать, должны рассматриваться как самостоятельные научные проблемы [15].

§ 1. О некоторых факторах, определяющих решение организационных вопросов по внедрению математических методов и ЭВМ в геологию

1. Вопросы внедрения математических методов и ЭВМ в геологию были подняты в геологических организациях Новосибирска в 1961 г. В 1962 г. был создан в ИГиГ СО АН СССР постоянно действующий семинар по геолого-математическим исследованиям, в 1963 г.— группа геолого-математических исследований, в 1965 г.— специальная лаборатория. Были организованы совместные работы ИГиГ СО АН СССР, СНИИГГИМСа, НТГУ Министерства геологии и Института математики СО АН СССР, план которых был принят специальным семинаром, проходившим в пос. Белая Ярка 30 июня — 3 июля 1965 г. В свя-

зи с энергичной научной и организационной поддержкой геолого-математических работ академиками А. А. Трофимуком и С. Л. Соболевым, членом-корреспондентом АН СССР Э. Э. Фотиади, а также весьма значительным вкладом в такие работы члена-корреспондента АН СССР Ю. А. Косыгина, поддержкой члена-корреспондента АН СССР Г. И. Марчука, докторов физ.-матем. наук М. М. Лаврентьева и Ю. И. Журавлева [1] эти работы в Новосибирске проходили, по-видимому, в более выгодной обстановке, чем в других местах. Однако ощущались тормозящие факторы, которые, видимо, нельзя не учитывать при реалистическом подходе к вопросам внедрения математических методов и ЭВМ в геологию.

Во-первых, значительное большинство ведущих геологов в лучшем случае относится пассивно к такому внедрению. Основная причина, видимо, состоит в противоречивости между теми методологическими установками естественно-исторического толка, которыми повседневно пользовались и пользуются эти исследователи, и теми методологическими посылками, которые необходимы при формальном подходе.

Это соображение можно проиллюстрировать таким примером. Пусть $h_i(x)$ — мощность осадков. Представим $h_i(x)$ в виде $h_i(x) = h_i^0(x) + \varepsilon_i(x)$, где $h_i^0(x)$ — медленно изменяющаяся часть $h_i(x)$, а $\varepsilon_i(x)$ — быстро изменяющаяся часть $h_i(x)$. Геологу понятно такое представление, если оно обусловлено тем, что $h_i^0(x)$ — это мощность осадков «в кембрии», а $h_i(x)$ — это мощность осадков «в девоне», но он не согласен с таким представлением, если оно используется для формальной обозримости процедуры сравнения $h_i(x) \approx h_i^0(x)$, $h_j(x) \approx h_j^0(x)$. В этом геолог, как говорит академик А. Л. Яншин, видит «насилие над природой». Нельзя, вероятно, не признать некоторой обусловленности этого противоречия.

Во-вторых, объективно небольшую пользу делу внедрения математических методов и ЭВМ в геологию приносит и та часть ведущих геологов и математиков, которые слишком торопятся получить немедленный практический эффект. Для них математика и ЭВМ представляются некой волшебной палочкой, одно прикосновение которой к важным практическим задачам геологии должно дать их решение. Благодаря таким установкам слишком значительные усилия затрачиваются на «обсчет» с помощью ЭВМ материалов, связанных с частными задачами, решение которых базируется на субъективных представлениях отдель-

[1] Большую помощь оказали также работы и доклады доктора геолого-минералогических наук А. Б. Вистелиуса.

ных исследователей, а также на «моделирование» различных громоздких операций, проводившихся до сих пор вручную по правилам, которые пока нет возможности формально описать. Основная причина такого потребительского отношения к математике и ЭВМ заключается, в частности, в том, что не учитываются необходимые связи между специальной разработкой теоретических вопросов геологии и применением математических методов и ЭВМ.

В-третьих, квалифицированные математики, как правило, пассивны к внедрению математических методов и ЭВМ в геологию. Это обусловлено естественной увлеченностью собственными специальными проблемами, отсутствием четко поставленных геолого-математических задач, которые могли бы вызвать математический интерес. Что же касается процесса формализации, то эти математики считают, вообще говоря законно, что это не их дело.

В-четвертых, поисковый характер геолого-математических исследований, отсутствие систематизированного опыта по их планированию, как правило, не позволяют даже в содержательном смысле достаточно четко сформулировать задачи исследований, что очень мешает разумному комплектованию коллективов исследователей. Например, в 1963 г. в ИГиГ СО АН СССР была поставлена сравнительно узкая задача о построении классификации залежей нефти и газа и была укомплектована группа. Спустя год выяснилось, что при обстоятельном подходе совершенно необходимо предварительно разобраться в классификационных построениях структурной геологии, литологии, стратиграфии, гидрогеологии и геохимии, что требует, вообще говоря, другого подбора исследователей. Рассмотрение же части этих классификационных построений, в свою очередь, потребовало предварительного формального исследования длинного ряда содержательных структурных, литологических, стратиграфических, гидрогеологических и геохимических вопросов, для чего необходимы такие специалисты, которые совсем не были предусмотрены в начале работ. По-видимому, при совершенствовании организации внедрения математических методов и ЭВМ в геологию нельзя не учитывать и, так сказать, внешние факторы.

Сопоставляя работы по внедрению математических методов и ЭВМ в геологию, выполненные в Москве (например, В. Л. Даниловым, Д. А. Родионовым, В. П. Бухарцевым, Ш. А. Губерманом), в Ленинграде (например, А. Б. Вистелиусом), в Киеве (например, А. Е. Кулинковичем), в Новосибирске, в Перми, в Воронеже и других городах, нельзя не видеть, что:

во-первых, в этих работах отсутствует единый методологический подход и согласованное представление об основных направлениях работ (нужна ли формализация, не нужна ли формализация представлений геологии, должна ли она предшествовать решению задач, сопутствовать им или же должна быть переложена на плечи последующих поколений);

во-вторых, нет единогласия при оценке уже имеющихся результатов (противоречивы даже необходимые требования; одни считают, что прежде всего важен результат, другие считают, что прежде всего важен способ, которым результат получен);

в-третьих, имеются нежелательные «соревновательные» моменты в «открытии» новых подходов: «информационных», «кибернетических», «игровых» и пр. (к уже достаточной теоретической неразберихе добавляется еще и математическая);

в-четвертых, налицо практически полная разобщенность в работах, которая приводит не только к ненужному дублированию, но и более тяжелым последствиям, связанным с дезориентацией.

Если к перечисленным факторам добавить факторы, связанные с чисто организационными трудностями, которые имеют место при создании новых по научному подходу подразделений внутри организаций, уже десятилетиями незыблемых по своей структуре, то можно понять, почему правильные в своем существе меры по организации и дальнейшему развитию теоретических исследований и внедрению математических методов и ЭВМ в геологию, предложенные еще в работе [2], либо вообще не реализуются, либо реализуютя в не очень оптимальных вариантах.

§ 2. К вопросу о создании методологической и теоретической баз внедрения математических методов и ЭВМ в геологию

1. По-видимому, с различных сторон (привлечение ведущих геологов, привлечение квалифицированных математиков, создание подходящих генеральных планов, устранение теоретической разобщенности и т. д.) дальнейший прогресс в развитии геолого-математических исследований будет во многом определяться созданием подходящей методологической и теоретической баз (главы I, II, III и IV).

2. Есть все основания полагать, что создание таких баз с необходимостью требует организации специального научного подразделения, видимо, в системе АН СССР, а также опре-

деленных временных затрат. В задачи такого научного коллектива следовало бы, в частности, включить исследование таких сейчас плохо или недостаточно разработанных вопросов, как:

история и методология теоретических представлений геологии,

разработка прикладных вопросов логики научного познания [12] применительно к нуждам геологии,

формализация теоретических представлений геологии,

общая принципиальная разработка важнейших теоретических проблем геологии (время и генезис, построение моделей, в частности карт, геологическая интерпретация геофизических и геохимических данных, поиски полезных ископаемых и др.).

Естественно также в задачи этого подразделения включить выработку принципиальных рекомендаций по реализации мер, связанных с внедрением математических методов и ЭВМ в геологию. Хотелось бы еще раз подчеркнуть, что выработка таких рекомендаций является самостоятельной и довольно сложной научной задачей, решение которой, видимо, нельзя подменить постановлениями любых самых компетентных совещаний, комиссий или советов [2]. Большой и кропотливой работы требуют, например, систематизация предыдущего и текущего опыта по внедрению математических методов и ЭВМ в геологию, анализ различных этапов геолого-математических исследований, анализ существующих научно-исследовательских планов, анализ существующих учебных планов вузов и втузов и пр. Создание такого научного коллектива, по-видимому, следует начинать как можно быстрее с подбора идейных руководителей из числа ведущих геологов, геофизиков, геохимиков, а также подбора достаточно сильных кадров математиков, физиков-теоретиков, химиков-теоретиков.

Со многих точек зрения задача создания такого коллектива является более насущной и важной, чем, положим, создание какого-либо специального вычислительного центра, требующего значительно больших материальных затрат. Можно полагать, что объем целесообразных расчетов на ЭВМ в геологии сейчас таков, что можно обойтись и уже имеющимися ЭВМ. Имеются примеры, когда специально приобретенные ЭВМ порождают задачи их загрузки.

---

[2] Правильно было бы полагать, что представительные совещания комиссии или советы должны производить ответственный выбор решения, из заранее тщательно подготовленных и исследованных различных возможных решений.

§ 3. Рекомендации по выработке планов и организационных схем геолого-математических исследований

1. Эффективность геолого-математических работ, как показывает наш опыт, во многом зависит от того, принимаем ли мы план работ в полной зависимости от уже имеющегося или заранее предполагаемого состава исследователей, или же принимаем этот план исходя из методологических и теоретических концепций, учитывая возможный состав исследователей во вторую очередь. В первом случае, когда темы подбираются к кадрам, едва ли можно дать какие-либо рекомендации по планированию. Во втором случае, когда кадры подбираются к темам, такие рекомендации возможны. По-видимому, первый способ принятия планов работ, сейчас наиболее распространенный, является в принципе неприемлемым. Он, за исключением редких случаев, не отвечает даже минимальным требованиям эффективного научного планирования [1, 14]. Второй же способ предполагает такие широкие кадровые возможности, по крайней мере потенциальные, которыми отдельные научные организации Академии наук и Министерства геологии СССР, как правило, не обладают [3]. Отсюда следует, что, реалистически подходя к делу, нужно отказаться от создания подразделений с заранее фиксированным исследовательским коллективом и искать пути создания подразделений, коллектив исследователей которых частично подбирается только на время выполнения определенной темы на основе широкого кооперирования различных институтов и организаций. Именно по такому пути и была предпринята попытка организовать в Новосибирске совместные работы ИГиГ СО АН СССР, СНИИГГиМСа Министерства геологии и Института математики СО АН СССР. Опыт показал, что и на этом пути имеются свои трудности, часть которых носит формально-административный характер [4], другая часть — научно-организационный.

2. Обсудим принципиальные подходы к созданию планов геолого-математических исследований, имея в виду широкие кадровые возможности, обеспеченные, положим, кооперированием. Сейчас при планировании таких работ, как правило, руководствуются либо чисто «приложенческим» подходом (напри-

[3] Сошлемся, например, на возможности ИГиГ СО АН СССР, СНИИГГиМСа Министерства геологии СССР, которые находятся в сравнительно выгодных в этом смысле условиях.

[4] Эта часть трудностей может быть устранена, если ей уделить достаточное административное внимание.

мер, планируют тему «применение математической статистики в геологии», «применение линейного программирования в геологии нефти и газа», «применение распознавания образов в промысловой геофизике»), либо неформализованным геологическим подходом и популярными математическими соображениями, планируя, например, «разработку системы сбора, хранения и обработки геологической информации для поиска твердых полезных ископаемых», «построение алгоритмов и программ для обработки на ЭВМ данных литолого-фациального анализа на примере юрских и меловых отложений юга и т. д.», либо используют, так сказать, смешанный подход.

Первый подход, вообще говоря более конкретный, не очень хорош, например, тем, что довольно часто приводит к выбору таких геологических задач, которые с «определенным допуском и посадкой» могут быть сравнительно просто втиснуты в рамки заранее определенного формального аппарата. Здесь геологические задачи подгоняются под формальный аппарат наиболее явным образом. И если счастливый случай не имеет места, то такое планирование не дает нужных результатов.

Второй подход, который выглядит менее определенно, но содержательно более интересно, не очень хорош, например, тем, что фактически предполагает значительную степень дублирования: чем с формальных позиций дело будет отличаться, если иметь в виду не «твердые», а «жидкие полезные ископаемые», если иметь в виду не «литолого-фациальный анализ», а «петрографо-формационный анализ», если иметь в виду не «юрские и меловые отложения юга и т. д.», а «девонские песчаники севера и т. д.»? Такое планирование тоже, за редким исключением, не дает эффективных результатов.

Третий подход обладает всеми недостатками как первого, так и второго подходов.

По-видимому, следует считать, что наиболее целесообразно при планировании геолого-математических исследований в принципе исходить из обобщенной содержательной постановки геологических задач с учетом их формального существа (глава II, § 5, п. 8, глава IV, § 4). Если же это формальное существо заранее неясно, как это часто и бывает, то следует ограничиваться только обобщенной содержательной постановкой, предусматривая планом прежде всего уточнение формального существа задач. Это особенно важно при кооперировании. Видимо, только при подобном подходе можно добиться эффективного участия математиков в таких исследованиях.

3. Как показывает опыт, выработка обобщенной содержательной трактовки геологических задач оказывается почти всегда не простым делом. В связи с этим планирование, видимо, следует начинать с создания соответствующих семинаров (без участия математиков) и последующего создания небольшой, но достаточно сильной группы (с привлечением математиков в качестве консультантов), в задачу которой должны входить: выработка обобщенной содержательной трактовки задач, общеметодические и экономические обоснования этих задач, выработка обычных плановых показателей, согласование проекта плана с кооперирующимися организациями. Необходимые временные затраты для выработки проекта плана, по-видимому, колеблются от полугода до года.

4. Опыт показывает, что имеются некоторые тонкости, которые полезно предусматривать с самого начала при планировании геолого-математических исследований. Они связаны с вопросами геологического лидера, вопросами обучения и взаимообучения, а также вопросами планирования отдельных задач и планирования работ отдельных исполнителей.

Уже неоднократно подчеркивалась специфика в передаче геологических знаний и опыта на современном этапе [3]. Попытки разобраться в тонкостях какой-либо геологической проблемы только на основе литературных данных оказываются, как правило, безрезультатными. По этой причине если в составе коллектива исследователей нет геолога, обладающего достаточным практическим полевым опытом и специальной эрудицией, встает задача отыскания геологического лидера, способного помочь в сложных и запутанных геологических вопросах.

Плодотворная совместная работа исследователей различных специальностей обязательно предполагает необходимость обучения и взаимного обучения. Практически оказывается целесообразным планировать на обучение около 20% времени, отпущенного на выполнение работ. Наиболее эффективными формами являются, по-видимому, обязательные семинарские занятия по два-четыре часа в неделю по месту работы и посещение лекций и семинаров в вузах и втузах.

Опираясь на опыт, можно полагать, что планирование работ отдельных исполнителей, а также работ по отдельным задачам выгоднее всего вести в соответствии с соображениями, изложенными в работе [9], в форме сетевых графиков, с их проверкой и пересмотром на семинарах для отдельных исполнителей не реже одного раза в три месяца и по отдельным задачам не реже одного раза в шесть месяцев. Составление таких графиков, их проверка и пересмотр также требуют временных затрат порядка 10% времени, отпущенного на выполнение работ.

Следует считать, что затраты времени на обучение, взаимообучение и индивидуальное планирование в значительной мере окупаются результатами работы и, главное, ростом квалификации исполнителей.

5. Предпримем попытку обсудить возможные организационные схемы геолого-математических исследований, опираясь на имеющийся опыт (отделы, лаборатории и группы в Москве, Ленинграде, Киеве, Новосибирске, тематические партии в Тюмени, Иркутске), а также на описание основных этапов геолого-математических иссследований. По-видимому, в общем случае геолого-математические исследования по любым конкретным геологическим задачам можно свести к следующим основным этапам[5)], которые можно пояснить на примере классификационных задач геологии нефти и газа.

На первом этапе проводится предварительный грубый формальный разбор различных конкурирующих между собой представлений по данной геологической задаче с целью получения обобщенной содержательной трактовки задачи и выработки предварительных формализмов и предварительной схемы формального анализа, которая могла бы позволить с единых позиций подойти к существующим представлениям по данной геологической задаче. В выбранном частном случае этот наивно-формальный этап иллюстрируется работой [4].

На втором этапе проводится детальный формальный разбор известных конкретных решений данной геологической задачи на основе схемы анализа первого этапа с одновременным уточнением формализмов и схемы анализа первого этапа на базе имеющихся математических абстракций. В нашем примере этот этап формального освоения предшествующего геологического опыта иллюстрируется работами [6, 7, 8, 10, 11].

На третьем этапе, используя предыдущее, предпринимается попытка дать, хотя бы в «околоматематическом» духе, формальную постановку данной геологической задачи в ее обобщенной трактовке, а также попытки выяснить принципиальные пути решения такой задачи, отыскать подходящий по идее математический аппарат для ее решения, сформулировать вспомогательные математические задачи с учетом реальных экспериментальных и вычислительных возможностей. Этот постановочный этап в случае классификационных задач геологии нефти и газа иллюстрируется работой [5].

Наконец, на четвертом этапе проводится решение вспомогательных математических задач, строится, хотя бы в некоторых предположениях, математическое решение данной геологи-

5) Ср., например, с частью I [13].

ческой задачи, формулируются минимальные требования к экспериментальному материалу, организуется сбор, хранение и обработка экспериментального материала с целью выяснения его соответствия упомянутым требованиям, а также проводится сопоставление теоретического решения с экспериментальными данными, даются оценки возможностей полученного решения и выясняются пути его дальнейшего совершенствования. Этот заключительный этап в классификационных задачах геологии нефти и газа предстоит еще пройти.

Из описания основных этапов геолого-математических исследований и вытекает уже отмеченное обстоятельство, что крайне невыгодно использовать организационные схемы с раз и навсегда установленной структурой и фиксированным с самого начала составом исполнителей.

По этой причине с учетом соображений, высказанных в § 1, видимо, целесообразно придерживаться подвижной схемы примерно такого рода [6]:

ДЛЯ ПЕРВОГО ЭТАПА

Группа геологическая (геологи — специалисты по отрасли знаний, связанной с выбранной задачей, а также по смежным отраслям знаний), с переменным составом, около 30% всего состава.

Группа теоретическая (геологи широкого профиля, физики, химики, математики, экономисты [7]), с постоянным составом, около 30% всего состава.

Группа программирования (геологи широкого профиля, математики — специалисты по вычислительной технике, программисты), с постоянным составом, около 40% всего состава, в основном для выполнения работ по заказам.

ДЛЯ ВТОРОГО ЭТАПА

Группа геологическая, с переменным составом, около 60% всего состава.

Группа теоретическая, с постоянным составом, около 10% всего состава.

---

[6] По-видимому, в некоторых случаях полезно иметь группу технической информации с постоянным составом, в задачи которой входит организация и техническое исполнение работ, связанных с анализом литературных данных и анализом работ других родственных подразделений, предполагая, что сами анализы будут проводиться по заказам сотрудниками других групп.

[7] Введение экономистов связано с необходимостью учета экономических факторов почти для всех геологических задач.

Группа программирования, с постоянным составом, около 30% всего состава, в основном для выполнения работ по заказам.

ДЛЯ ТРЕТЬЕГО ЭТАПА

Группа геологическая, с переменным составом, около 20% всего состава.

Группа теоретическая, с переменным составом, около 50% всего состава.

Группа программирования, с постоянным составом, около 30% всего состава, для выполнения работ по заказам и для внутренних нужд.

ДЛЯ ЧЕТВЕРТОГО ЭТАПА

Группа геологическая, с переменным составом, около 30% всего состава, в основном для сбора экспериментального материала.

Группа теоретическая, с постоянным составом, около 40% всего состава.

Группа программирования, с постоянным составом, около 30% всего состава, в основном для внутренних нужд.

При этом на первом и втором этапах необходимо привлечение геологов самой высокой квалификации, а на последующих этапах требования к их квалификации могут быть понижены. На четвертом этапе необходимо привлечение математиков, обладающих достаточно высокой профессиональной техникой, в то время как на предыдущих этапах желательно иметь математиков, которые имели бы наклонности к исследованиям постановочного характера.

6. Из предыдущего вытекает, что эффективное планирование геолого-математических исследований, по-видимому, возможно только в рамках достаточно широкого коллектива исследователей. Только при этом условии можно скоординировать приход и уход исполнителей. Такой обмен исполнителями с другими подразделениями вовлекает в процесс обучения и взаимообучения максимально широкий круг исследователей.

§ 4. Замечания по подготовке и переподготовке геологических кадров

1. Начнем с более простого вопроса математической переподготовки геологических кадров. Известно, что вопросы математической переподготовки инженеров различных техниче-

ских специальностей (связистов, химиков, металлургов и др.) уже давно успешно решаются на базе двух- или трехгодичных курсов без отрыва от производства, организованных при различных вузах и втузах. Нет никаких оснований пренебрегать этим опытом. Однако для того, чтобы им эффективно воспользоваться, надо твердо знать, чему следует дополнительно учить геологов, с каким составом слушателей по уровню математической подготовки придется иметь дело и как сделать эти курсы связанными с теми практическими и теоретическими задачами, которые представляют для дела наибольший интерес. Иначе говоря, надо иметь соответствующие программы, а также руководства. При условии четко выработанных установок создание таких программ и руководств можно осуществить в достаточно короткий срок. Что же касается самих установок, то для их выработки, а также для обмена опытом и результатами следовало бы созвать месячный семинар ведущих специалистов по внедрению математических методов и ЭВМ в геологию (опыт проведения таких месячных семинаров имеется у Отделения математики АН СССР).

2. Сложнее обстоит дело с подготовкой геологических кадров в вузах и втузах. Программа подготовки геологов по специальности «геология и разведка полезных ископаемых» в МГУ предусматривает 180 час. на высшую математику [8]. Все другие известные программы для геологов на высшую математику предусматривают меньшее количество часов. Изложение курса высшей математики ведется в соответствии с программой, утвержденной учебно-методическим управлением вузов в апреле 1962 г., которая не обеспечивает необходимой математической культуры и знания математического аппарата, потребного геологу для работы. Ясно, что такое положение совершенно нетерпимо. В настоящее время в целях реформы математического образования геологов предлагают сократить до 40—50 час. изложение элементов аналитической геометрии, дифференциального и интегрального исчислений, а оставшиеся 140—150 час. использовать на изложение потребного геологу для работы математического аппарата: математической логики, комбинаторного анализа, теории вероятностей, теории статистических решений. Очень сомнительно, чтобы такая реформа принесла пользу, прежде всего потому, что для действительного овладения математическим аппаратом, необходимым геологу для работы, совершенно обязательно потребуется поднять его

[8] Для сравнения заметим, что на высшую математику грунтоведы имеют 348 час., геофизики 612 час.

общую математическую культуру. По-видимому, минимальные временные затраты на математическую подготовку геологов, если мы хотим ее приблизить к современным требованиям, должны превышать 600 час. Такое количество часов можно получить за счет традиционных геологических курсов. Кроме того, можно считать, что увеличение часов на математическую подготовку может оправдать себя, если будут пересмотрены методологические основы хотя бы некоторых геологических курсов. В связи со сказанным реформу математической подготовки геологов, по-видимому, нельзя рассматривать в отрыве от реформы геологического образования вообще. Это, естественно, порождает ряд серьезных проблем, решение которых далеко не ясно. Надо полагать, что сейчас речь может идти только о временных, подготовительных мерах.

Приложение II

Приводим краткие итоги обработки 300 анкет и информационных карточек, заполненных участниками 1-го Сибирского совещания по применению математических методов и ЭВМ в геологии, представлявших 120 научно-исследовательских организаций и 125 городов СССР.

Возрастной состав участников	%
от 23 до 32 лет	53
от 32 до 38 лет	28
от 38 до 62 лет	11
Профессиональный состав участников	
геологи	31
геофизики	46
математики	12
физики	8
химики	3
Квалификационный состав участников	
член-корр. АН СССР	0,6
доктора наук	2,4
кандидаты наук	16
без степени	81
Колич. участников, имеющих работы, связанные с применением математических методов и ЭВМ в геологии	
не более одной	45
от двух до пяти	25
от шести до десяти	20
свыше десяти	10
Колич. участников, знакомых с разделами математики	
математическая статистика и теория вероятностей	60
классический математический анализ	13
вычислительная математика	10
теория информации	10

кибернетика	5
математическая логика	2

Колич. участников, интересующихся разделами математики

математическая статистика и теория вероятностей	40
теория информации	18
» игр	12
математическая логика	12
комбинаторный анализ	5
кибернетика	5
теория множеств	5
функциональный анализ	3

Количественный состав подразделений [9])

группы не более пяти человек	70
» от шести до десяти человек	18
лаборатории от одиннадцати до двадцати человек	10
отделы и лаборатории свыше двадцати человек	2

Обеспеченность подразделений математическими кадрами

частично обеспеченные	40
необеспеченные	60

Потребность подразделений в математиках по специальности

вычислительная математика	30
математическая статистика, теория вероятности	30
» логика	10
классический математический анализ	10

Обеспеченность подразделений вычислительной техникой

обеспеченные	60
частично обеспеченные	30
необеспеченные	10

Колич. участников, высказавшихся

за направление работ по линии решения конкретных геологических задач на базе существующих теоретических представлений геологии	52
за направление работ по линии решения конкретных геологических задач на базе существующих теоретических представлений геологии в системе Министерства геологии СССР и по линии совершенствования теоретических представлений геологии в системе Академии наук СССР	30

Колич. участников, высказавшихся

за необходимость координации работ	60
против » » »	40

Колич. участников, высказавшихся, относительно состояния разрабатываемых ими геологических проблем

требуется математически поставить решаемую задачу	5,9
» построить алгоритм для решения задачи	6,2
» » и отладить программу	52,9
требуется провести пересчет на основе новых исходных данных	35

[9]) Здесь и далее речь идет о подразделениях, занимающихся внедрением математических методов и ЭВМ в геологию.

Колич. участников, высказавшихся за необходимость

месячных семинаров-школ ежегодных.	50
» » » раз в два года	30
недельных ежегодных семинаров-школ	20
ежегодных совещаний по общей тематике	40
совещаний по общей тематике раз в два года	35
ежегодных совещаний по узкой тематике	25

Колич. участников, высказавшихся о необходимости математической переподготовки геологических кадров

за создание двухгодичных курсов при вузах без отрыва от производства	60
за создание годичных курсов с отрывом от производства	40

Колич. участников, высказавшихся

за введение 600-часового курса математики за счет геологических дисциплин	58
за введение 200-часового курса математики без ущерба для геологических дисциплин	42

Колич. участников, высказавшихся

за издание специального журнала	70
за введение специальных отделов в ж. «Советская геология» и «Геология и геофизика»	30

ЛИТЕРАТУРА

1. *Агошков М. И., Карпенко О. М.* Обсуждение принципов планирования научных исследований. «Вестн. АН СССР», 1965, № 5.
3. *Белоусов В. В.* О современном состоянии теоретической геологии. «Природа», 1953, № 2.
3. *Белоусов В. В.* Пути развития наук о Земле. Сб. «Взаимодействия наук при изучении Земли». М., Изд-во АН СССР, 1963.
4. *Воронин Ю. А.* К математико-логическому основанию гелогических классификаций. «Геология и геофизика», 1963, № 9.
5. *Воронин Ю. А., Гольдин С. В.* Вопросы теории конечных геологических классификаций. «Геология и геофизика», 1964, № 8.
6. *Воронин Ю. А., Гольдин Н. А.* Совместный упрощенный математико-логический анализ нескольких геологических классификаций. Сб. «Опыт анализа и построения геологических классификаций на основе представлений конечной математики». Тр. ИГиГ СО АН СССР, Новосибирск, 1964.
7. *Воронин Ю. А., Гольдин Н. А.* Упрощенная схема математико-логического разбора геологических классификаций. Сб. «Опыт анализа и построения геологических классификаций на основе представлений конечной математики». Тр. ИГиГ СО АН СССР, Новосибирск, 1964.
8. *Воронин Ю. А., Гольдина Н. А., Иванова М. Н., Титов А. А.* Краткие результаты анализа некоторых геологических классификаций. Сб. «Опыт анализа и построения геологических классификаций на основе представления конечной математики». Тр. ИГиГ СО АН СССР, Новосибирск, 1964.

9. Вычислительные системы. Сб. статей Ин-та математики СО АН СССР, вып. 11. Новосибирск, 1964.
10. *Гольдина Н. А.* Применение упрощенного математико-логического анализа на примере классификации залежей нефти и газа И. О. Брода. Сб. «Опыт анализа и построения геологических классификаций на основе представлений конечной математики». Тр. ИГиГ СО АН СССР, Новосибирск, 1964.
11. *Иванова М. Н.* Математико-логический анализ некоторых тектонических классификаций. Сб. «Опыт анализа и построения геологических классификаций на основе представлений конечной математики. Тр. ИГиГ СО АН СССР, Новосибирск, 1964.
12. *Копнин П. В.*, *Крамский С. Б.* Заметки о логике современной и традиционной. «Вопросы философии», 1965, № 7.
13. *Саати Т.* Математические методы исследования операций. М., 1963.
14. Совершенствовать планирование научных исследований. «Правда», 25 февраля 1965 г.
15. *Фотиади Э. Э.*, *Воронин Ю. А.*, *Конторович А. Э.* Общие вопросы применения математики в геологии. «Геология и геофизика», 1965, № 12.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ГЛАВА III

Формализация основных представлений геологии

ГЛАВА IV

Некоторые специальные теоретические вопросы геологии, связанные с применением математических методов и ЭВМ

ГЛАВА V

Вопросы организации геолого-математических исследований

ГЕОЛОГИЯ И МАТЕМАТИКА

Ответственный редактор
чл.-корр. АН СССР *Э. Э. Фотиади*

Редактор **И. П. Зайцева**
Художественный редактор **В. Г. Бурыкин**
Художник **Ю. В. Гаврилов**
Технический редактор **А. М. Вялых**
Корректоры **Р. С. Митяева, М. А. Лапшина**

Сдано в набор 27 апреля 1966 г. Подписано в печать 27 декабря 1966 г. МН03603
Бумага $60 \times 90^1/_{16}$ 16 печ. л., +1 вкл. 14,7 уч.-изд. л. Тираж 3315.

Издательство «Наука», Сибирское отделение. Новосибирск, Советская, 20. Зак. 1301.
2-я типография издательства «Наука». Москва, Г-99, Шубинский пер., 10
Цена 1 р. 05 к.

В СИБИРСКОМ ОТДЕЛЕНИИ ИЗДАТЕЛЬСТВА «НАУКА»

ИМЕЮТСЯ В ПРОДАЖЕ КНИГИ:

Вдовин В. В., Проводников Л. Я. История формирования мезозойско-кайнозойских отложений и современного рельефа в бассейне р. Вах. 1965 г., 92 стр., 63 коп.

Халфин С. Л. Петрология Когтахского габбро-монцонит-сиенитового комплекса. 1965 г., 90 стр., 58 коп.

Перспективы калиеносности соляных отложений Сибири. 1965 г., 96 стр. 36 коп.

Иванов А. А. Пермские соленосные бассейны Печоро-Камского Предуралья. 1965 г., 98 стр., 34 коп.

Шарудо И. И. Состав и условия накопления меловых отложений Суйфунского бассейна. 1965 г., 71 стр., 49 коп.

Материалы по генетической и экспериментальной минералогии. Т. III. 1965 г., 315 стр., 2 р. 59 к.

Волкова В. С. Четвертичные отложения низовьев Иртыша и их биостратиграфическая характеристика. 1966 г., 173 стр., 1 р. 33 к.